312

భౌతికశాస్త్రం

1

గౌరవ సలహాదారులు

శ్రీమతి వాకాటి కరుణ, IAS,
ప్రభుత్వ కార్యదర్శి, విద్యాశాఖ, తెలంగాణ ప్రభుత్వం,
హైదరాబాద్.

సంపాదకులు

డాక్టర్ బి. అప్పారావు
ప్రొఫెసర్ ఎమెరిటస్, JNTUH & ప్రొఫెసర్ (రిటైర్డ్),
భౌతికశాస్త్ర విభాగం, ఉస్మానియా యూనివర్సిటీ,
హైదరాబాద్.

డాక్టర్ ఎస్. సుధాకర్
విశ్రాంత ప్రధానాచార్యులు
గురుకుల్ జూనియర్ కళాశాల, ఘట్‌కేసర్,
మేడ్చల్-మల్కాజిగిరి

పాఠ్యపుస్తకాల ప్రింటింగ్ కౌన్సిల్

శ్రీమతి ఎ. శ్రీదేవసేన, IAS,
కమీషనర్ & సంచాలకులు, పాఠశాల విద్య,
తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

శ్రీ పి.వి. శ్రీహరి, సంచాలకులు,
TOSS, తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

శ్రీ ఎస్. శ్రీనివాసా చారి
సంచాలకులు, టెక్స్ట్‌బుక్ ప్రెస్, తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

ముఖ్య సమన్వయకర్త

శ్రీ ఎం. సోమిరెడ్డి
సంయుక్త సంచాలకులు, TOSS, తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

ప్రచురణ

తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ (TOSS), హైదరాబాద్.

First Published : 2024

Printed in India
at the **Telangana Govt.Text Book Press,**
Mint Compound, Khairathabad, Hyderabad, Telangana.

ముందుమాట

విద్యను పొందడం పిల్లల ప్రాథమిక హక్కు. సమాజ సమగ్రాభివృద్ధికి ఇది ఎంతగానో అవసరం. అటువంటి విద్యను ప్రజలందరికి అందించాలనే దృఢసంకల్పంతో తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం ఉంది. అనేక కారణకాలతో అధికారిక విద్యను పొందలేని పిల్లల కోసం, వారిని విద్యాపరంగా తీర్చిదిద్దడం కోసం 'తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ' (TOSS) వంటి సంస్థలు ఏర్పాటు అయ్యాయి. ఇందులో విద్యను పొందే అభ్యాసకులకు – 2023 – 2024 విద్యా సంవత్సరానికి గాను మారుతున్న సామాజిక పరిస్థితులకు అనుగుణంగా, జాతీయ విద్యావిధానం – 2020 యొక్క ప్రాథమిక సూత్రాలను పొందుపరుస్తూ పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించబడ్డాయి. ఈ విధానం మొత్తం – అభ్యాసకుల విభిన్న అవసరాలను, వారి అభ్యాస అనుభవాన్ని మెరుగుపరచడంపై దృష్టి సారించింది. ఇంతకు పూర్వం, ఈ సంస్థల పాఠ్యపుస్తకాలు ప్రశ్నలు, సమాధానాలతో కూడిన మార్గదర్శకాలుగా ఉండేవి. TOSS ఈసారి విద్యార్థి కేంద్రంగా పాఠ్యపుస్తక రూపకల్పన చేయడం ఒక మైలురాయి. అభ్యస ప్రక్రియలో ఈ విధానం క్రియాశీల నిమగ్నతనే కాక భాగస్వామ్యాన్ని కూడ ప్రోత్సహిస్తుంది. ఈ పాఠ్యపుస్తకాలు విద్యార్థులకు సమర్థవంతం మరియు ఆకర్షణీయము అయిన పాఠాలను అందిస్తూనే అధ్యాపకులకు అనుబంధ బోధన సామగ్రిని కూడ అందిస్తుందని చెప్పడానికి మేము సంతోషిస్తున్నాము.

ఈ భౌతికశాస్త్ర పాఠ్యపుస్తకం మొత్తం 29 అధ్యాయాలను కలిగి ఉన్న రెండు సంపుటాలుగా విభజించబడింది. ఈ విశేషమైన విద్యావిభాగం యొక్క అవగాహన పెంపొందించడానికి ఇది ఆలోచనాత్మకంగా రూపొందించబడింది. ప్రతి సంపుటి భౌతికశాస్త్రపు నిగూడార్థ మరియు బహుముఖ ప్రపంచానికి ప్రవేశ ద్వారం వలె పనిచేస్తుంది.

సంపుటి–I, భౌతికశాస్త్ర ప్రపంచంలోనికి విద్యార్థుల ప్రయాణానికి అవసరమైన పునాదిని వేస్తుంది. యాంత్రికశాస్త్రం, చలనం, బలాలు మరియు శక్తి సూత్రాలలో వస్తువులు ఎలా అన్యోన్య చర్యలకు లోనవుతాయో అర్థం చేసుకోవడానికి కావలసిన ఆకృతిని అందిస్తుంది. ఉష్ణం మరియు ఉష్ణగతికశాస్త్రం, ఉష్ణోగ్రత, ఉష్ణబదిలి మరియు శక్తి పరివర్తనలను నియంత్రించే నియమాల యొక్క ఆకర్షణీయ ప్రపంచాన్ని శోధింపచేస్తాయి.

సంపుటి–II కాంతి యొక్క నిగూడార్థ విశ్వం ద్వారా అభ్యాసకుడికి మార్గనిర్దేశం చేస్తుంది. పరావర్తనం, వక్రీభవనం మరియు ప్రతిబింబ నిర్మాణం వంటి అంశాలను అన్వేషిస్తుంది మరియు భౌతిక ప్రపంచంలోని వింతలను లోతుగా విశ్లేషిస్తుంది. విద్యుచ్ఛక్తి, అయస్కాంతత్వం విద్యార్థుల ఊహాశక్తిని ప్రేరేపించి అన్వేషించేటట్లు చేస్తాయి. పరమాణువులు మరియు కేంద్రకాలు అనేవి క్వాంటం యాంత్రికశాస్త్రం నుండి కేంద్రక భౌతికశాస్త్రం వరకు పరమాణు ప్రపంచపు వింతలను ఆవిష్కరిస్తాయి. అర్ధవాహకాలు మరియు సమాచార వ్యవస్థలు ట్రాన్సిస్టర్ నుండి టెలీకమ్యూనికేషన్‌ల వరకు మన ఆధునిక ప్రపంచాన్ని నడిపించే సాంకేతికతను విద్యార్థులకు పరిచయం చేస్తాయి.

తెలంగాణ ప్రభుత్వానికి మరియు తెలంగాణ స్టేట్ బోర్డ్ ఆఫ్ ఇంటర్మీడియట్ ఎడ్యుకేషన్‌కు మేము నిజంగా కృతజ్ఞులం. ఈ పాఠ్యపుస్తకాన్ని రూపొందించడానికి తమ సేవలను అవిశ్రాంతంగా అందించిన సంపాదకులు, రచయితలు, కో–ఆర్డినేటర్, ఉపాధ్యాయులు, అధ్యాపకులు మరియు DTP ఆపరేటర్‌లకు ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు.

డైరెక్టర్
TOSS, హైదరాబాదు.

తేది :

స్థలం : హైదరాబాదు.

పాఠ్యపుస్తకాల అభివృద్ధి కమిటీ

డాక్టర్ ఎస్. సుధాకర్
విశ్రాంత ప్రధానాచార్యులు
గురుకుల్ జూనియర్ కళాశాల, ఘట్‌కేసర్, మేడ్చల్-మల్కాజిగిరి

శ్రీ డి. అనంత రామకృష్ణ
ప్రధానాచార్యులు, ప్రభుత్వ జూనియర్ కళాశాల,
ధర్మారం, పెద్దపల్లి.

డాక్టర్ పి. రామకృష్ణ
సహాయ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్ర విభాగం,
ప్రభుత్వ డిగ్రీ కళాశాల (అ), కామారెడ్డి

డాక్టర్ వై. వాసుదేవ రెడ్డి
సహాయ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్ర విభాగం
ప్రభుత్వ సిటీ కళాశాల (అ), నయాపూల్, హైదరాబాద్

డాక్టర్ ఎస్. వేదవ్యాస్
రీసెర్చ్ అసిస్టెంట్ (భౌతికశాస్త్రం)
తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాద్

డాక్టర్ జె. చిన్నబాబు
సహాయ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్ర విభాగం
వివేకానంద ప్రభుత్వ డిగ్రీ కళాశాల, విద్యానగర్,హైదరాబాద్

డాక్టర్ బి. రవికుమార్
సహాయ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్ర విభాగం
ఎస్.ఆర్&బి.జి.ఎన్.ఆర్ ప్రభుత్వ ఆర్ట్స్ &సైన్స్ కళాశాల(అ),
ఖమ్మం

డాక్టర్ ఇ. రుక్మిణి
సహ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్రం & ఎలక్ట్రానిక్స్ విభాగం
సరోజినీనాయుడు వనితా మహావిద్యాలయ, హైదరాబాద్.

శ్రీ కె. సుబ్బారావు
సహ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్రం & ఎలక్ట్రానిక్స్ విభాగం
సరోజినీనాయుడు వనితా మహావిద్యాలయ, హైదరాబాద్.

శ్రీమతి బి. అనురాధ
సహ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్రం & ఎలక్ట్రానిక్స్ విభాగం
సరోజినీనాయుడు వనితా మహావిద్యాలయ, హైదరాబాద్.

డాక్టర్ ఎన్. తిరుమల్ రెడ్డి
సహాయ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్ర విభాగం
ప్రభుత్వ డిగ్రీ కళాశాల, మెదక్.

శ్రీ సి.హెచ్. శ్రీధర్
సహాయ ఆచార్యులు, భౌతికశాస్త్ర విభాగం
జె.వి.ఆర్ ప్రభుత్వ కళాశాల, సత్తుపల్లి.

డాక్టర్ జి. రామదేవుడు
సీనియర్ సహాయ ఆచార్యులు (భౌతికశాస్త్ర విభాగం)
వాసవి ఇంజనీరింగ్ కళాశాల, ఇబ్రహీంబాగ్, హైదరాబాదు.

సమన్వయకర్తలు

శ్రీ బి. వెంకటేశ్వరరావు
రాష్ట్ర సమన్వయకర్త, TOSS, తెలంగాణ,
హైదరాబాద్.

శ్రీమతి కె. మాధవి
రాష్ట్ర సమన్వయకర్త, TOSS, తెలంగాణ,
హైదరాబాద్.

కవర్ డిజైన్ : **శ్రీ కె. సుధాకర్ చారి,** ఎస్.జి.టి.,
యుపిపిఎస్ మైలారం, రాయపర్తి (M), వరంగల్ రూరల్.

DTP, పేజీ లేఅవుట్ & డిజైన్ :
M/s **పవన్ గ్రాఫిక్స్** (సుంకర కోటేశ్వరరావు, సునీత)
D. No. 2-2-1130/24/2, ఫ్లాట్ 302, 3వ అంతస్తు, బాలభద్ర రెసిడెన్సీ,
యాక్సిస్ బ్యాంక్ వెనుక, శివం రోడ్, న్యూ నల్లకుంట, హైదరాబాద్.

మీతో ఒక మాట

ప్రియమైన అభ్యాసకుడా!

తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ (TOSS) ద్వారా బహిరంగ, దూర విద్యా అభ్యసన ప్రపంచానికి మిమ్మల్ని స్వాగతిస్తున్నందుకు మేము సంతోషిస్తున్నాము. బహిరంగ, దూరవిద్య అభ్యాసకుడిగా ఈ విద్యా ప్రయాణాన్ని ప్రారంభించాలనే మీ నిర్ణయం అభినందనీయం, మీరు మీ అధ్యయన విషయాలలో 'భౌతికశాస్త్రాన్ని' ఒకటిగా ఎంచుకున్నందుకు మాకు ఆనందంగా ఉంది.

గొప్ప ఆనందం, ఉత్సుకతతో, బహిరంగ, దూర విద్యలో సీనియర్ సెకండరీ కోర్సు కోసం మిక్కిలి జాగరూకతతో రూపొందించిన ఈ సమగ్ర భౌతికశాస్త్ర పాఠ్యపుస్తకాన్ని మేము మీకు అందిస్తున్నాము.

భౌతికశాస్త్రం విశ్వం యొక్క రహస్యాలను ఆవిష్కరిస్తుంది. విశ్వవ్యవస్థను నియంత్రించే ప్రాథమిక సూత్రాలపై లోతైన అంతర్దృష్టులను అందిస్తుంది. మా పాఠ్యపుస్తకం రెండు సంపుటాలు, 29 అధ్యాయాలను కలిగి ఉంది. ఈ అద్భుతమైన విద్యావిభాగంపై మీ అవగాహన, ప్రశంసలను పెంపొందించడానికి ఆలోచనాత్మకంగా రూపొందించబడిందీ పాఠ్యపుస్తకం. మీరు ఈ సుదూర విద్యా ప్రయాణాన్ని ప్రారంభించడం మొదలుగా – యాంత్రికశాస్త్రం, ఉష్ణం, ఉష్ణగతికశాస్త్రం, దృశాశాస్త్రం, విద్యుత్తు, అయస్కాంతత్వము, పరమాణువులు – కేంద్రకశాస్త్రం, అర్ధవాహకాలు, సంసర్గ వ్యవస్థలు – వంటి ఆకర్షణీయమైన ప్రభావ క్షేత్రాలను అన్వేషిస్తారు. ప్రతి సంపుటి భౌతికశాస్త్రపు ఆసక్తికరమైన, బహుముఖ మండలాలకు ప్రవేశ ద్వారంలా పనిచేస్తుంది. అర్ధ వాహకాలు, సంసర్గ వ్యవస్థలు నుంచి ట్రాన్సిస్టర్, సమాచార వ్యవస్థల వరకు ఆధునిక ప్రపంచాన్ని నడిపిస్తున్న సాంకేతికతను పరిచయం చేస్తాయి.

14 అధ్యాయాలతో కూడిన సంపుటి–I, భౌతికశాస్త్ర ప్రపంచంలో మీ యాత్రకు అవసరమైన పునాదిని వేస్తుంది. చలనం, బలాలు, శక్తి వంటి దృగ్విషయాల నియమాలతో కూడిన యాంత్రికశాస్త్రం వస్తువులు పరస్పరం ఎలా చర్య జరుపుకుంటాయో అర్థం చేసుకోవడానికి, అవసరమైన చట్రాన్ని సమకూరుస్తుంది. ఉష్ణం, ఉష్ణగతికశాస్త్రాలు, ఉష్ణోగ్రత, ఉష్ణ బదిలీ, శక్తి రూపాంతరాలకు చెందిన ఆకర్షణీయ ప్రపంచంలో విహరించటానికి దోహదం చేస్తాయి.

ఇక 15 అధ్యాయాలతో కూడిన సంపుటి – II, కాంతికి చెందిన నిగూఢార్థ విశ్వంలోకి మిమ్మల్ని నడిపించి, పరావర్తనం, వక్రీభవనం, ప్రతిబింబ నిర్మాణం వంటి అంశాలను విశదీకరిస్తూ భౌతిక ప్రపంచపు వింతలలోనికి తీసుకెళ్తుంది. విద్యుత్ వలయాలు, అయస్కాంత క్షేత్రాలు, విద్యుదయస్కాంత తరంగాలు వంటి

వాటి నియమాలను శోధించినకొద్దీ విద్యుత్తు, అయస్కాంతత్వము అనే విషయాలు మీ ఊహలను విద్యుదీకరిస్తాయి. పరమాణువులు, కేంద్రకాలు అనేవి పరమాణు పరిధిలోని చిక్కులను విడదీస్తూ, క్వాంటమ్ యాంత్రికశాస్త్రం నుంచి కేంద్రక భౌతికశాస్త్రం వరకు విషయాలను వివరిస్తాయి.

అర్ధ వాహకాలు, సంసర్గ వ్యవస్థల నుంచి ట్రాన్సిస్టర్, సమాచార వ్యవస్థల వరకు ఆధునిక ప్రపంచాన్ని నడిపిస్తున్న సాంకేతికతను పరిచయం చేస్తాయి.

మీరు ఈ సంపుటాల ద్వారా ముందుకువెళ్ళున్నకొద్దీ, భౌతికశాస్త్రం కేవలం సమీకరణాలు మరియు సిద్ధాంతాల సమాహారం కాదని గుర్తుంచుకోండి. ఇది మీ చుట్టూ ఉన్న ప్రపంచాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి మిమ్మల్ని సన్నద్ధం చేసే సాధనం. సవాళ్ళను స్వీకరించండి, ప్రశ్నలు అడగండి. ఈ సంపుటల ద్వారా మీ ప్రయాణం విద్యాపరంగా రాణించడానికి మీకు జ్ఞానం మరియు నైపుణ్యాలను అందించడమే కాకుండా భౌతికశాస్త్రంలోని అద్భుతాల పట్ల జీవితకాల అభిరుచిని ప్రేరేపిస్తుంది.

ఈ పాఠ్యపుస్తకం మీకు నమ్మకమైన తోడుగా మరియు జ్ఞానం కోసం మీ అన్వేషణలో మార్గదర్శకంగా ఉంటుంది. మీకు ఈ సంపుటాలలో ఏవైనా ఇబ్బందులు ఎదురైనా లేదా సూచనలు ఉంటే దయచేసి మమ్మల్ని సంప్రదించడానికి సంకోచించకండి.

భవదీయులు

పాఠ్యప్రణాళిక రూకల్పన మరియు
కోర్స్ అభివృద్ధి బృందం

312

(భౌతికశాస్త్రం)

విభాగం - 1

1. ప్రమాణాలు మరియు కొలతలు
2. సరళరేఖా చలనం
3. సమతల చలనం
4. న్యూటన్ గమన నియమాలు
5. పని, శక్తి మరియు సామర్థ్యం
6. కణాల వ్యవస్థ, భ్రమణ చలనం
7. సరళ హరాత్మక చలనము
8. గురుత్వ త్వరణం
9. ఘనపదార్థాల స్థితిస్థాపక ధర్మాలు
10. ప్రవాహుల యాంత్రిక ధర్మాలు
11. పదార్థాల ఉష్ణధర్మాలు
12. ఉష్ణగతిక శాస్త్రం
13. వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం
14. ధ్వని తరంగాలు

312

(భౌతికశాస్త్రం)

విభాగం - 2

విషయసూచిక

1

ప్రమాణాలు మరియు కొలతలు

పరిచయం

విజ్ఞానశాస్త్రంలో ప్రత్యేకించి భౌతికశాస్త్రంలో సాధ్యమైనంత వరకు కొలతలు ఖచ్చితంగా తీసుకునే ప్రయత్నంచేస్తారు. విజ్ఞానశాస్త్ర చరిత్రలో, కచ్చితమైన కొలతలు కొత్త ఆవిష్కరణలు లేదా ముఖ్యమైన అభివృద్ధికి దారిచూపాయి. ప్రతి కొలత ఏదో ప్రమాణాలలో చెప్పాల్సి ఉంటుందని స్పష్టమవుతోంది. ఉదాహరణకు మీ గది పొడవును కొలవవలసి వచ్చినప్పుడు, తగిన ప్రమాణాల్లో దానిని చెప్పాల్సి ఉంటుంది. అదే విధంగా రెండు సంఘటనల మధ్య వ్యవధిని మీరు కొలచినపుడు, దానిని మరొక ప్రమాణాల్లో చెప్పాల్సి ఉంటుంది. ఒక భౌతికరాశి యొక్క ప్రమాణాన్ని అంతర్జాతీయంగా ఆమోదించబడి స్థిరపరచిన ప్రాథమిక ప్రమాణాలలోనే దానిని ఉత్పాదిస్తారు. ప్రాథమిక ప్రమాణాల భావన మితుల కల్పనకు త్రోవచూపింది. దీనికి భౌతికశాస్త్రంలో ఎన్నో అనువర్తనాలు ఉంటాయని క్రమంగా మనకు తెలుస్తుంది.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరువాత, మీరు ఈ క్రింది విషయాలు తెలుసుకోగల్గుతారు.

- ప్రాథమిక మరియు ఉత్పన్న రాశుల మధ్యతేడాలు
- అంతర్జాతీయంగా ఆమోదించిన ప్రమాణాల వ్యవస్థ
- కొలతలలో సార్ధక సంఖ్యలను గుర్తించడం వాటి ప్రాముఖ్యతను తెలుసుకొనుట.
- అనేక భౌతికరాశులకు మితులు రాయడం.
- ఒక సమీకరణం యొక్క యదార్థతను పరీక్షించేందుకు మితుల విశ్లేషణ వినియోగించడం, తెలియని రాశుల మితి స్వభావాన్ని నిర్ణయించడం తెలుస్తుంది.

1.1 కొలతల ఆవశ్యకత

విజ్ఞానశాస్త్రంలో ఒక విభాగం అయిన భౌతికశాస్త్రం ప్రకృతి మరియు ప్రకృతి సహజమైన దృగ్విషయాల గురించి అధ్యయనం చేస్తుంది. భౌతిక రాశుల గురించి పూర్తిగా అవగాహన చేసుకోవాలంటే రాశుల యొక్క కొలతల గురించి తెలియాలి. ఉదాహరణకు గమనంలో ఉన్న ఒక కణం గురించి తెలుసుకోవడానికి ఆక్షణంలో దాని యొక్క స్థానభ్రంశం, వేగం మరియు త్వరణం యొక్క కొలతలు ఖచ్చితంగా తెలియాలి. అలాగే వాయువు యొక్క స్థితిని తెలుసుకోడానికి ఘనపరిమాణం, పీడనం మరియు ఉష్ణోగ్రతల కొలతలు ఖచ్చితంగా తెలియాలి.

అలాగే ద్రవాలపై ఉష్ణోగ్రత ప్రభావం తెలుసుకోవాలంటే, ద్రవ్యరాశి, ఘనపరిమాణం ఘనపరిమాణం మరియు ఉష్ణోగ్రతల కొలతలు గురించి ఖచ్చితంగా తెలియాలి. దీనిని బట్టి కొలతల యొక్క ఆవశ్యకత ఎంతో తెలుస్తుంది.

1.2 కొలత ప్రమాణం

కొలతకు అనువైన ఏరాశినైనా భౌతికరాశిగా పరిగణిస్తారు. భౌతికశాస్త్రంలో సూత్రాలు, భౌతికరాశులయిన దూరం, వేగం, కాలం, బలం, ఘనపరిమాణం, విద్యుచ్ఛక్తి మొదలయిన అంశాల పరంగా వ్యక్తపరుస్తారు. ఏ భౌతికరాశి అయితే వాటి పరిమాణాలను కొలవడానికి వేరే భౌతికరాశుల పరిమాణాలపై ఆధారపడదో అటువంటి భౌతిక రాశులను **ప్రాథమిక** లేదా **మూల భౌతిక రాశులు** (fundamental or base quantity) అంటారు. ప్రాథమిక రాశులను ఉపయోగించి, వ్యక్తపరిచే రాశులను **ఉత్పన్న రాశులు** (derived quantity) అంటారు. కొలత కోసం, ప్రతి భౌతికరాశికి ప్రమాణం ఇవ్వబడింది. ఉదాహరణకు కాలాన్ని నిముషాలు, గంటలు లేదా రోజులలో కొలవవచ్చు. భిన్న వ్యక్తుల మధ్య ఉపయుక్తమైన సందేశాలు పంపుటకు ఈ ప్రమాణం అందరి ఆమోదం పొందిన ఒక ప్రామాణిక ప్రమాణంతో సరిపోల్చేదిగా ఉండాలి. మరొక ఉదాహరణగా, మనం ముంబాయి-కోల్‌కతా మధ్య దూరం దాదాపు 2,000 కిలోమీటర్లు అని చెప్పినప్పుడు సరిపోల్చుకునేందుకు మన మనసులో ప్రాథమిక ప్రమాణం కిలోమీటరు ఉంటుంది. మీకు బాగా తెలిసిన మరికొన్ని ప్రమాణాలు, ద్రవ్యరాశికి కిలోగ్రాము మరియు కాలానికి సెకను. ప్రతి ఒక్కరూ ఈ ప్రామాణిక ప్రమాణాలు అంగీకరించాలి. అప్పుడు మనం 100 కిలోమీటర్లు లేదా 10 కిలోగ్రాములు లేదా 10 గంటలు అని చెప్పినప్పుడు మన భావము ఏమిటో ఇతరులకు అర్థం అవుతుంది. విజ్ఞానశాస్త్రంలో, ప్రాథమిక ప్రమాణాలపై అంతర్జాతీయ అంగీకారం ఎంతో అవసరం. లేకపోతే ప్రపంచంలో ఒక వైపు శాస్త్రవేత్తల పరిశోధనా ఫలితాలు మరొకవైపున గల శాస్త్రవేత్తలకు అర్థంకావు. ఒక భౌతికరాశిని కొలవడంలో వచ్చిన ఫలితాన్ని ఒక సంఖ్యగా వ్యక్తం చేస్తూ దానికి ఒక ప్రమాణాన్ని సూచిస్తారు. ఉదాహరణకి పొడవు 10 మీటర్లు (10 m) అయితే దీనిలో 10 సంఖ్యను, మీటరు (m) అనేది ప్రమాణాన్ని సూచిస్తుంది. భౌతికరాశులు అనేకంగా ఉన్నప్పటికి వాటిని వ్యక్తం చేయడానికి పరిమిత సంఖ్యలో మాత్రమే ప్రమాణాలు అవసరమవుతాయి. ఎందుకంటే ఆరాశులన్నీ పరస్పర సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటాయి. ప్రాథమిక లేదా మూల భౌతిక రాశుల కుండే ప్రమాణాలను **ప్రాథమిక లేదా మూల ప్రమాణాలు** (fundamental or base quantity) అంటారు. ఉదాహరణకు పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు కాలం అనేవి ప్రాథమిక రాశులు. వాటి ప్రమాణాలు వరసగా మీటరు, కిలోగ్రాము మరియు సెకను. ప్రాథమిక ప్రమాణాల సంయోగంగా వ్యక్తపరిచే ఇతర భౌతిక రాశుల ప్రమాణాలను ఉత్పన్న ప్రమాణాలు అంటారు. ఉదాహరణకు వైశాల్యం, పీడనం మరియు సాంద్రతలు ఉత్పన్నరాశులు. వాటి ప్రమాణాలు వరసగా చదరపు మీటరు, పాస్కలు మరియు $kg\,m^{-3}$.

1.3 ప్రమాణాల వ్యవస్థ

ప్రాథమిక రాశులు అయిన పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు కాలాలను కొలవడానికి మూడు వ్యవస్థలు ఉపయోగంలో ఉండేవి. అవి

(1) FPS లేదా బ్రిటిష్ పద్ధతి (2) CGS, (3) MKS లేదా మెట్రిక్ పద్ధతి

పట్టిక - 1.1

		ప్రమాణాలు		
క్రమ సంఖ్య	పద్ధతి	పొడవు	ద్రవ్యరాశి	కాలం
1	FPS	అడుగు	పౌండు	సెకను
2	CGS	సెంటీమీటరు	గ్రాము	సెకను
3	MKS	మీటరు	కిలోగ్రాము	సెకను

తరువాత కాలంలో పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలాలతోపాటు మరో నాలుగు భౌతిక రాశులును ఉష్ణగతిక ఉష్ణోగ్రత, కాంతి తీవ్ర, విద్యుత్ ప్రవాహం మరియు పదార్థరాశి లను కూడా ప్రాథమిక భౌతిక రాశులుగా పరిగణించారు. ఈ ఏడు రాశులతో పాటు మరో రెండు అనుబంధ రాశులు, సమతల కోణం మరియు ఘనకోణాలని కూడా నిర్వచించారు.

1.4 SI ప్రమాణాల వ్యవస్థ

1971లో జరిగిన తూనికలు-కొలతలకు సంబంధించిన 14వ సాధారణ సమావేశంలో ఏడు ప్రాథమిక ప్రమాణాలను అంగీకరించారు. ఈ ప్రమాణాలే SI ప్రమాణాలు. దీనినే అంతర్జాతీయ ప్రమాణ వ్యవస్థ అంటారు. ఫ్రెంచి భాషలో దీనిని Le Systeme International d'Unites అంటారు. దీనినే మెట్రిక్ విధానం అని కూడా అంటారు. SI ప్రమాణాలు వాటి సంకేతాలు దిగువ పట్టికలో ఇవ్వబడినవి.

పట్టిక - 1.2 : SI ప్రమాణాలలో ప్రాథమిక రాశులు

ప్రాథమిక భౌతికరాశి	ప్రమాణం	ప్రమాణ సంకేతం
పొడవు	మీటరు	m
ద్రవ్యరాశి	కిలోగ్రామ్	kg
కాలం	సెకను	s
విద్యుత్ ప్రవాహం	ఆంపియర్	A
ఉష్ణగతిక ఉష్ణోగ్రత	కెల్విన్	K
కాంతి తీవ్రత	కేండిలా	cd
పదార్థరాశి	మోల్	mol
సమతల కోణం	రేడియన్	rad
ఘనకోణం	స్టెరేడియన్	sr

SI పద్ధతి అంటే మెట్రిక్ పద్ధతే. వీటిని ఉపయోగించడం తేలిక. భౌతికరాశుల కొలతలు అత్యల్పంగాను లేదా అత్యధికంగాను ఉన్నప్పుడు ఆ భౌతికరాశి ప్రమాణాలకు పూర్వలగ్నాన్ని (Prefix) చేర్చుతారు. SI ప్రమాణాల గుణాంకాలు, ఉపగుణాంకాలుగా తెలిపేందుకు వాడే పూర్వలగ్నాలను పట్టిక 1.3లో ఇవ్వడం జరిగింది.

పట్టిక - 1.3 : పది ఘాతాంకాలకు పూర్వలగ్నాలు

పది ఘాతాంకము (Power of ten)	పూర్వలగ్నం (Prefix)	సంకేతం (Symbol)	ఉదాహరణ (Example)
10^{-18}	ఆటో	a	ఆటోమీటరు (am)
10^{-15}	ఫెమ్టో	f	ఫెమ్టోమీటరు (fm)
10^{-12}	పైకో	p	పైకోఫారడ్(pF)
10^{-9}	నానో	n	నానోమీటరు (nm)
10^{-6}	మైక్రో	m	మైక్రాన్ (mm)
10^{-3}	మిల్లీ	m	మిల్లీగ్రాము (mg)
10^{-2}	సెంటీ	c	సెంటీమీటరు (cm)
10^{-1}	డెసీ	d	డెసీమీటరు (dm)
10^{1}	డెకా	Da	డెకాగ్రాము (Dag)
10^{2}	హెక్టా	H	హెక్టామీటరు (Hm)
10^{3}	కిలో	K	కిలోగ్రాము (Kg)
10^{6}	మెగా	M	మెగావాట్ (MW)
10^{9}	గిగా	G	గిగాహెర్ట్జ్ (GHz)
10^{12}	టెరా	T	టెరాహెర్ట్జ్ (THz)
10^{15}	పీటా	P	పీటాకిలోగ్రాము (Pkg)
10^{18}	ఎక్సా	E	ఎక్సాకిలోగ్రాము (Ekg)

పట్టిక - 1.4 : కొన్ని ద్రవ్యరాశుల పరిణామక్రమం

ద్రవ్యరాశి	కిలోగ్రాము (Kg)
ఎలక్ట్రాన్	10^{-30}
ప్రోటాన్	10^{-27}
ఎమినో ఆమ్లం	10^{-25}
హిమోగ్లోబిన్	10^{-22}
ఫ్లూ వైరస్	10^{-19}
జయంట్ అమిబా	10^{-8}
వర్షపు బిందువు	10^{-6}
చీమ	10^{-2}
మనిషి	10^{2}
శని 5 రాకెట్	10^{6}
పిరమిడ్	10^{10}
భూమి	10^{24}
సూర్యుడు	10^{30}
పాలపుంత	10^{41}
విశ్వం	10^{55}

పట్టిక - 1.5 : కొన్ని పొడవుల పరిమాణ క్రమం

పొడవు	Magnitude (మీ)
ప్రోటాన్ వ్యాసార్ధం	10^{-15}
పరమాణు వ్యాసార్ధం	10^{-10}
వైరస్ వ్యాసార్ధం	10^{-7}
జయంట్ అమీబా వ్యాసార్ధం	10^{-4}
వాల్‌నట్ (అక్రోటు చెట్టు కాయ) వ్యాసార్ధం	10^{-2}
అతి ఎత్తుగా ఉండే పర్వతం ఎత్తు	10^{4}
భూ వ్యాసార్ధం	10^{7}
సూర్యుని వ్యాసార్ధం	10^{9}
సూర్యునికి - భూమికి దూరం	10^{11}
సౌర వ్యవస్థ వ్యాసార్ధం	10^{13}
సమీప నక్షత్రానికి దూరం	10^{16}
పాలపుంత (గెలాక్సీ) వ్యాసార్ధం	10^{21}
దృశ్యవిశ్వం వ్యాసార్ధం	10^{26}

పట్టిక - 1.6 : కొన్ని కాలవ్యవధుల వరస పరిమాణం

కాల వ్యవధి	సెకన్లు
పరమాణు కేంద్రకాన్ని కాంతి దాటేందుకు పట్టేకాలం	10^{-23}
దృశాకాంతి కాలం	10^{-15}
సూక్ష్మతరంగాల కాలం	10^{-10}
మ్యుయాన్ అర్ధ జీవితకాలం	10^{-6}
అత్యధిక శ్రావ్య ధ్వని కాలం	10^{-4}
మనిషి గుండె చప్పుడు కాలం	10^{0}
స్వేచ్ఛా న్యూట్రాన్ అర్ధాయుష్షు	10^{3}
భూభ్రమణ కాలం (రోజు)	10^{5}
భూమి వృత్తాకార భ్రమణ కాలం (సంవత్సరం)	10^{7}
మనిషి జీవిత కాలం	10^{9}
ప్లూటొనియం - 239 అర్ధాయుష్షు	10^{12}
పర్వత శ్రేణుల జీవిత కాలం	10^{15}
భూమి వయస్సు	10^{17}
విశ్వం వయస్సు	10^{18}

1.4.1 ద్రవ్యరాశి, పొడవు, కాలముల ప్రామాణికత

SI పద్ధతిలో ప్రమాణాలను ఉపయోగించాలని నిర్ణయించుకున్నాం. అందుచేత ఈ ప్రమాణాలలో కొలిచేందుకు వాటి ప్రామాణికతను నిర్ణయించుకోవాలి. అందుకే ద్రవ్యరాశి, పొడవు, కాలముల యొక్క ప్రామాణికతలను నిర్వచించుకోవాలి.

ద్రవ్యరాశి: ద్రవ్యరాశి యొక్క SI ప్రమాణం కిలోగ్రాము 1887లో ఈ ప్రామాణిక కిలోగ్రాము నిర్ణయించబడినది. ఫ్రాన్స్ దేశంలో పారిస్ సమీపంలో Sevres వద్ద అంతర్జాతీయ తూనికలు - కొలతలు సంస్థవారు ఉంచిన ప్లాటినమ్-ఇరిడియమ్ మిశ్రధాతు లోహపు (90% Pt మరియు 10% Ir alloy), నమూనా ముద్ద ద్రవ్యరాశే ఈ ప్రమాణం.

ఇటువంటి ఈ మిశ్రమధాతు లోహపు ముద్దలను ప్రపంచ వ్యాప్తంగా అన్నిదేశాలవారికి పంపిణి చేశారు.

పటం. 1.1
కిలోగ్రాము నమూనా

మన భారత దేశంలో, జాతీయ నమూనా కిలోగ్రాము నెంబరు 57. దీనిని న్యూఢిల్లీలోని నేషనల్ ఫిజికల్ లేబరేటరీలో ఉంచారు. (పటం 1.1.).

పొడవు: పొడవుకు SI ప్రమాణం మీటరు. దీనికి కాంతి వేగ పరిభాషలో నిర్వచనాన్ని ఇచ్చారు. ఈ నిర్వచనాన్నే ప్రస్తుతం ప్రామాణికంగా తీసుకోవడమైంది.

ఒక సెకను కాలంలో శూన్యంలో కాంతి ప్రయాణం చేసిన దూరంలో 299 792 458 వంతు దూరం ఒక మీటరు.

శూన్యంలో కాంతి 299 792 458 ms^{-1} వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది అనే విషయం ప్రాతిపదికగా మీటరును నిర్వచించారు.

కాలం : కాలానికి SI ప్రమాణం సెకను. సీసియమ్ - 133 (^{133}Cs) పరమాణువులో భూస్థితిలోని రెండు అతి సున్నిత స్థాయిల మధ్య సంక్రమణం జరిగినపుడు ఉద్గారమయ్యే వికిరణం ఆవర్తన కాలానికి 9192 631 770 రెట్ల కాలాన్ని ఒక సెకను అని నిర్వచించారు.

సెకను నిర్వచనం పరమాణు గడియారాన్ని అభివృద్ధిపరచడంలో సహాయపడింది. భారతదేశంలో నేషనల్ ఫిజికల్ లేబరేటరీలో ఉంచబడిన సీసియమ్ పరమాణు గడియారంకు అనిశ్చత $\pm 1 \times 10^{-12}$ s ఉంటుంది. అంటే ఇది ఒక సెకను కాల వ్యవధిలో ఒక పికో సెకను ($\pm 1 \times 10^{-12}$ s) కచ్చితత్వంతో ఉంటుంది.

ఇప్పుడు 10^{15} లో 5 భాగాలు అనిశ్చిత గల గడియారాలు అభివృద్ధిపరచారు. అంటే ఈ గడియారం 10^{15} సెకనుల కాలం పనిచేస్తే, అది 5 సెకనులు హెచ్చు లేదా తగ్గుదలకు గురికావచ్చు. 10^{15} సెకనులను సంవత్సరాల్లోకి మార్చుచేసి తెలుసుకుంటే ఆశ్చర్యకరమైన ఫలితాలు మీకు తెలుస్తాయి. ఈ గడియారం 6 మిలియన్ల సంవత్సరాలు పనిచేస్తే అప్పుడు అది ఒక సెకను ఎక్కువ లేదా తక్కువ తిరగవచ్చు. అంతే కాదు నిరంతరం దీని కచ్చితత్వం మరింత పెరిగేందుకు పరిశోధనలు చేస్తున్నారు. చివరకు 10^{18} సెకనులు పనిచేసే గడియారం 1 సెకను ఎక్కువ లేదా తక్కువ తిరిగే విధంగా తయారవుతుందని మనం ఆశించవచ్చు.

ఈ సాంకేతిక విజయం మీకు అవగాహన అయ్యేందుకు ఈ విషయం తెలుసుకోండి. విశ్వ ఆవిర్భావ సమయంలో, అంటే బిగ్ బ్యాంగ్ సంఘటన సమయంలో ఈ గడియారం పనిచేయడం ప్రారంభించిందనుకొందాం, ఇప్పటికి అది **ఒక సెకను ఎక్కువ** లేదా **తక్కువ** చూపిస్తూ తిరుగుతూ ఉంటుందని అర్థం.

1.5 కొలిచే పరికరాల యదార్థత, కచ్చితత్వం - కొలతల్లో దోషాలు

కొలతలు భౌతిక పరిమాణం యొక్క సంఖ్య విలువలు. భౌతిక పరిమాణాలను కొలుచుటకు అనేక పరికరాలను వాడతారు. కొలత అనేది వాడుతున్న పరికరం, ప్రయోగ విధానం, పర్యావరణ ప్రభావం మరియు పరికరాన్ని ఉపయోగించే వ్యక్తి యొక్క నైపుణ్యం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. ఏపరికరంతో నైనా తీసుకునే ప్రతికొలతలోను కొంత అనిశ్చితత్వం ఉంటుంది. ఈ అనిశ్చితత్వాన్నే దోషం (error) అంటారు. కొలత యొక్క విశ్వశనీయత ఫలితం యొక్క కచ్చితత్వంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. కొలిచిన విలువ నిజవిలువకు దగ్గరగా ఉంటే దానిని యదార్థ విలువ అంటారు. భౌతిక రాశిని పదేపదే కొలిచినప్పుడు కొలిచిన విలువల సాన్నిహిత్యం యొక్క భావనను కచ్చితత్వం అంటారు.

యదార్థత : కొలిచిన విలువ, నిజవిలువకు దగ్గరగా ఉంటే దానిని యదార్థ విలువగా నిర్వచిస్తాం.

కచ్చితత్వం : భౌతిక రాశిని ఏదైనా పరికరంలో పదేపదే కొలచినప్పుడు కొలచిన విలువల సాన్నిహిత్యం యొక్క భావనను కచ్చితత్వం అంటారు.

దోషం : తప్పులు లేకుండా చేసిన కొలతలో యదార్థత మరియు కచ్చితత్వం లేకపోవడాన్ని దోషం అంటారు.

1.6 దోషాల రకాలు

కొలతలో ఎదురయ్యే దోషాలను స్థూలంగా క్రమదోషాలు (Systematic errors) మరియు యాదృచ్ఛిక దోషాలు (Random errors) గా వర్గీకరించవచ్చు.

1.6.1 క్రమదోషాలు

ఖచ్చితమైన కారణం మరియు ఒక నిర్థిష్టమైన నియమాన్ని అనుసరించే దోషాన్ని క్రమదోషం అంటారు. ఉదాహరణకి పరికరం వల్ల కలిగే దోషాలు సిద్ధాంత దోషాలు మరియు వ్యక్తిగత లేదా పారలాక్స్‌దోషాలను క్రమదోషాలుగా పరిగణించవచ్చు.

పరికరం వల్ల కలిగే దోషాలు : అసమగ్ర రూపకల్పన లేదా పరికరాన్ని అసమగ్రంగా క్రమాంకనం చేయడం వల్ల ఉత్పన్నమయ్యే దోషాలను పరికరం వల్ల కలిగే దోషాలు అంటారు. శ్రేష్ఠమైన పరికరాలను ఉపయోగించడం, అవసరమైనప్పుడు శూన్యాంశ సవరణ చేయడం ద్వారా క్రమదోషాలను సాధ్యమైనంత మేరకు సవరణ చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు స్క్రూగేజీలో శూన్యాంశ + 0.04mm ఉంటుంది. పరిశీలన కోసం శూన్యాంశ – 0.04 అవుతుంది. ఈ స్క్రూగేజిని ఉపయోగించి ఒక తీగ వ్యాసం

10.04 mm గా కొలవబడింది. సవరణ తర్వాత దాని విలువ 10.04 – 0.04 = 10.00 mm. అవుతుంది. ఈ పరికరాన్ని వాడి కొలిచే ప్రతికొలతలోను ఈ దోషం +0.04 mm ఉత్పన్నమవుతుంది.

సైద్ధాంతిక లోపం: సూత్రాన్ని పొందడంలో ఉజ్జాయింపులు కారణంగా కలిగే దోషాలను సైద్ధాంతిక దోషాలు అంటారు. ఉదాహరణకి, లఘులోలకం ఆవర్తన కాలాన్ని కొలిచేటప్పుడు θ విలువ తక్కువగా ఉంటే $\sin\theta \approx \theta$ గా పరిగణిస్తారు. కంపనపరిమితి 3° అయితే ఆవర్తన కాలంలో దోషం 0.02% ఉంటుంది. కంపనపరిమితి పెరిగితే దోషం కూడా పెరుగుతుంది. కనుక కంపన పరిమితిని తగ్గించడం ద్వారా దోషాన్ని కనిష్ఠ పరచవచ్చు.

వ్యక్తిగత దోషం : మానవ ఇంద్రియాల పరిమితుల కారణంగా పరిశీలనలను తీసుకొనడంలో కలిగే లోపాలను వ్యక్తిగత దోషం అంటారు. ఉదాహరణకు పరిశీలకుడు రీడింగు తీసుకునేటప్పుడు తన దృష్టిని వంపుగా ఉంచడం ద్వారా గమనించిన విలువలను అధిక లేదా తక్కువగా చదువవచ్చు. ఇటువంటి లోపాన్ని పారలాక్స్ (parallax) లోపం అని కూడా అంటారు.

1.6.2 యాదృచ్ఛిక దోషాలు (Random Errors)

భౌతికరాశిని ప్రభావితం చేసే అనియంత్రిత అవాంతరాల వల్ల క్రమరహితంగా ఏర్పడే లోపాలను యాదృచ్ఛిక దోషాలు అంటారు. ఉదాహరణకు తీగలలో వోల్టేజిలో మార్పు కారణంగా విద్యుత్ పరికరాల రీడింగులో వచ్చే దోషాలు, స్క్రూగేజి, స్ఫెరామీటరు మరియు చలన సూక్ష్మదర్శినిలలో ఉండే బ్యాక్‌లాష్ లోపాలు మొదలైనవి యాదృచ్ఛిక దోషాలు. పరిశీలనలను అనేకసార్లు పునరావృతం చేస్తూ అన్ని పరిశీలనల అంకమధ్యమాన్ని తీసుకోవడం వంటి వాటితో ఈ దోషాలను తగ్గించవచ్చు.

1.7 పరమదోషం, సాపేక్షదోషం మరియు దోషశాతం

1.7.1 పరమదోషం

అనేక కొలతల్లో పొందిన విలువలు వరుసగా $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ అనుకోండి. ఈ విలువల అంకమాధ్యమాన్ని (a_m) రాశికి సాధ్యమయ్యే నిజవిలువగా పరిగణిస్తారు.

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}$$

భౌతికరాశి నిజవిలువకు, వ్యక్తిగత కొలతకు వచ్చే విలువకు మధ్యగల తేడాని ఆ కొలతలోని పరమదోషం అంటారు. ఇది ధనాత్మకము లేదా ఋణాత్మకం కావచ్చు. దీనిని Δa తో సూచిస్తారు.

$$\Delta a_1 = a_m - a_1$$
$$\Delta a_2 = a_m - a_2$$
$$\Delta a_3 = a_m - a_3$$

....

....

$$\Delta a_n = a_m - a_n$$

1.7.2. మధ్యమ పరమదోషం

అన్ని పరమదోషాల అంకమధ్యమాన్ని భౌతికరాశి *a* యొక్క మధ్యమ పరమదోషంగా తీసుకుంటారు. దీనిని $\Delta a_{\text{మధ్యమం}}$ తో సూచిస్తారు.

$$\Delta a_{\text{మధ్యమం}} = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + ...+|\Delta a_n|}{n}$$

కొలత యొక్క తుదిఫలితం $a = a_m \pm \Delta a_{\text{మధ్యమం}}$.

సాపేక్షదోషం: మధ్యమపరమదోషానికి ($\Delta a_{\text{మధ్యమం}}$) భౌతికరాశికి ఉండే సగటు విలువ (a_m)కు ఉండే నిష్పత్తిని సాపేక్షదోషం అంటారు. దీనిని δa తో సూచిస్తారు.

$$\delta a = \frac{\Delta a_{\text{మధ్యమం}}}{a_m}$$

1.7.3 దోష శాతం

సాపేక్ష దోషాన్ని శాతంలో వ్యక్తం చేస్తే దాన్ని దోషశాతం అంటారు.

$$\text{దోషశాతం} = \frac{\Delta a_{\text{మధ్యమం}}}{a_m} \times 100$$

ఉదాహరణ 1.1

వరస కొలతలలో లఘులోలకం డోలనావర్తన కాలం రీడింగులు **2.63, 2.56, 2.42, 2.71** మరియు **2.80** అయితే పరమదోషం, మధ్యమ పరమదోషం, సాపేక్ష దోషం మరియు దోషశాతాలను లెక్కించండి.

సాధన : లోలక సగటు డోలనా వర్తన కాలం

$$a_m = \frac{2.63 + 2.56 + 2.42 + 2.71 + 2.80}{5}$$

$$a_m = \frac{13.12}{5} = 2.624\,s$$

పరమదోషాలు : $\Delta a_1 = 2.62 - 2.63 = -0.01$ s

$\Delta a_2 = 2.62 - 2.56 = 0.06$ s

$\Delta a_3 = 2.62 - 2.42 = 0.20$ s

$\Delta a_4 = 2.62 - 2.71 = -0.09$ s

$$\Delta a_5 = 2.62 - 2.80 = -0.18 \text{ s}$$

మధ్యమ పరమ దోషం : $\Delta a_{\text{మధ్యమం}} = \dfrac{|-0.01| + |0.06| + |0.20| + |-0.09| + |-0.18|}{5}$

$$\Delta a_{\text{మధ్యమం}} = \frac{0.54}{5} = 0.108\text{s} = 0.11$$

సాపేక్ష దోషం : $\delta a = \dfrac{\Delta a_{\text{మధ్యమం}}}{a_m} = \dfrac{0.11}{2.62} = 0.04198 = 0.04$

దోషశాతం $= \dfrac{\Delta a_{\text{మధ్యమం}}}{a_m} \times 100 = 0.04 \times 100 = 4\%$

1.8 దోషాల సంయోగం

అనేక కొలతలతో కూడిన ప్రయోగాన్ని మనం చేసినప్పుడు అన్ని కొలతలలోని దోషాలను ఎలా సంయోగం చేయాలో కూడా తెలుసుకుందాం. ఉదాహరణకు పదార్థ ద్రవ్యరాశిని దాని ఘనపరిమాణంతో భాగించడం ద్వారా సాంద్రతను పొందుతాం. ఆ వస్తువు ద్రవ్యరాశిని మరియు ఘనపరిమాణాన్ని కొలవడంలో దోషాలు ఉన్నాయని అనుకుంటే సాంద్రతలో ఎంత దోషం ఏర్పడుతుందో తెలుసుకోవచ్చు. ఇలాంటి అంచనాను కట్టేందుకు వివిధ గణితప్రక్రియల్లో దోషాలను ఎలా సంయోగం చెందుతాయో తెలుసుకుందాం.

కూడికకు చెందిన దోషం

a, b లు రెండు భౌతిక రాశుల కొలతలు అయితే వాటి మొత్తం $x = a + b$ అనుకుందాం.

$\Delta a \rightarrow$ a కొలతలో పరమదోషం

$\Delta b \rightarrow$ b కొలతలో పరమ దోషం

$\Delta x \rightarrow$ x కొలతలో పరమదోషం

అయితే,

$$x + \Delta x = (a \pm \Delta a) + (b \pm \Delta b)$$
$$x + \Delta x = a + b \pm \Delta a \pm \Delta b$$
$$\Delta x = \pm (\Delta a + \Delta b)$$

x కొలతలో గరిష్ఠంగా కలిగే దోషం

$$\Delta x = \Delta a + \Delta b$$

తీసివేతకు చెందిన దోషం

$x = a - b$ అనుకొంటే

$$x \pm \Delta x = (a \pm \Delta a) - (b \pm \Delta b)$$
$$x \pm \Delta x = a \pm \Delta a - b \pm \Delta b$$
$$x \pm \Delta x = (a - b) \pm (\Delta a \pm \Delta b)$$
$$\Delta x = \Delta a + \Delta b$$

కావున నియమం ఏమిటంటే రెండు రాశులను కూడినప్పుడు గాని, తీసివేసినప్పుడు గాని వచ్చే తుది ఫలితంలోని పరమదోషం అనేది ఆ రెండు వైయుక్తిక (individual) రాశుల్లోని పరమదోషాల మొత్తానికి సమానం.

గుణకారానికి చెందిన దోషం

$x = ab$ అనుకుంటే

$$x \pm \Delta x = (a \pm \Delta a)(b \pm \Delta b)$$

$$x\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right) = ab\left(1 \pm \frac{\Delta a}{a}\right)\left(1 \pm \frac{\Delta b}{b}\right)$$

$$1 \pm \frac{\Delta x}{x} = 1 \pm \frac{\Delta a}{a} \pm \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta a}{a}\frac{\Delta b}{b}$$

$\frac{\Delta a}{a}\frac{\Delta b}{b}$ విలువ చాలా తక్కువ. కావున వదిలి వేయవచ్చును.

$$\pm \frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{\Delta a}{a} \pm \frac{\Delta b}{b}$$

కావున x లో గరిష్ఠ సాపేక్ష దోషం $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

ఇదేవిధంగా భాగాహారం విషయంలో కూడా నిజమని సులువుగా నిర్ధారించగలము.

నియమం : రెండు రాశులను గుణించి లేదా భాగహరించినప్పుడు వచ్చే ఫలితంలోని సాపేక్ష దోషం ఆ గుణిజాల్లోని సాపేక్ష దోషాల మొత్తానికి సమానం.

1.9 సార్థక సంఖ్యలు

పైన చర్చించిన విధంగా ప్రతికొలత లోను దోషం ఉంటుంది. కాబట్టి కొలత యొక్క ఫలితాన్ని కొలత యొక్క ఖచ్చితత్వాన్ని సూచించే విధంగా నమోదు చేయాల్సి ఉంటుంది. సాధారణంగా ఒక కొలత యొక్క నమోదు చేసిన విలువ ఒక సంఖ్య. ఈ సంఖ్యలో నమ్మదగినదనిపించే అంకెలతో పాటు, అనిశ్చిత మనిపించే మొదటి అంకె కూడా చేరి ఉంటాయి. ఈ నమ్మదగిన అంకెలతో పాటు మొదటి అనిశ్చిత అంకెను కలిపి సార్థక అంకెలు లేదా సార్థక సంఖ్యలు అంటారు. ఉదాహరణకు ఒక గీత యొక్క పొడవు 6.82 అయితే 6 మరియు 8 అంకెలు నమ్మదగినవి కాగా, 2 అనిశ్చితత్వాన్ని కలిగి ఉంటుంది. అంటే కొలిచిన విలువ మూడు సార్థక

సంఖ్యలను కలిగి ఉంటుంది. అలాగే ఒక వస్తువు పొడవు 647.5 cm గా నమోదు చేస్తే, దీనిలో సార్ధక సంఖ్యలు నాలుగు. వీటిలో 6, 4, 7 అంకెలు నిశ్చితత్వాన్ని కలిగి ఉంటే 5 అనిశ్చితిని కలిగి ఉంటుంది.

1.9.1 సార్ధక సంఖ్యల్లోని అంకెలును లెక్కించడానికి నియమాలు

i. శూన్యేతర సంఖ్యలన్నీ సార్ధక సంఖ్యలే. ఉదాహరణకి 315.58 లో 5 సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

ii. రెండు శూన్యేతర అంకెల మధ్య, దశాంశ బిందువు ఎక్కడ ఉన్నా కూడా, ఉండే సున్నాలన్నీ సార్ధక సంఖ్యలే. ఉదాహరణకి 5300405.003 లో 10 సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

iii. దశాంశ బిందువు కలిగి ఉండే సంఖ్యలు చివరి సున్నాలు సార్ధక సంఖ్యలు అవుతాయి. ఉదాహరణకి 50.00 లో 4 మరియు 7.40 లో 3 సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

iv. దశాంశ బిందువు లేని సంఖ్య విషయంలో శూన్యేతర అంకె తరువాత ఉండే చివరి సున్నాలు సార్ధక సంఖ్యలు కావు. 5000 సంఖ్య ఒకే ఒక సార్ధక సంఖ్యను కలిగి ఉంది. దశాంశ బిందువు ఉన్న సంఖ్యలో చివరి సున్నాలు సార్ధక సంఖ్యలు అవుతాయి. ఉదాహరణకి 3.500 సంఖ్యలో 4 సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

v. ఇచ్చిన సంఖ్య విలువ ఒకటి కంటే తక్కువైనప్పుడు దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున ఉండే మొదట శూన్యేతర అంకెకు ఎడమవైపున ఉండే సున్నాలు ఏవీ సార్ధక సంఖ్యలు కావు. ఉదాహరణకి $\underline{0}.\underline{0}\,\underline{0}\,72$ మరియు $\underline{0}\,.\,\underline{0}\,\underline{0}\,\underline{0}\,\underline{0}72$ లలో కింద గీత ఉండే సున్నాలు సార్ధక సంఖ్యలు కావు. పై అంకెల్లో రెండు సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

vi. సార్ధక సంఖ్యలను నిర్ణయించడంలో 10 యొక్క ఘాతాలను సార్ధక సంఖ్యలుగా పరిగణించము. ఉదాహరణకి 1.4×10^7 లో రెండు సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

vii. కొలతకు ఉపయోగించే భిన్న ప్రమాణాలను మార్చినప్పటికి సార్ధక సంఖ్యలోని అంకెలు మారవు. ఉదాహరణకి ఒక వస్తువు కొలత 348.6 cm అయితే, 4 సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నాయి. ఇదే కొలతను 3.486 m. రాసినప్పుడు కూడా నాలుగు సార్ధక సంఖ్యలే ఉంటాయి.

1.9.2 కొలతలో సార్ధక సంఖ్యల ప్రాముఖ్యత

సార్ధక సంఖ్యలు కొలత ఖచ్చితత్వాన్ని సూచిస్తాయి. కొలతకుండే ఖచ్చితత్వం దానికి ఉపయోగించిన పరికరం కనీసపు కొలతపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఒక నాణం వ్యాసం 2 cm. ఒక విద్యార్థి మీటరు స్కేలు వాడి కొలిస్తే 2.0 cm గా రాస్తాడు. (ఎందుకంటే మీటరు స్కేలు 0.1 cm వరకే కొలవగలదు).

అదే వెర్నియరు కాలిపర్సుతో కొలిస్తే 2.00 cm అంటే 3 సార్ధక సంఖ్య వరకు రాయగలం. (ఎందుకంటే వెర్నియరు కనీసపు కొలత 0.01 cm కాబట్టి) అదే స్క్రూగేజితో కొలిస్తే 2.000 cm అంటే 4 సార్ధక సంఖ్యల వరకు రాయగలం. (స్క్రూగేజి కనీసపు కొలత 0.001 cm కదా)

1.9.3 అనిశ్చిత అంకెల సవరణకు నియమాలు

(i) చివరి సార్థక అంకెకు, తరువాత ఉండే అంకె 5 కంటే తక్కువగా ఉంటే చివరి సార్థక అంకెను మార్చకుండా వదిలి వేయాలి. ఉదాహరణకి $x = 7.82$ ను రెండు సార్థక సంఖ్యల వరకు సవరిస్తే 7.8గా రాస్తారు.

(ii) ఒకవేళ 5 కంటే ఎక్కువగా ఉంటే దాని ముందున్న అంకెకు 1 కలపాలి. ఈ నియమం ప్రకారం ఉదాహరణకి $x = 6.87$ అయితే 6.9 గా రాస్తారు.

(iii) చివరి సార్థక అంకెకు తరువాత ఉండే అంకె 5 అయి తరువాత శూన్యాంశేతర అంకె ఉంటే చివరి సార్థక అంకెకు 1 కలపాలి. ఉదాహరణకి $x = 16.351$ ని మూడు సార్థక సంఖ్యలకు సవరిస్తే 16.4 గా రాయాలి.

(iv) సార్థకత లేని అంకె 5 లేదా 5 తరువాత సున్న అయి ఉండి, ఒకవేళ ముందున్న అంకె సరిసంఖ్య అయితే సార్థకత లేని అంకెను వదిలేస్తాం. ఉదాహరణకి $x = 3.250$ ని రెండు సార్థక సంఖ్యల వరకు సవరిస్తే 3.2గా రాస్తాం.

(v) ఒకవేళ ముందున్న అంకె బేసి సంఖ్య అయితే దానికి ఒకటి కలపాలి. ఉదాహరణకి $x = 3.750$ ని రెండు సార్థక సంఖ్యలకు సవరిస్తే 3.8 గా రాస్తాం.

1.9.4 సార్థక సంఖ్యలతో జరిపే అంకగణిత ప్రక్రియలకు ఉండే నియమాలు

కూడిక మరియు తీసివేత – ఉదాహరణకు 2.7 m, 3.68 m మరియు 0.486 m. ల సాధారణ కూడిక వల్ల వచ్చే మొత్తం 6.848 m ఇందులోని కనిష్ఠ కచ్ఛితత్వ కొలత గల 2.7 m, ఒకే దశాంశ స్థానం వరకు మాత్రమే సరియైనది కాబట్టి తుదిఫలితాన్ని 6.8 m. గా సవరించాలి.

ఉదాహరణకు 2.65×10^3 cm మరియు 2.63×10^2 cm కూడడానికి ముందు రెండు సంఖ్యల పది యొక్క ఘతాలను సమానం చేయాలి. అప్పుడు ఈ సంఖ్యలు 2.65×10^3 cm మరియు 0.263×10^3 cm. అవుతాయి. కనిష్ఠ ఖచ్ఛితత్వ కొలత గల మొదటి సంఖ్యలో రెండు దశాంశ స్థానాల వరకు మాత్రమే ఉన్నాయి. కాబట్టి

$2.65 \times 10^3\text{cm} + 0.263 \times 10^3 \text{ cm} = 2.91 \times 10^3$ cm. గా రాయవచ్చు.

ఇదే నియమాన్ని తీసివేతకు కూడా వాడాలి.

ఉదాహరణకి 4.6 cm – 2.38 cm = 2.22 cm కి బదులు 2.2 cm గా సవరించాలి.

గుణకారం మరియు భాగాహారం – గుణకారం లేదా బాగాహారంలో వచ్చే, తుదిఫలితం కనిష్ఠ సార్థక సంఖ్యలతో కూడిన వాస్తవ సంఖ్యలో ఎన్ని సార్థక సంఖ్యలు ఉన్నాయో అన్ని సార్థక సంఖ్యలను కలిగి ఉండాలి. ఉదాహరణకి ఒక పళ్ళెం పొడవు 3.003 m మరియు వెడల్పు 2.26 m. సాధారణ గుణకారం వల్ల దాని వైశాల్యం 6.78678 m^2 అవుతుంది. ఈ సంఖ్యలో 6 సార్థక సంఖ్యలు ఉన్నాయి. కాని వీటిలో కనిష్ఠ సార్థక సంఖ్య 2.26 లో 3 సార్థక సంఖ్యలు ఉన్నందున వైశాల్యాన్ని 6.79 m^2 గా సవరించాలి.

మరొక ఉదాహరణ 248.57 ను 56.9 తో భాగాహరిస్తే 4.3685413 గా వస్తుంది. కాని పై నియమం ప్రకారం 4.37 గా సవరించాలి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 1.1

1. ఈ కింది సంఖ్యలలో సార్థక సంఖ్యలు ఎన్ని ఉంటాయో తెలపండి.
   (i) 426.69 (ii) 4200304.002 (iii) 0.3040 (iv) 4050 m (v) 5000
2. ఒక వస్తువు పొడవు 3.486 m అయితే దీనిని సెం.మీలలో చెప్పినప్పుడు (అంటే 348.6 cm) సార్థక సంఖ్య అంకెలలో ఏదైనా మార్పు ఉంటుందా?
3. సూర్యుని ద్రవ్యరాశి 2×10^{30} కి.గ్రా., ప్రోటాన్ ద్రవ్యరాశి 2×10^{-27} కి.గ్రా., సూర్యుడు కేవలం ప్రోటాన్‌లతో తయారయి ఉంటే సూర్యుడిలోని ప్రోటాన్‌ల సంఖ్య ఎంత?
4. గతంలో కాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని యాంగ్‌స్ట్రామ్స్‌లో తెలియచెప్పేవారు. ఒక యాంగ్‌స్ట్రామ్ 10^{-8} cm లకు సమానం. ఇప్పుడు తరంగదైర్ఘ్యాన్ని నానోమీటర్లలో చెబుతున్నారు. ఎన్ని యాంగ్‌స్ట్రామ్స్ ఒక నానోమీటర్ అవుతాయి?
5. ఒక రేడియో కేంద్రం 1370 కిలో హెర్ట్‌జ్‌ల పౌనఃపున్యం వద్ద పనిచేస్తుంది. ఈ పౌనఃపున్యాన్ని గిగా హెర్ట్‌జ్‌లలో చెప్పండి.
6. ఒక డెకామీటరులో ఎన్ని డెసీమీటర్లు గలవు? ఒక గిగా వాట్‌లో ఎన్ని మెగా వాట్‌లు ఉన్నాయి?

ఆల్బర్ట్ అబ్రహమ్ మైకేల్‌సన్ (1852 – 1931)

మైకేల్‌సన్ జర్మన్ – అమెరికన్ భౌతికశాస్త్రవేత్త. ఇతడు ప్రయోగాలు చేయడంలో దిట్ట. అనేక కొత్త విషయాలు కనుక్కొన్నాడు. మోర్లేతో కలసి తాను రూపొందించిన మైకేల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకంతో ఈథర్ పరంగా భూమి తిరిగే వేగాన్ని కనుక్కోవాలని ప్రయత్నించి విఫలుడయ్యాడు. అయితే ఈ ప్రయోగ వైఫల్యం శాస్త్ర ప్రపంచాన్ని ఆలోచనలో పడవేయడం పాత సిద్ధాంతాలపై పునరాలోచించేటట్లు చేయడం జరిగింది. చివరకు భౌతికశాస్త్ర ప్రపంచంలో సరికొత్త ఆవిష్కరణలకు దారి తీసింది.

దూరదర్శనుల పృథఃక్కరణ సామర్థ్యం పెంచేందుకు కొన్ని అదనపు దర్పణాలను జతపరచి కొత్త టెక్నిక్స్ రూపొందించాడు ఇతడు. తన నక్షత్ర వ్యతికరణ మాపకంతో హూక్స్ దూరదర్శిని ఉపయోగించి నక్షత్రాలకు సంబంధించిన ఖచ్చితమైన కొలతలు కొలవగలిగాడు.

1.10 భౌతికరాశుల మితులు

మీరు చదవబోయే అనేక భౌతికరాశులను అయిదు ప్రాథమిక మితులయిన ద్రవ్యరాశి (M), పొడవు (L), కాలం (T), విద్యుత్ ప్రవాహం (I) మరియు ఉష్ణోగ్రత (θ) లలో వ్యక్తపరచవచ్చు. యాంత్రికశాస్త్రంలోని అన్ని భౌతిక రాశులను ద్రవ్యరాశి, పొడవు, కాలాలలో చెప్పవచ్చు. అందుకే ప్రస్తుతం ఈ మూడు మితులతో మన పని పూర్తిచేసుకోగలం. ఈ క్రింది ఉదాహరణలలో భౌతికరాశుల మితులను ఏవిధంగా M, L మరియు Tల ఘాతాంకాలతో ఎలా చెప్పవచ్చునో తెలుస్తుంది.

i. ఘనపరిమాణం తెలియాలంటే పొడవులో 3 కొలతలు కావాలి. అందుకే దానికి పొడవులో 3 మితులు ఉంటాయి (L^3).

ii. సాంద్రత అంటే ద్రవ్యరాశిని ఘనపరిమాణంతో భాగిస్తే వస్తుంది. అందుకే సాంద్రత మితిఫార్ములా ML^{-3}.

iii. ప్రమాణ కాలంలో వస్తువు ప్రయాణించిన దూరం దాని వడి. వడి అంటే పొడవును కాలంతో భాగిస్తే వస్తుంది. అందువల్ల వడి మితి ఫార్ములా LT^{-1}.

iv. ప్రమాణ కాలంలో వేగంలోని మార్పును త్వరణం అంటారు. అంటే పొడవు/ప్రమాణ కాలం/ప్రమాణ కాలం. దీని మితి ఫార్ములా LT^{-2}.

v. ద్రవ్యరాశి, త్వరణాల లబ్ధం బలం అవుతుంది. అందువల్ల బలం యొక్క మితి ఫార్ములా MLT^{-2}. ఈ విధంగానే ఇతర భౌతికరాశుల మితి ఫార్ములాలను కూడా రాయవచ్చు.

భౌతికరాశుల ప్రక్కన ఉండే అంకెలకు మితులపరంగా ఎటువంటి ప్రాముఖ్యత ఉండదని గమనించండి. x యొక్క మితి L అయితే 3x యొక్క మితి కూడా L మాత్రమే అవుతుంది. ద్రవ్యరాశి, వేగాల లబ్ధమయిన ద్రవ్యవేగం మితి ఫార్ములా రాయండి. అదే విధంగా బలం, స్థానభ్రంశాల లబ్ధమయిన పని మితి ఫార్ములా కూడా రాయండి.

మితులు, ప్రమాణాలు ఒకటే కాదని గుర్తుంచుకోండి. ఉదాహరణకు వడిని మీ సె$^{-1}$ (m s^{-1}) లేదా గంటకు కిలోమీటర్లలో కొలవవచ్చు. కాని దాని మితి ఫార్ములా ఎప్పుడూ LT^{-1} మాత్రమే.

ఒక రాశి లేదా కొన్ని రాశుల కలయిక యొక్క మితులను పరీక్షించే ప్రక్రియనే మితి విశ్లేషణ అంటారు. ఈ మితి విశ్లేషణలో ముఖ్యమైన విషయం "ఒక సమీకరణంలో ఇరువైపులా ఉండే ఒకే భౌతికరాశికి తప్పనిసరిగా ఒకే మితులు ఉండాలి."

ఉదాహరణకు $x = p + q$ అనుకుందాం. అప్పుడు p మరియు q లకు x కి ఉండే మితులు మాత్రమే ఉండాలి. సమీకరణాల యదార్థతను పరీక్షించడంలో ఇది సహకరిస్తుంది లేదా సమీకరణాన్ని ఉపయోగించుకుని ఒక రాశి యొక్క మితులు కనుకొనేందుకు కూడా ఇది ఉపయోగపడుతుంది. ఈ దిగువ ఉదాహరణ మితి విశ్లేషణ ఉపయోగాన్ని వివరిస్తుంది.

ఉదాహరణ 1.2 : m ద్రవ్యరాశిగల ఒక కణం యొక్క గతిశక్తి $\frac{1}{2}mv^2$ అని మీకు తెలుసు. దాని స్థితిశక్తి mgh. ఇక్కడ కణం వేగం v, భూమి నుండి కణం h ఎత్తులో ఉంది, g గురుత్వత్వరణం ఈ రెండు సమీకరణాలు ఒకే భౌతికరాశి (శక్తి)ని తెలియచేస్తున్నాయి కాబట్టి వాటి మితి ఫార్ములా ఒకే విధంగా ఉండాలి. ఈ విషయాన్ని ఈ రెండింటికి మితులు రాసి నిరూపిద్దాం.

సాధన:

$\frac{1}{2}mv^2$ యొక్క మితులు $= M(LT^{-1})^2 = ML^2T^{-2}$ (సంఖ్యలకు మితులు ఉండవని నేర్చుకున్నారు) mgh యొక్క మితులు $= MLT^{-2}L = ML^2T^{-2}$ స్పష్టంగా ఈ రెండూ ఒకటే మితి ఫార్ములా కలిగి ఉన్నాయి. అంటే ఈ రెండూ ఒకే భౌతికరాశిని సూచిస్తున్నాయి.

ఒక భౌతికరాశిని ఇతర భౌతికరాశులలో వ్యక్తపరచేందుకు మరొక ఉదాహరణ తీసుకొందాం.

ఉదాహరణ 1.3

సమత్వరణంతో నిశ్చల స్థితి నుండి బయలుదేరిన కారు ప్రయాణం చేసిన దూరం x, కాలం t, త్వరణం a లపై ఆధారపడి ఉంటుందని మన అనుభవం చెబుతుంది. ఇప్పుడు మితి విశ్లేషణ పద్ధతి ద్వారా కారు ప్రయాణంచేసిన దూరానికి ఒక సమీకరణం కనుగొందాం.

సాధన:

x అనేది t యొక్క m వ ఘాతం మీద, a యొక్క nవ ఘాతం మీద ఆధారపడి ఉందనుకొందాం. అంటే మనం ఈ విధంగా రాసుకోవచ్చు.

$$x \propto t^m a^n$$

ఇరువైపులా మితులు రాయగా,

$$L^1 \propto T^m \left(LT^{-2}\right)^n$$

లేదా $$L^1 \propto T^{m-2n} L^n$$

ఇరువైపులా L మరియు T ల ఘాతాలు సరిపోల్చితే మనకు

n = 1, మరియు m = 2. అని వస్తుంది.

అందువల్ల $x \propto t^2a^1$ లేదా $x \propto at^2$ అని వస్తుంది.

ఇంతవరకు మాత్రమే మితి విశ్లేషణతో సాధించగలం. సమీకరణంలో ఉండే సంఖ్యా సంబంధిత అంశాలు ఈ పద్ధతిలో రావు. ఎందుకంటే వాటికి మితులు ఉండవు. ఈ సంఖ్యలు తెలియాలంటే ప్రయోగాలు లేదా సిద్ధాంతం ఆసరాగా చేసుకోవాలి. ఈ సందర్భంలో మనకు తెలిసిన విషయం అనుసరించి

$x = \frac{1}{2}at^2$ అవుతుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 1.2

1. లఘులోలకం ప్రయోగంవల్ల దాని ఆవర్తన కాలం దాని పొడవు (l) మరియు గురుత్వత్వరణం (g) ల మీద ఆధారపడి ఉంటుందని తెలిసింది. మితి విశ్లేషణ విధానం ఉపయోగించి l మరియు g లపై ఆవర్తన కాలం ఏవిధంగా ఆధారపడి ఉంటుందో కనుక్కోండి.
2. r వ్యాసార్ధంగల వర్తులాకార మార్గంలో కదులుతున్న కణాన్ని తీసుకోండి. ఇది v వేగంతో a త్వరణంతో (కేంద్రం వైపు) కదులుతోంది. మితి విశ్లేషణ విధానం అనుసరించి, $a \propto v^2/r$ అనిచూపండి.
3. mv = Ft అనే సమీకరణం మీకు ఇవ్వబడింది. ఇక్కడ m ద్రవ్యరాశి, v వడి. F బలం మరియు t కాలం. ఈ సమీకరణం యదార్థతను మితి విశ్లేషణతో పరీక్షించండి.

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- సార్థక సంఖ్యలు కొలత ఖచ్చితత్వాన్ని సూచిస్తాయి.
- ప్రతి భౌతికరాశి ఏదో ఒక ప్రమాణంలో కొలవబడాలి. దానిని ఆ ప్రమాణంలో చెప్పాలి. విజ్ఞానశాస్త్ర ప్రకటనలకు SI విధానాన్ని ఆమోదించి విశ్వవ్యాప్తంగా అందరూ అనుసరిస్తున్నారు.
- SI పద్ధతిలో ప్రాథమిక రాశులైన ద్రవ్యరాశి, పొడవు, కాలాలకు వరసగా ప్రమాణాలు కిలోగ్రాము, మీటరు మరియు సెకను (kg, m, s) లుగా ఉన్నాయి. ఈ ప్రాథమిక ప్రమాణాలకు తోడుగా ఉత్పన్న ప్రమాణాలు ఉన్నాయి.
- ప్రతి భౌతిక రాశికి మితులు ఉన్నాయి. ఒక సమీకరణం యదార్థతను పరీక్షించేందుకు మితి విశ్లేషణ ఒక మంచి సాధనం.

ముగింపు అభ్యాసం

1. చాలా ఎక్కువ దూరాలు కొలవడానికి ఉపయోగించు ప్రమాణం కాంతి సంవత్సరం. ఇది ఒక సంవత్సర కాలంలో కాంతి ప్రయాణించే దూరానికి సమానం. కాంతి సంవత్సరాన్ని మీటర్లలో చెప్పండి. కాంతి వేగం 3×10^8 m s^{-1} గా తీసుకోండి.

2. ఈ కింది అంకెలలో సార్థక సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయో తెలపండి.

   (a) 5769

   (b) 0.042

   (c) 0.08420

   (d) 6.033

   (e) 3.56×10^8

3. రెండు కఱ్ఱల పొడవులు వరసగా 12.132 cm మరియు 12.4 cm. (a) ఈ కఱ్ఱలను ఒకదాని చివర మరొక దాని చివరకు తాకునట్లు అమర్చితే మొత్తం పొడవు ఎంత? (b) రెండింటిని ఒకదాని పక్క మరొకటి అమర్చితే పొడవులో వ్యత్యాసం ఎంత?

4. ఒక కణం u తొలి వేగంతో బయలుదేరింది. t కాల వ్యవధిలో అది a త్వరణంతో ప్రయాణం చేసిన దూరం $s = ut + \frac{1}{2}at^2$. ఈ సమీకరణం యదార్థతను మితి విశ్లేషణా పద్ధతిలో పరీక్షించండి.

5. న్యూటన్ గురుత్వాకర్షణ నియమం ప్రకారం m_1 మరియు m_2 ద్రవ్యరాశులు గల రెండు కణాలు r దూరంలో ఉన్నప్పుడు వాటి మధ్య ఉండే బల పరిమాణం $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ అవుతుంది. ఇక్కడ G అనేది విశ్వగురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం. దీని మితులు కనుక్కోండి.

6. కొలతలలో వచ్చే వివిధ రకాల దోషాలు ఏవి? వివరించండి.

7. ప్రాథమిక మరియు ఉత్పన్న ప్రమాణాల మధ్య తేడాలను తెలపండి.

8. కొలతను సూచించే అంకెలో సార్థక సంఖ్యలు అంటే ఏమిటి?

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

1.1

1. (i) 5 (ii) 10 (iii) 4 (iv) 4 (v) 1

2. మార్పు ఉండదు. రెండు సందర్భాలలో సార్థక సంఖ్యల అంకె 4

3. సూర్యుని ద్రవ్యరాశి $= 2 \times 10^{30}$ kg; ప్రోటాన్ ద్రవ్యరాశి : 2×10^{-27} kg;

   సూర్యునిలోని ప్రోటాన్‌ల సంఖ్య : $\frac{2 \times 10^{30}}{2 \times 10^{-27}} = 10^{57}$

4. 1 యాంగ్ స్ట్రామ్ ($\mathring{A}$) = 10^{-8} cm = 10^{-10} m

1 నానో మీటరు (nm) = 10^{-9} m

$\therefore$ 1 nm/1 యాంగ్ స్ట్రామ్ = 10^{-9} m/10^{-10} m = 10. అందువల్ల 1 nm = 10 $\mathring{A}$

5. 1370 kHz = 1370 × 10^3 Hz = (1370 × 10^3) /10^9 GHz = 1.370 × 10^{-3} GHz

6. 1 డెకా మీటరు (dam) = 10 m, 1 డెసీ మీటరు (dm) = 10^{-1} m;

$\therefore$ 1 dam =100 dm

1 MW= 10^6 W

1 GW = 10^9 W

1 GW = 10^3 MW

1.2

1. పొడవు మితి = L; కాలం మితి = T; g మితి = LT^{-2}

ఆవర్తన కాలం $t \propto l^\alpha$ మరియు $t \propto g^\beta$ అనుకుందాం

$\therefore t \propto l^\alpha . \; g^\beta$

ఇరువైపులా మితులు రాయగా

$T = L^\alpha (LT^{-2})^\beta = L^{\alpha + \beta} T^{-2\beta}$

L మరియు T ల ఘాతాలు ఇరువైపులా సమానం చేయగా

$\alpha + \beta = 0,\ 2\beta = -1 \Rightarrow \beta = -1/2$ మరియు $\alpha = ½$

$\therefore t \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$

2. a యొక్క మితి = LT^{-2}; v యొక్క మితి = LT^{-1}; r యొక్క మితి = L

$a \propto v^\alpha$ మరియు $a \propto r^\beta$ అనుకుందాం.

అంటే $a \propto v^\alpha r^\beta$

మితుల ప్రకారం

$LT^{-2} = (LT^{-1})^\alpha L^\beta = L^{\alpha + \beta} T^{-\alpha}$

L మరియు T ల ఘాతాలు ఇరువైపుల సమానం చేయగా

$$\alpha + \beta = 1, \alpha = 2 \text{ మరియు } \beta = -1$$

అందువల్ల $a \propto v^2 r^{-1}$ అంటే $a \propto v^2/r$

3. mv యొక్క మితులు = MLT^{-1}; Ft యొక్క మితులు = $MLT^{-2}\ T^1 = MLT^{-1}$;

ఇరువైపులా మితులు సమానంగా ఉన్నాయి. అందువల్ల సమీకరణం, మితుల పరంగా ఒప్పుగానే ఉంటుంది.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

1. 1 కాంతి సంవత్సరం = $9{,}4673 \times 10^{15}$ m
2. (a) 4 (b) 2 (c) 4 (d) 4 (e) 3
3. (a) 24.5 cm (b) 0.3 cm

2

సరళరేఖా చలనం

పరిచయం

విశ్వంలో కొన్ని వస్తువులు నిశ్చలంగా ఉన్నా, చలించే వస్తువులను మనం చాలానే గమనిస్తుంటాము. ఉదాహరణకు మానవులు, జంతువులు వాహనాలు లాంటివి నేల మీద చలిస్తూ ఉండటం చూస్తుంటాము. చేపలు, కప్పలు ఇతర జలచర జంతువులు నీటిలో చలిస్తాయి. పక్షులు, విమానాలు గాలిలో కదులుతూ ఉంటాయి. మనం నివసిస్తున్న భూమి కూడా తన అక్షం గుండా తన చుట్టూ తాను తిరుగుతూ, సంవత్సరానికి ఒకసారి సూర్యుని చుట్టూ భ్రమణం చేస్తూ ఉంటుంది. అంటే మనం నిరంతరం స్థిర చలనం గల ప్రపంచంలో నివసిస్తున్నామనే విషయం స్పష్టమవుతోంది. కావున మన చుట్టూ ఉండే భౌతిక ప్రపంచం అర్థం చేసుకోవాలంటే, చలనంపై అధ్యయనం తప్పని సరిగా చేయాలి. కాలానుగుణంగా ఒక వస్తువు స్థానంలో కలిగే మార్పే గమనం. చలనం, సరళరేఖ వెంబడి (1D), తలం వెంబడి (2D) లేదా ప్రాదేశికం వెంబడి (3D) ఉండవచ్చు. వస్తు చలనం ఒకే దిశలో ఉంటే, దాన్ని సరళరేఖ వెంబడి చలనం అంటారు. తిన్నని రోడ్డుపై చలించే బస్సు, సరళంగా ఉన్న పట్టాలపై వెళుతున్న రైలు, స్వేచ్ఛగా కిందికి పడుచున్న వస్తువు, చలించే లిఫ్ట్ మొదలగునవి ఉదాహరణలుగా పేర్కొనవచ్చు.

ఈ పాఠంలో మీరు సరళరేఖ వెంబడి చలనం గురించి నేర్చుకుంటారు. దీని తరువాత పాఠాల్లో తలంలో గమనం, చలన సూత్రాలు మరియు ఇతర రకాల గమనాల గురించి అధ్యయనం చేస్తారు.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం అధ్యయనం చేసిన తరువాత కింది విషయాలు తెలుసుకోగలుగుతారు.

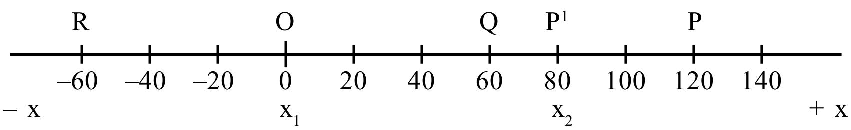
- దూరము మరియు స్థానభ్రంశం, వడి మరియు వేగాల మధ్య తేడాలు.
- తక్షణ వేగం, సాపేక్షవేగం, సగటు వేగం పదాలను వివరించడం.
- త్వరణం, తక్షణ త్వరణాలను నిర్వచించడం
- ఏకరీతి మరియు అసమరీతి చలనాలకు సంబంధించి స్థానం-కాలం, వేగం-కాలం గ్రాఫ్‌లకు అర్థ వివరణ చేయగలుగుతారు.
- స్థిర త్వరణంతో చలించే వస్తువులకు చలన సమీకరణాలు ఉత్పాదించగలుగుతారు.
- గురుత్వ చలనాన్ని వర్ణించగలుగుతారు.
- చలన సమీకరణాలపై ఆధారపడిన సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.

2.1 దూరము మరియు స్థానభ్రంశం

కాలంతో పాటు ఒక వస్తువు స్థానంలో మార్పు కలిగితే, ఆ వస్తువు చలనంలో ఉంది అంటాం. వస్తువు స్థానాన్ని నిర్ధారించడానికి రేఖ మీద ఒక నిర్దేశ బిందువును గాని లేదా అక్షాల సమితిని గాని ఉపయోగిస్తాము. నిర్దేశ బిందువును మూల బిందువు అని అంటారు. మూలబిందువుకు కుడివైపున ఉన్న స్థానాలను ధనాత్మకంగా, ఎడమ వైపున ఉన్న స్థానాలను రుణాత్మకంగా తీసుకుంటాము.

దూరం

ఒక వస్తువు సరళరేఖ వెంబడి చలిస్తున్నదని అనుకుందాం. వస్తువు గమన మార్గాన్ని ఏకీభవించేటట్లు x-అక్షాన్ని, రేఖపై వస్తువు గమనాన్ని ప్రారంభించిన బిందువును ఆధార బిందువుగా అనగా $t = 0$ వద్ద వస్తువు $x = 0$ వద్ద ఉంది అని అనుకుందాం. (పటం. 2.1) వేరే వేరు కాలాల వద్ద వస్తువు స్థానాలను P, Q, R లు సూచిస్తాయి.



పటం 2.1 : సరళరేఖ వెంబడి గమనం

మొదటి వస్తువు O నుంచి P వద్దకు జరిగింది అనుకుందాం. అప్పుడు వస్తువు ప్రయాణించిన పథం పొడవు $OP = +120$ m. ఇప్పుడు వస్తువు O నుండి P కి మరియు P నుంచి Q కు ప్రయాణించిందని అనుకుందాం. ఈ చలనంలో వస్తువు ప్రయాణించిన పథం పొడవు $OP + PQ = (+120 + 60)$ m $= +180$ m.

కావున చలనంలోని వస్తువు ప్రయాణించిన పథం పొడవును, దూరం అని అంటారు. ఇది అదిశ, పరిమాణం మాత్రం కలిగి ఉంటుంది, దిశ ఉండదు.

స్థాన భ్రంశం

t_1 కాలం వద్ద ఒక వస్తువు స్థానం x_1 మరియు t_2 కాలం వద్ద ఆ వస్తువు స్థానం x_2 అనుకుందాము. (పటం. 2.1). అప్పుడు వస్తువు స్థానభ్రంశం చెందింది అంటాం. వస్తువు తుది మరియు తొలిస్థానాల మధ్య గల భేదంను స్థానభ్రంశం అంటారు. స్థానభ్రంశంను Δx తో సూచిస్తారు..

$\Delta x = x_2 - x_1$

$x_2 > x_1$ అయితే, Δx ధనాత్మకం మరియు $x_2 < x_1$ అయితే Δx ఋణాత్మకం.

సామాన్యంగా రెండు స్థానాల మధ్యగల అతి తక్కువ దూరాన్నే స్థానభ్రంశం అంటాము. స్థానభ్రంశం దిశను కలిగి ఉంటుంది. స్థానభ్రంశం ఒక సదిశ రాశి, ఇది దిశను మరియు పరిమాణంను కలిగి ఉంటుంది. ఉదాహరణకు వస్తువు O నుంచి P' కి ప్రయాణించిన, దాని స్థానభ్రంశం.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (+80 \text{ m}) - 0 \text{ m} = +80 \text{ m}$$

స్థానభ్రంశం 80 m పరిమాణం కలిగి, ధనాత్మక x-అక్షం దిశలో దిశను కలిగి ఉంటుంది. దీనిని + గుర్తుతో సూచిస్తాము. అలాగే వస్తువు P నుంచి Q కి ప్రయాణించినప్పుడు స్థానభ్రంశం

$$+60 \text{ m} - 120 \text{ m} = -60 \text{ m}.$$

రుణాత్మక (-) గుర్తు స్థానభ్రంశం దిశను తెలియచేస్తుంది.

2.1.1 వడి మరియు వేగం

కాలంతో మారే దూరం రేటును వడి అంటారు. వడి అదిశ రాశి

$$\text{వడి} = \frac{\text{దూరం}}{\text{కాలం}}$$

స్థారంభ్రంశంలోని మార్పు రేటును వేగం అంటారు. వేగం సదిశ రాశి. వేగం SI ప్రమాణం ms^{-1}.

$$\text{వేగం} = \frac{\text{స్థానభ్రంశం}}{\text{కాలం}}$$

సరళరేఖ వెంబడి చలనంలో, సదిశ దిశను గుర్తించేందుకు '+' లేదా '–' గుర్తులను ఉంచుతారు. ఒకే మితిలో చలనానికి సంబంధించిన స్థానభ్రంశం, వేగం మరియు త్వరణాలకు సదిశ గుర్తులు వాడవలసిన అవసరం లేదు.

సగటు వేగం మరియు సగటు వడి

ఒక వస్తువు కొంత దూరం వేరువేరు వేగాలతో ప్రయాణంచేసినప్పుడు, దాని చలనాన్ని సగటు వేగంతో చెబుతారు. ప్రమాణకాలానికి స్థానభ్రంశాన్ని వస్తువు సగటు వేగంగా నిర్వచిస్తారు. t_1 మరియు t_2 క్షణాల్లో వస్తువు స్థానాలు వరసగా x_1 మరియు x_2 అనుకొందాం. గణిత పరంగా వస్తువు సగటు వేగం $\overline{v}$ను ఇలా వ్యక్తపరచవచ్చు.

$$\overline{v} = \frac{\text{స్థానభ్రంశం}}{\text{పట్టిన కాలం}}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.1)$$

ఇక్కడ $x_2 - x_1$ స్థానంలో మార్పును తెలియచేస్తుంది. (Δx తో సూచిస్తారు) దానికి అనుసంధానమైన కాలంలోని మార్పు $t_2 - t_1$ (Δt తో సూచిస్తారు). వేగం v పై గీసిన గీత సగటు వేగం సూచించే ప్రామాణికమైన సంకేతం. సగటు వేగాన్ని v_{av} తో కూడా సూచించవచ్చు.

స్థానభ్రంశం లాగా సగటు వేగం కూడా ఒక సదిశ రాశి.

వస్తువు ప్రయాణం చేసిన సగటు వడి పొందేందుకు మొత్తం ప్రయాణంచేసిన దూరాన్ని ప్రయాణానికి పట్టిన మొత్తం కాలంతో భాగించాలి.

$$\text{సగటు వడి} = \frac{\text{మొత్తం ప్రయాణం చేసిన దూరం}}{\text{తీసుకున్న మొత్తం సమయం}} \qquad (2.2)$$

చలనం సరళరేఖలో ఒకే దిశలో ఉన్నట్లయితే, సగటు వడి సగటు వేగం పరిమాణంతో సమానంగా ఉంటుంది. అయితే ఎల్లవేళలా ఇదే సందర్భం ఉండదు. సగటు వడికి, సగటు వేగానికి మధ్య గల తేడాను అర్థం చేసుకోవడానికి కింది ఉదాహరణలు తీసుకుందాం.

ఉదాహరణ 2.1

ఒక కారు ఒక సరళరేఖ వెంబడి గమనంలో ఉండి బిందువు O నుంచి P వరకు 3 సెకనులలో 120 m ల దూరం ప్రయాణించింది అనుకుందాం (పటం 2.1). ఆ వస్తువు మరల P నుంచి బిందువు 2 సెకనులలో 60 m ల దూరం ప్రయాణించి Q ను చేరింది. (a) O నుంచి P ను చేరినప్పుడు (b) O నుంచి Pను, P నుంచి తిరిగి Q ను చేరినప్పుడు వస్తువు సగటు వేగం, సగటు వడిని కనుగొనండి.

సాధన :

(a) కారు O నుంచి P ని చేరినప్పుడు,

కారు స్థానభ్రంశం = +120 m

కారు ప్రయాణించిన పథం పొడవు లేక దూరం = 120 m

కాలం = 3 సెకనులు

$$\text{సగటు వేగం} = \frac{\text{స్థానభ్రంశం}}{\text{కాలం}} = \frac{+120}{3} = +40\,\text{ms}^{-1}$$

$$\text{సగటు వడి} = \frac{\text{దూరం}}{\text{కాలం}} = \frac{120}{3} = 40\,\text{ms}^{-1}$$

ఈ సందర్భంలో సగటు వేగం పరిమాణం సగటు వడి పరిమాణంకు సమానంగా ఉంది.

(b) కారు O నుంచి P వరకు మరల వెనుతిరిగి Q ను చేరినప్పుడు,

కారు స్థానభ్రంశం = +120 m – 60 m = +60 m

కారు ప్రయాణించిన పథం పొడవు లేక దూరం = 120 m + 60 m = 180 m

కాలం = 3 s + 2 s = 5 s

$$\text{సగటు వేగం} = \frac{\text{స్థానభ్రంశం}}{\text{కాలం}} = \frac{+60}{5} = +12\,\text{ms}^{-1}$$

$$\text{సగటు వడి} = \frac{\text{దూరం}}{\text{కాలం}} = \frac{180}{5} = 36\,\text{ms}^{-1}$$

ఈ సందర్భంలో సగటు వడి, సగటు వేగ పరిమాణంకు సమానం కాదు. ఈ గమనంలో దిశలో మార్పు ఉండటం వల్ల పథం పొడవు, స్థానభ్రంశ పరిమాణం కంటే ఎక్కువ అవుతుంది. అందువల్ల ఇలా జరుగుతుంది.

ఉదాహరణ 2.2

ఒక వ్యక్తి 300 m వర్తులాకారపు బాటపై పరుగెడుతూ బయలుదేరిన స్థానానికి 200 s లో తిరిగివచ్చాడు. అతడి సగటు వడి, సగటు వేగం గణించండి.

సాధన: ఇచ్చినవి

మొత్తం బాట పొడవు = 300 m

ఈ పొడవు పూర్తి చేయుటకు పట్టిన మొత్తం కాలం = 200 s

అందువల్ల,

$$\text{సగటు వడి} = \frac{\text{మొత్తం ప్రయాణం చేసిన దూరం}}{\text{తీసుకున్న మొత్తం సమయం}} = \frac{300}{200} = 1.5\ \mathrm{ms^{-1}}$$

వ్యక్తి బయలుదేరిన స్థానానికి తిరిగి వచ్చాడు కాబట్టి స్థానభ్రంశం సున్నా అవుతుంది. అందువల్ల సగటు వేగం సున్నా అవుతుంది.

2.1.2 సాపేక్ష వేగం

ఒక కారు ఉత్తరం వైపు 20 km/h వేగంతో వెళుతున్నదని మనం చెప్పినట్లయితే, కారు ఉత్తర దిశలో గంటకు 20 km దూరం బయలుదేరిన స్థానం నుండి ప్రయాణిస్తున్నదని దాని అర్థం. పైన పేర్కొన్న వేగం ఏదో ఒక నిర్దేశిత బిందువు పరంగా అనే భావం ఇందులో ఇమిడి ఉంది. నిజానికి ఒక వస్తువు వేగం ఎల్లప్పుడూ మరొక వస్తువు పరంగానే చెప్పబడుతుంది. అన్ని వస్తువులు చలనంలో ఉంటాయి కాబట్టి, ప్రతి వేగం ప్రకృతిలో సాపేక్షంగా ఉంటుందని మనం చెపుతాం.

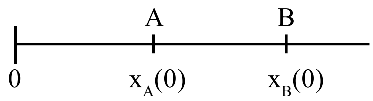
ఒక వస్తువు పరంగా మరొక వస్తువు సాపేక్షవేగం అంటే అది ఆ వస్తువు లేదా బిందువు పరంగా సాపేక్షంగా దాని స్థానంలోని మార్పురేటు అవుతుంది. ఉదాహరణకు ఒక సరళరేఖ వెంబడి రెండు వస్తువుల వేగాలు v_A మరియు v_B అనుకొందాం. వస్తువు A పరంగా వస్తువు B యొక్క సాపేక్ష వేగం $v_B - v_A$ అవుతుంది.

ఒక వస్తువు పరంగా మరొక వస్తువు యొక్క సాపేక్ష స్థానంలోని మార్పురేటును మొదటి వస్తువు పరంగా ఆ వస్తువు యొక్క సాపేక్ష వేగం అంటారు.

నిర్దేశిత వస్తువు నిశ్చల స్థితిలో ఉంటే, చలించే వస్తువు చలనం సులువుగా వర్ణించగలుగుతాం. నిర్దేశిత వస్తువు కూడా చలిస్తూ ఉంటే, ఒక నిశ్చల పరిశీలకునికి ఆ చలనం రెండు వస్తువుల వ్యవస్థగా కనిపిస్తుంది. సాపేక్ష చలనం భావనను ఇందులో ప్రవేశపెట్టి దీన్ని బాగా సూక్ష్మీకరించవచ్చు. A, B అను రెండు వస్తువులు ధన X-దిశలో v_A, v_B వేగాలతో చలిస్తున్నాయని అనుకుందాం.

$t = 0$ కాలం వద్ద A మరియు B అనే రెండు వస్తువుల తొలిస్థానాలు $x_A(0)$ మరియు $x_B(0)$ అనుకొందాం. t సెకనుల తరవాత వస్తువులు A మరియు B స్థానాలు ఈ విధంగా ఉంటాయి.

$$x_A(t) = x_A(0) + v_A t$$
$$x_B(t) = x_B(0) + v_B t$$



అందువల్ల, A నుండి B యొక్క సాపేక్ష స్థానం ఈ విధంగా ఉంటుంది.

$$x_{BA}(t) = x_B(t) - x_A(t) = x_B(0) - x_A(0) + (v_B - v_A)\ t$$
$$= x_{BA}(0) + v_{BA}t$$

ఇక్కడ $v_{BA} = (v_B - v_A)$. దీన్నే A పరంగా B యొక్క సాపేక్ష వేగం అంటారు. ఈ విధంగా సాపేక్ష వేగం భావనను ప్రయోగించి రెండు వస్తువుల సమస్యను ఒక వస్తువు సమస్యగా తగ్గించవచ్చు.

ఉదాహరణ 2.3

ఒక రైలు A, ఉత్తరం వైపు నుండి దక్షిణానికి సరళ రైలు మార్గం వెంబడి 60 kmh^{-1} వడితో వెళుతున్నది. మరొక రైలు B, దక్షిణం నుండి ఉత్తరం వైపుకు 70 kmh^{-1} వడితో కదులుతోంది. (a) రైలు A పరంగా, రైలు B యొక్క సాపేక్ష వేగం ఎంత? (b) B పరంగా నేల యొక్క వేగం ఎంత?

సాధన :

దక్షిణం నుండి ఉత్తరం గల దిశను ధనాత్మకంగా పరిగణిస్తే, కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

(a) B రైలు వేగం (v_B) $= +\ 70\ km\ h^{-1}$

మరియు, A రైలు వేగం (v_A) $= -\ 60\ km\ h^{-1}$

అందువల్ల రైలు A పరంగా, రైలు B యొక్క సాపేక్ష వేగం $= v_B - v_A$

$$= 70 - (-\ 60) = 130\ km\ h^{-1}$$

పై ఉదాహరణలో ఒక రైలు సాపేక్ష వేగం మరొక రైలు పరంగా ఆ రెండు రైళ్ళ వరస వేగాల మొత్తానికి సమానం అని మీరు తెలుసుకున్నారు. అందుకే మీరు ప్రయాణిస్తున్న రైలుకి వ్యతిరేక దిశలో ప్రయాణిస్తున్న రైలు చాలా వేగంగా వస్తున్నట్లు మీకు అనిపిస్తుంది. ఆ విధంగా కాక మీరు ప్రయాణిస్తున్న రైలు దిశలోనే రెండవ రైలు కదులుతూ ఉంటే ఆ రెండవ రైలు చాలా నెమ్మదిగా కదులుతున్నట్లు మీకు అనిపిస్తుంది.

(b) B పరంగా, నేల సాపేక్ష వేగం $= 0 - v_B = -70\ km\ h^{-1}$

2.1.3 త్వరణం

బస్సులో లేదా కారులో ప్రయాణం చేసేటప్పుడు ఒక్కొక్కప్పుడు త్వరగా వెళ్ళడం, మరొక్కప్పుడు నిదానంగా వెళ్ళడం మీరు గమనించి ఉంటారు. అంటే కాలంతో దాని వేగం మారుతూ ఉంటుంది. వేగాన్ని ఏవిధంగా స్థానభ్రంశంలోని మార్పురేటు అని నిర్వచిస్తామో, త్వరణాన్ని కూడా వేగంలోని మార్పురేటు అని నిర్వచిస్తాం. త్వరణం సదిశరాశి. దాని SI ప్రమాణం ms^{-2}. ఒకే తలంలో, త్వరణం గురించి ప్రస్తావించినప్పుడు దాన్ని సదిశ సంకేతంతో రాయాల్సిన అవసరం లేదు. వేగం విషయంలో కూడా ఇదే నియమం పాటించాం. ఒక వస్తువు యొక్క సగటు త్వరణం ఇలా రాయవచ్చు.

$$\text{సగటు త్వరణం } (\overline{\mathbf{a}}) = \frac{\text{తుది వేగం − తొలి వేగం}}{\text{వేగంలోని మార్పుకు పట్టిన కాలం}}$$

$$= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

ఇక్కడ v_1, v_2 లు, t_1, t_2 కాలాల వద్ద గల వస్తువు వేగాలు.

ఒకే తలంలోని చలనాలకు, త్వరణం, వస్తుచలనం లేదా వేగం దిశలో ఉంటే (సాధారణంగా దీన్ని ధన దిశగా తీసుకుంటాం) ధనాత్మకంగా పరిగణిస్తాం. కాని త్వరణం వస్తు చలనానికి వ్యతిరేక దిశలో కూడా ఉండవచ్చు. అప్పుడు త్వరణం రుణాత్మకం అవుతుంది. రుణాత్మక త్వరణాన్ని రుణ త్వరణం అంటారు. అంటే వస్తువు వేగంలోని వృద్ధి మార్పు రేటును త్వరణం అని, వస్తువు వేగంలోని క్షీణ మార్పు రేటును రుణ త్వరణం అని అంటారు.

ఉదాహరణ 2.4:

తూర్పు వెళుతున్న ఒక కారు వేగం 0 నుండి 12 ms^{-1} కు 3.0 s లలో పెరిగింది. దాని సగటు త్వరణం కనుక్కోండి.

సాధన :

తొలి వేగం, $v_1 = 0\ ms^{-1}$

తుది వేగం, $v_2 = 12\ ms^{-1}$

కాలం, $t = 3\ s$

త్వరణం, $a = \frac{12-0}{3} = 4\ ms^{-2}$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 2.1

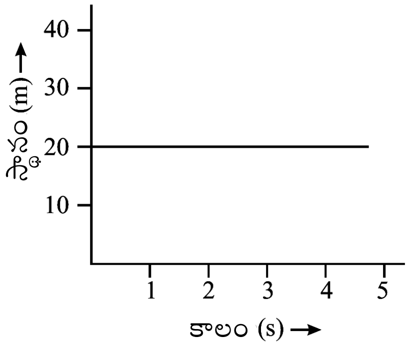
1. ఏదైనా ఇచ్చిన కాల వ్యవధిలో చలించే వస్తువుకు సున్నాకాని సగటు వడి, సున్నాగా ఉండే సగటు వేగం ఉండటం సాధ్యమా? అలాగైతే, వివరించండి.

2. మరొక వస్తువు పరంగా చలించే ఒక వస్తువుకు సున్నా సాపేక్ష వేగం ఉంటుందా? ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

3. ఒక రైలు భోగిలో ఒక వ్యక్తి 1.0 ms^{-1} వేగంతో రైలు ప్రయాణిస్తున్న దిశలో వెడుతున్నాడు. రైలు 3.0 ms^{-1} వేగంతో కదులుతూ ఉంటే ఆ వ్యక్తి యొక్క (a) భోగిలోని ప్రయాణీకులకు కనిపించే వేగం (b) ప్లాట్‌ఫారంపై నిశ్చలంగా కూర్చున్న వ్యక్తి పరంగా వేగం గణించండి.

2.2 స్థానం - కాలం గ్రాఫ్

వస్తువు చలనాన్ని స్థానం - కాలం గ్రాఫ్‌తో సూచించవచ్చు. చలించే ఒక వస్తువు వేరు వేరు సమయాల్లో, వేరు వేరు స్థానాల్లో ఉంటుంది. వేరువేరు స్థానాలు దానికి సంబంధించిన సమయాలను గ్రాఫ్ కాగితంపై గుర్తిస్తే మనకు ఒక వక్ర రేఖ వస్తుంది. అటువంటి వక్రరేఖను స్థానం-కాలం వక్రరేఖ అంటారు. సామాన్యంగా కాలాన్ని x-అక్షం మీద, వస్తువు స్థానాన్ని y-అక్షం మీద సూచిస్తారు. నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న ఒక వస్తువుకు స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ గీసినట్లయితే, కాలం అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్న సరళరేఖ వస్తుంది.



పటం. 2.2 : నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువు స్థానం - కాలం గ్రాఫ్

ఉదాహరణకు మూల బిందువు నుండి 20 మీ దూరంలో నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న వస్తువు స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ గీద్దాం. కాలం అక్షానికి సమాంతర రేఖగా గ్రాఫ్ **పటం 2.2** లో చూపినట్లుగా ఉంటుంది.

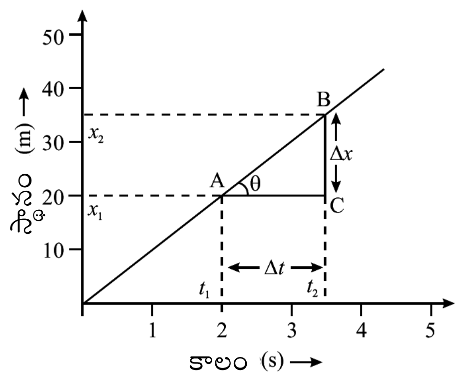
2.2.1 ఏకరీతి (సమరీతి) చలనానికి స్థానం-కాలం గ్రాఫ్

ఇప్పుడు సమాన కాల వ్యవధుల్లో సమాన దూరాలు ప్రయాణం చేసే వస్తువు విషయం పరిగణిద్దాం. ఉదాహరణకు ఒక వస్తువు 10 m దూరాన్ని 5 సెకనుల కాలం ప్రతి సెకనులోను ప్రయాణం చేసిందనుకొందాం. వేరువేరు కాలాల్లో వస్తువు యొక్క స్థానాలు ఈ దిగువ పట్టికలో చూపబడినవి.

కాలం (t) సెకనులలో	1	2	3	4	5
స్థానం (x) మీ లలో	10	20	30	40	50

పటం 2.3 లో చూపిన విధంగా స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ ఉంటుంది.

గ్రాఫ్ x-అక్షానికి వాలుగా ఉండే సరళరేఖగా ఉంటుంది. చలించే వస్తువు యొక్క వేగం స్థిరంగా ఉండే చలనాన్ని ఏకరీతి చలనం అంటారు. దీని స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ కాలం అక్షానికి వాలుగా ఉండే సరళరేఖగా ఉంటుంది. అంటే చలించే వస్తువు సమాన కాలవ్యవధుల్లో సమాన దూరాలు ప్రయాణిస్తే ఆ వస్తువు ఏకరీతి చలనంలో ఉందని అంటాం.

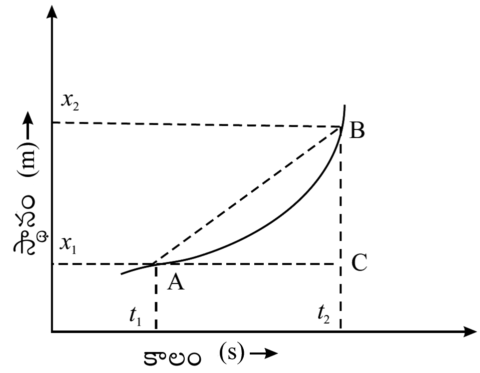


పటం 2.3 : ఏకరీతి చలనానికి స్థానం-కాలం గ్రాఫ్

2.2.2 అసమరీతి చలనానికి స్థానం - కాలం గ్రాఫ్

ఇప్పుడు ఒక ఉదాహరణ తీసుకుందాం. ఒక స్టేషన్ నుండి రైలు బయలుదేరి, వేగం అందుకొని కొంత సమయం ఏకరీతి వేగంతో ప్రయాణంచేసి రాబోయే స్టేషన్‌లో ఆగేందుకు వేగం తగ్గించుకుని ప్రయాణం చేస్తుంది.

ఈ సందర్భంలో సమాన కాల వ్యవధుల్లో సమాన దూరాలు రైలు ప్రయాణం చేయకపోవడం మీరు తెలుసుకుంటారు. ఇటువంటి చలనాన్ని అసమరీతి చలనం అంటారు. సమాన కాలవ్యవధుల్లో చలించే ఒక వస్తువు సమాన దూరాలు ప్రయాణించనట్లయితే, ఆ వస్తువు చలనాన్ని అసమరీతి చలనం అని అంటారు. వరస కాల వ్యవధుల్లో ప్రయాణంచేసే దూరం పెరుగుతూ ఉంటే ఆ చలనాన్ని త్వరణీకరణ చలనం అంటారు. అటువంటి వస్తువు స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ పటం 2.4లో చూపబడింది.



పటం. 2.4 : త్వరణీకరణం చెందిన చలనానికి అవిచ్ఛిన్న వక్రరేఖగా స్థానం-కాలం గ్రాఫ్

త్వరణీకరణం గల చలనం యొక్క స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ అవిచ్ఛిన్న వక్రరేఖ అని గమనించండి. అంటే వస్తువు వేగం అవిచ్ఛిన్నంగా మారుతూ ఉంటుంది. ఇటువంటి సందర్భంలో, చాలా తక్కువ కాల వ్యవధి పరంగా సగటు వేగం లేదా తక్షణ వేగాన్ని నిర్వచించడం సముచితం.

2.2.3 స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ అర్థ వివరణ

స్థానం-కాలం గ్రాఫ్‌లు చలించే వేరువేరు వస్తువులకు భిన్న రకాల ఆకృతులుగా ఉంటాయి. గ్రాఫ్ కాలం అక్షానికి సమాంతరంగా సరళంగా ఉంటే, వస్తువు నిశ్చల స్థితిలో ఉందని అంటాం. ఈ సరళరేఖ కాలం అక్షానికి ఏటవాలుగా ఉంటే వస్తు చలనం ఏకరీతిగా ఉందని అంటాం (పటం 2.3). అవిచ్ఛిన్నమైన వక్రం అవిచ్ఛిన్నంగా వేగం మారుతోందని తెలియచేస్తుంది.

(a) స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ నుండి వేగం : స్థానం-కాలం సరళరేఖ గ్రాఫ్ వాలు, చలనంలో ఉన్న వస్తువు సగటు వేగాన్ని ఇస్తుంది. వాలు కనుక్కోవడానికి (పటం 2.3) లోని సరళరేఖపై రెండు దూరంగా ఉన్న బిందువులు (A మరియు B అనుకొందాం) ఎన్నుకుంటాం. ఈ బిందువుల నుండి x మరియు y అక్షాలకు సమాంతర రేఖలు గీసి ఒక త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాం. ఇప్పుడు వస్తువు సగటు వేగం

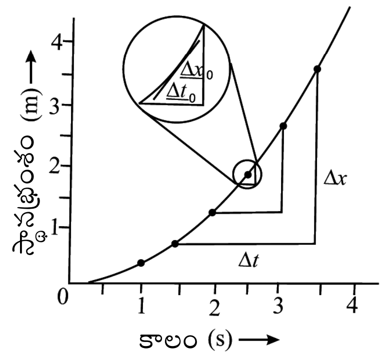
$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{BC}{AC} \qquad (2.4)$$

అంటే, వస్తువు సగటు వేగం సరళరేఖ AB యొక్క వాలుకు సమానం.

స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ యొక్క సరళరేఖ వాలు ($\Delta x / \Delta t$) విలువ ఎక్కువ అయినకొద్దీ సగటు వేగం విలువ ఎక్కువ అవుతుందని ఇది చూపుతుంది. ఈ వాలు ఈ సరళరేఖ క్షితిజ సమాంతర రేఖతో చేసే కోణం యొక్క టాంజెంటుకు సమానం కావడం గమనించండి. అంటే $\tan\theta = \Delta x / \Delta t$ వాలును కనుగొనేందుకు రెండు అనురూపమైన Δx మరియు Δt వ్యవధులను ఉపయోగించుకోవచ్చు. ఈ విధంగా ఈ కాల వ్యవధిలో సగటు వేగం కనుక్కోవచ్చు.

(b) తక్షణ వేగం: ఒక సరళరేఖ వెంబడి ఏకరీతి వేగంతో చలించే వస్తువుకు ఏ క్షణంలోనైనా ఒకే వేగం ఉంటుందని నేర్చుకున్నారు. కాని వస్తువు అసమరీతి వేగంతో చలించేటప్పుడు పటం 2.5 లో చూపినట్లు

దాని స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ ఒక వక్రరేఖ. దీని ఫలితంగా, వాలు లేదా సగటు వేగం ఎంచుకున్న కాల వ్యవధి పరిమాణాన్నిబట్టి మారుతూ ఉంటుంది. ఒక నిర్దిష్ట కాలం వద్ద లేదా దాని మార్గంలో ఏదో బిందువు వద్ద కణం యొక్క వేగాన్ని తక్షణ వేగం అంటారు.



పటం 2.5 : అసమరీతి చలనానికి స్థానభ్రంశం-కాలం గ్రాఫ్

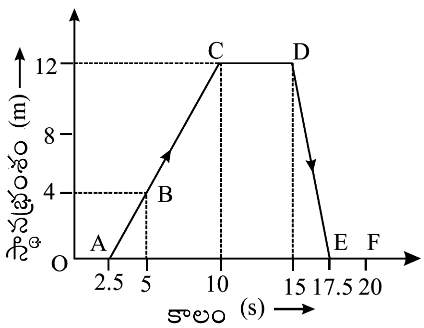
Δt కాల వ్యవధిలో సగటు వేగం ఈ విధంగా వస్తుంది.

$\overline{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ ఇందులో Δt చిన్నది, చిన్నదిగా అయ్యేకొద్దీ సగటు వేగం తక్షణ వేగాన్ని సమీపిస్తుంది.

Δt సున్నాను సమీపిస్తుంటే $(\Delta t \rightarrow 0)$, వక్రానికి ఒక బిందువు వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖ యొక్క వాలు $(\Delta x / \Delta t)$ ఆ బిందువు వద్ద తక్షణ వేగాన్ని ఇస్తుంది. ఏకరీతి చలనం విషయంలో సగటు వేగం, తక్షణ వేగం సమానంగా ఉంటాయి.

ఉదాహరణ 2.5

20 సెకనులు చలనంలో ఉన్న ఒక వస్తువు యొక్క స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ పటం 2.6లో చూపబడింది. కింది కాల వ్యవధుల్లో అది ఏఏ దూరాలు, ఏఏ వేగాలతో ప్రయాణం చేస్తుంది? (i) 0 s నుండి 5 s (ii) 5 s నుండి 10 s (iii) 10 s నుండి 15 s



పటం. 2.6 : స్థానం-కాలం గ్రాఫ్

సాధన :

(i) 0 s నుండి 5 s కాల వ్యవధిలో,

ప్రయాణం చేసిన దూరం = 4 m

$$\therefore \text{ వడి } = \frac{\text{దూరం}}{\text{కాలం}} = \frac{4\,\text{m}}{(5-0)\text{s}} = \frac{4\,\text{m}}{5\,\text{s}} = 0.8\,\text{ms}^{-1}$$

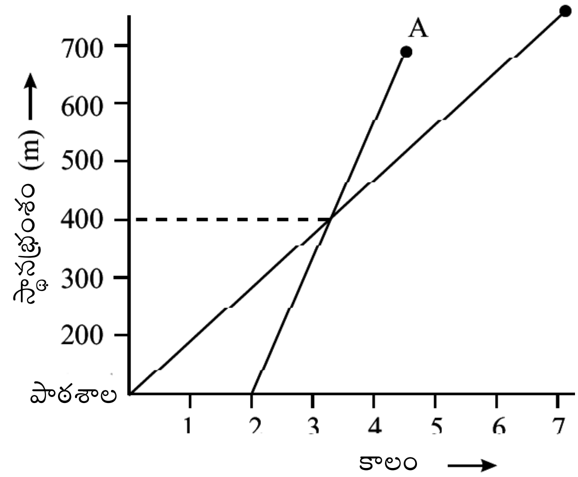
(ii) 5 s నుండి 10 s కాల వ్యవధిలో ప్రయాణం చేసిన దూరం = 12 - 4 = 8 m

$$\therefore \text{ వడి } = \frac{(12-4)\text{m}}{(10-5)\text{s}} = \frac{8\,\text{m}}{5\,\text{s}} = 1.6\ \text{ms}^{-1}$$

(iii) 10 s నుండి 15 s కాల వ్యవధిలో ప్రయాణం చేసిన దూరం 12 – 12 = 0 m

$$\therefore \text{ వడి } = \frac{\text{దూరం}}{\text{కాలం}} = \frac{0}{5} = 0$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 2.2



1. సున్నా త్వరణంగల చలనానికి స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ గీయండి.

2. ఇద్దరు A మరియు B విద్యార్థులు పాఠశాల నుండి బయలుదేరి ఇంటికి చేరేందుకు సంబంధించిన స్థానభ్రంశం-కాలం గ్రాఫ్‌ను కింది పటం చూపిస్తుంది. గ్రాఫ్‌ను జాగ్రత్తగా పరిశీలించి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

   (i) ఇద్దరూ పాఠశాలను ఒకే సమయంలో వదిలారా?

   (ii) ఎవరు పాఠశాలకు దూరంగా ఉన్నారు?

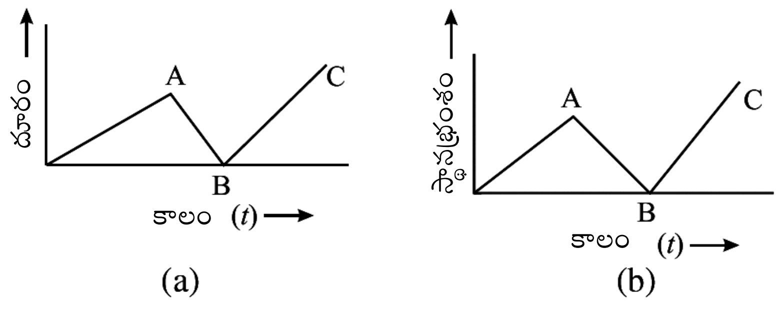
   (iii) ఇద్దరూ వారి వారి ఇళ్ళకు ఒకే సమయంలో చేరారా?

   (iv) ఎవరు త్వరగా వెళ్ళారు?

   (v) పాఠశాల నుండి ఎంత దూరంలో ఒకరికొకరు ఎదురుపడతారు?

3. ఎటువంటి పరిస్థితుల్లో వస్తువు యొక్క సగటు వేగం దాని తక్షణ వేగానికి సమానం అవుతుంది?

4. కింది వాటిలో ఏ గ్రాఫ్‌లు సాధ్యం కావు? మీ జవాబుకు కారణాలు వ్రాయండి.

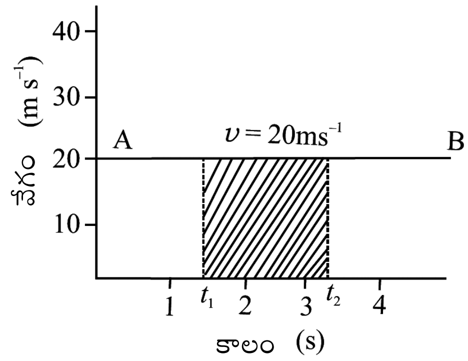


2.3 వేగం - కాలం గ్రాఫ్

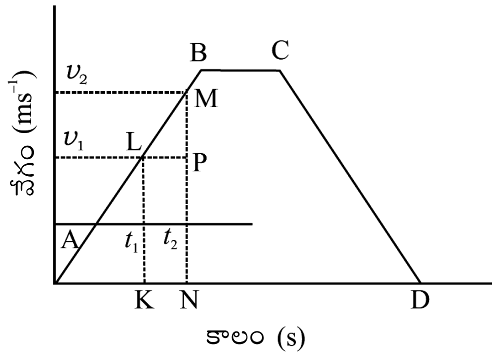
స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ మాదిరిగానే మనం వేగం-కాలం గ్రాఫ్‌ను గీయవచ్చు. వేగం - కాలం గ్రాఫ్ గీసేటప్పుడు సామాన్యంగా కాలాన్ని x-అక్షం మీద వేగాన్ని y-అక్షం మీద తీసుకుంటాం.

2.3.1 ఏకరీతి చలనానికి వేగం-కాలం గ్రాఫ్

ఏకరీతి చలనంలో వస్తువు వేగం స్థిరంగా ఉంటుందని మీకు తెలుసు. అంటే కాలంతో వేగంలో మార్పు ఉండదు. అటువంటి ఏకరీతి చలనానికి వేగం-కాలం గ్రాఫ్ కాలం అక్షానికి సమాంతరంగా ఒక సరళరేఖగా పటం 2.7లో చూపినట్లుగా ఉంటుంది.



పటం. 2.7 : ఏకరీతి చలనానికి వేగం-కాలం గ్రాఫ్



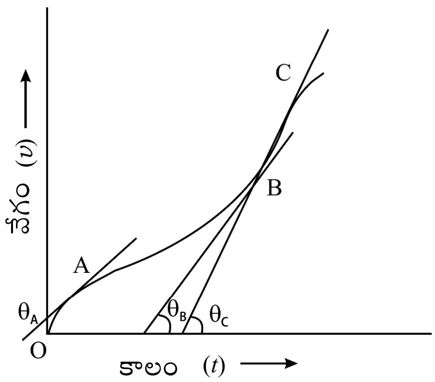
పటం. 2.8 : మూడు భిన్నస్థాయిల స్థిరత్వరణం గల చలనానికి వేగం-కాలం గ్రాఫ్

2.3.2 అసమరీతి చలనానికి వేగం - కాలం గ్రాఫ్

కాలంతోపాటు వస్తువు వేగం ఏకరీతిగా మారుతూ ఉంటే, దాని త్వరణం స్థిరంగా ఉంటుంది. అటువంటి చలనానికి వేగం-కాలం గ్రాఫ్ కాలం అక్షానికి ఏటవాలుగా ఉండే సరళరేఖలాగా ఉంటుంది. పటం 2.8లో సరళరేఖ AB గా చూపడం జరిగింది. సమాన కాల వ్యవధుల్లో వేగం సమాన పరిమాణాల్లో పెరుగుతున్న విషయం గ్రాఫ్‌లో స్పష్టమవుతుంది. వస్తువు యొక్క సగటు త్వరణం కింది విధంగా వస్తుంది.

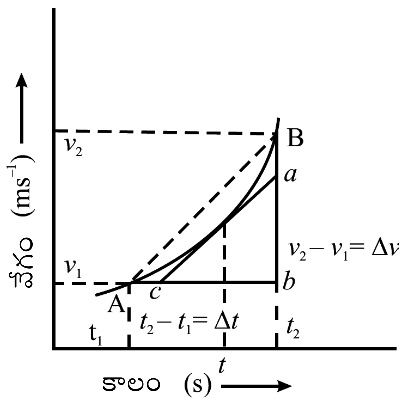
$$\overline{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{MP}{LP}$$

= సరళరేఖ వాలు.



పటం. 2.9 : మారుతున్న త్వరణంగల చలనానికి వేగం-కాలం గ్రాఫ్

ఈ సరళరేఖ వాలు స్థిరంగా ఉంది కాబట్టి, వస్తువు సగటు త్వరణం స్థిరంగా ఉంటుంది. అయినప్పటికీ వేగంలోని మార్పురేటు స్థిరంగా ఉండకపోవచ్చు. అటువంటి చలనాన్ని అసమరీతి త్వరణీకరణ చలనం అంటారు. అటువంటి పరిస్థితుల్లో పటం 2.9 లో చూపినట్లు వేగం-కాలం గ్రాఫ్ వాలు ప్రతి క్షణంలో మారుతూ ఉంటుంది. A, B మరియు C బిందువుల వద్ద θ_A, θ_B మరియు θ_C లు వేరువేరుగా ఉండడం చూడవచ్చు.



పటం. 2.10 : అసమరీతి త్వరణీకరణ చలనం యొక్క వేగం-కాలం గ్రాఫ్

2.3.3 వేగం - కాలం గ్రాఫ్ అర్ధవంత వివరణ

చలించే వస్తువు వేగం (v) – కాలం (t) గ్రాఫ్‌ను ఉపయోగించి, వస్తువు ప్రయాణం చేసిన దూరం, వేరువేరు క్షణాల్లో వస్తువు త్వరణాన్ని మనం కనుక్కోగలం.

(a) వస్తువు ప్రయాణంచేసిన దూరం కనుక్కోవటం: పటం 2.8లో చూపిన వేగం-కాలం గ్రాఫ్‌ను మరొకసారి తీసుకొందాం. ఇందులో AB భాగం స్థిర త్వరణంగల చలనాన్ని, భాగం CD స్థిరంగా మందగిస్తున్న చలనాన్ని చూపుతుంది. BC భాగం ఏకరీతి చలనాన్ని (అంటే సున్నా త్వరణం గల చలనం) సూచిస్తుంది. ఏకరీతి చలనానికి, t_1 నుండి t_2 కాలంలో వస్తువు ప్రయాణించిన దూరానికి సమీకరణం

$s = v\,(t_2 - t_1) = t_1$ మరియు t_2 ల మధ్యగల వక్రరేఖ కిందగల వైశాల్యం

ఈ ఫలితాన్ని పటం 2.8కు సామాన్యీకరిస్తే, కాలం t_1 నుండి t_2 మధ్య వస్తువు ప్రయాణంచేసిన దూరం

s = సమలంబ చతుర్భుజం KLMN వైశాల్యం

$= (½) \times (KL + MN) \times KN$

$= (½) \times (v_1 + v_2) \times (t_2 - t_1)$

(b) వస్తువు యొక్క త్వరణం కనుక్కోవడం : కాలంతో వస్తువు యొక్క వేగంలోని మార్పురేటును దాని త్వరణం అంటారు. పటం 2.10లో ఇచ్చిన వేగం-కాలం గ్రాఫ్‌ను మీరు చూసినట్లయితే, చాపం AB యొక్క వాలు సగటు త్వరణాన్ని సూచిస్తుందని మీరు గమనించగలరు. దాని విలువ

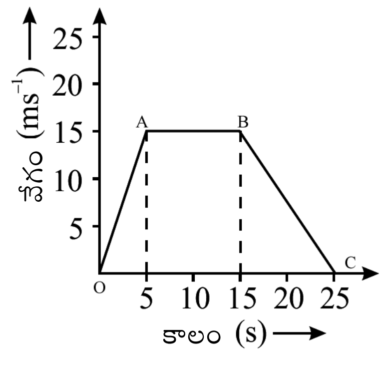
సగటు త్వరణం $\left(\bar{a}\right) = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

కాల వ్యవధి Δt మరీ చిన్న, చిన్నగా చేస్తే, సగటు త్వరణం, తక్షణ త్వరణం అవుతుంది. అంటే, తక్షణ త్వరణం

$a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dt}$ = అనగా $\left(t = t\right)$ వద్ద స్పర్శరేఖ వాలు $= \dfrac{ab}{bc}$

ఆ విధంగా వేగం-కాలం గ్రాఫ్‌లో ఏ బిందువు వద్దనైనా గీసిన స్పర్శరేఖ వాలు ఆ సమయంలో ఉండే త్వరణాన్ని ఇస్తుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 2.3



1. పక్కన ఉన్న v – t గ్రాఫ్‌లో సరళరేఖ వెంబడి చలిస్తున్న వస్తువు చలనం చూపబడింది.

   (i) వేగం, త్వరణం మరియు ప్రయాణించిన దూరం అంశాల పరంగా చలనాన్ని అభివర్ణించండి.

   (ii) సగటు వడిని కనుగొనండి.

2.4 చలన సమీకరణాలు

ఒక వస్తువు యొక్క చలనాన్ని వర్ణించడానికి, భౌతిక రాశులయిన దూరం, వేగం, త్వరణం వంటి వాటిని ఉపయోగిస్తాం. స్థిర త్వరణం గల సందర్భాల్లో, ఇచ్చిన సమయంలో వస్తువు పొందిన వేగం, ప్రయాణించిన దూరం లాంటివి గణించేందుకు మూడు సమీకరణాలలోని ఒకటి లేదా అంతకు ఎక్కువ సమీకరణాలను ఉపయోగిస్తాం. ఈ సమీకరణాలను స్థిర త్వరణానికి సంబంధించిన చలన సమీకరణాలు లేదా శుద్ధగతిక సమీకరణాలు అని అంటారు, వీటిని ఉపయోగించడం తేలిక. అనేక ఉపయోగాలు వీటికి ఉంటాయి.

2.4.1 ఏకరీతి చలనానికి సమీకరణాలు

ఈ సమీకరణాలు ఉత్పాదించడానికి తొలి కాలం సున్నాగా తీసుకుందాం. అంటే $t_1 = 0$. అప్పుడు మనం ప్రయాణించిన కాలం t ని $t_2 = t$ గా తీసుకుందాం. వస్తువు యొక్క తొలిస్థానం (x_0 గను) మరియు తొలి వేగం u అనుకుందాం. t సమయంలో సగటు వేగం

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t} \quad \text{అవుతుంది.} \qquad (2.5)$$

2.4.2 ఏకరీతి త్వరణీకరణ చలనం యొక్క మొదటి సమీకరణం

ఏకరీతి త్వరణీకరణ చలనానికి సంబంధించిన మొదటి సమీకరణం వస్తువు త్వరణం, ప్రయాణం చేసిన కాలం తెలిస్తే దాని తుది వేగం కనుక్కోగలుగుతుంది. నిర్వచనం ప్రకారం

$$\text{త్వరణం}(a) = \frac{\text{వేగంలోని మార్పు}}{\text{తీసుకున్న కాలం}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$t_1 = 0$ వద్ద $v_1 = u$ అయిన $t_2 = t$ వద్ద $v_2 = v$ అవుతుంది. అప్పుడు

$$a = \frac{v - u}{t} \qquad (2.6)$$

$$\Rightarrow \qquad v = u + at \qquad (2.7)$$

ఉదాహరణ 2.6

నిశ్చల స్థితి నుండి బయలుదేరిన కారు 10 ms^{-2} త్వరణంతో ఉంది. 4 సెకనుల తరవాత అది ఎంత వేగంతో వెళుతుంది?

సాధన :

ఇచ్చినవి,

తొలి వేగం $u = 0$

త్వరణం $a = 20\ ms^{-2}$

కాలం $t = 4\ s$

మొదటి చలన సమీకరణం ఉపయోగించగా

$$v = u + at$$

$t = 4$ సెకనులకు, తుది వేగం

$$v = 0 + (20\ ms^{-2}) \times (4\ \text{సెకనులు})$$

$$= 80\ ms^{-1}.$$

2.4.3 ఏకరీతి త్వరణీకరణ చలనం యొక్క రెండవ సమీకరణం

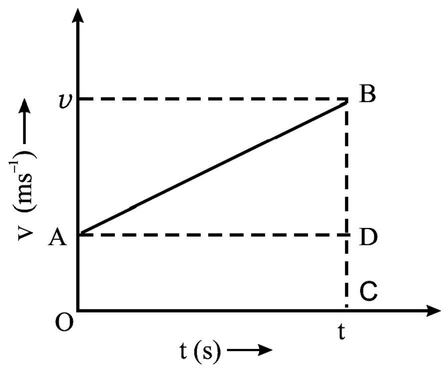
వస్తువు స్థిర త్వరణం a తో చలిస్తూ ఉంటే t కాలం తరవాత వస్తువు ఏ స్థానంలో ఉన్నది గణించుటకు రెండవ చలన సమీకరణం ఉపయోగపడుతుంది.

$t = 0$ వద్ద $x_1 = x_0$; $v_1 = u$ మరియు $t = t$ వద్ద $x_2 = x$; $v_2 = v$ అనుకుందాం.

ప్రయాణంచేసిన దూరం = $v - t$ గ్రాఫ్ వైశాల్యం

= సమలంబ చతుర్భుజం OABC వైశాల్యం

$$= \frac{1}{2}(CB + OA) \times OC$$



పటం. 2.11 : ఏకరీతి త్వరణీకరణ చలనానికి v–t గ్రాఫ్

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v + u)t$$

$v = u + at$, అని మనకు తెలుసు, కాబట్టి

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(u + at + u)t$$

$$= ut + \frac{1}{2}at^2$$

లేదా $$x = x_0 + ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2.8)$$

ఉదాహరణ 2.7

ఒక సరళమైన రోడ్డు మీద ఒక కారు A, $60\ kmh^{-1}$ ఏకరీతి వడితో ప్రయాణిస్తున్నది. దీన్ని కారు B, $70\ kmh^{-1}$ ఏకరీతి వేగంతో వెంబడిస్తున్నది. ఆ రెండింటి మధ్య దూరం 2.5 km ఉండగా కారు B కి $20\ kmh^{-2}$ రుణత్వరణం కలుగచేయబడింది. ఏ సమయంలో ఎంత దూరంలో B కారు A కారును చేరుకోగలదు?

సాధన : B కారు A కారును x దూరంలో t కాలం తరవాత చేరుకుంటుంది అనుకుందాం.

A కారు, t కాలంలో ప్రయాణంచేసే దూరం, $x = 60 \times t$

A కారు, t కాలంలో ప్రయాణంచేసే దూరం

$$x' = x_0 + ut + 1/2\ at^2$$

$$= 0 + 70 \times t + ½ (-20) \times t^2$$

$$x' = 70\ t - 10\ t^2$$

కాని రెండు కార్ల మధ్య దూరం

$$x' - x = 2.5$$

$$\therefore \quad (70\ t - 10\ t^2) - (60\ t) = 2.5$$

లేదా $\quad 10\ t^2 - 10\ t + 2.5 = 0$

ఇది $t = ½$ గంట అని తెలియచేస్తుంది.

$$\therefore \quad x' = 70\ t - 10\ t^2$$

$$= 70 \times ½ - 10 \times (½)^2$$

$$= 35 - 2.5 = 32.5\ \text{km}$$

2.4.4 ఏకరీతి త్వరణీకరణ చలనం యొక్క మూడవ సమీకరణం

వస్తువు యొక్క త్వరణం, స్థానం, తొలివేగం తెలిసి, కాలం t తెలియకపోయినా, తుదివేగం కనుక్కొనేందుకు ఈ మూడవ సమీకరణాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

సమీకరణం 2.8 నుండి మనం ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

$$x - x_0 = ½ (v + u)\ t.$$

సమీకరణం 2.7 నుండి మనం కింది సమీకరణం రాయవచ్చు.

$$t = \frac{v-u}{a}$$

t విలువను పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v + u)\left(\frac{v-u}{a}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 2a\left(x-x_0\right)=v^2-u^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = u^2 + 2a\left(x-x_0\right) \tag{2.9}$$

అందువల్ల, స్థిర త్వరణానికి మూడు సమీకరణాలు

$$v = u + at$$

$$x = x_0+ut+\frac{1}{2}at^2$$

మరియు $v^2 = u^2+2a\left(x-x_0\right)$

ఉదాహరణ 2.8

ఒక వస్తువు, సరళమైన రోడ్డు వెంబడి 4 ms^{-2} స్థిరత్వరణంతో వెళుతున్నది. మొదట్లో వస్తువు స్థానం 5 m ఉండి 3 ms^{-1} వేగంతో ఉంటే, కింది వాటిని గణించండి.

(i) t = 2 సె సమయంలో వస్తువు స్థానం, వేగం

(ii) వస్తువు వేగం 5 ms^{-1} ఉన్నప్పుడు దాని స్థానం

సాధన : ఇచ్చినవి

$$x_0 = 5 \text{ m}, u = 3 \text{ ms}^{-1}, a = 4 \text{ ms}^{-2}.$$

(i) (2.8) సమీకరణం ఉపయోగించుకొంటే

$$x = x_0 + ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 5 + 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4\ (2)^2 = 19 \text{ m}$$

సమీకరణం (2.7) నుండి

$$v = u + at$$

$$= 3 + 4 \times 2 = 11 \text{ ms}^{-1}$$

వేగం, $v = 11\ ms^{-1}$.

(ii) కింది సమీకరణం ఉపయోగించుకొని

$$v^2 = u^2 + 2a\ (x - x_0)$$

$$(5)^2 = (3)^2 + 2 \times 4 \times (x - 5)$$

$$\Rightarrow \quad x = 7 \text{ m}$$

కావున వస్తువు స్థానం (x) = 7 m.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 2.4

1. స్థిర త్వరణంతో ఒక వస్తువు నిశ్చలస్థితి నుండి బయలుదేరి 4 s కాలంలో 40 m దూరం సరళరేఖా మార్గంలో ప్రయాణంచేసింది. దాని తుది వేగం, మొత్తం దూరంలోని సగం దూరం ప్రయాణం చేయడానికి అది తీసుకునే కాలాన్ని గణించండి.

2. ఒక కారు సరళమైన రోడ్డు వెంబడి స్థిర త్వరణం 5 ms^{-2} తో చలిస్తోంది. 5 m వద్ద దాని తొలి వేగం 3 ms^{-1} అయితే t = 2 s వద్ద దాని స్థానం, వేగం గణించండి.

3. ఒక వస్తువును ఎంతవేగంతో పైకి విసిరితే అది 25 m ఎత్తుకు వెళుతుంది? ఎంత సమయం అది గాలిలో ఉంటుంది?

4. గాలిలోకి ఒక బంతి పైకి విసరబడింది. విసరబడినప్పుడుగాని లేదా ఆ తరవాతగాని దాని త్వరణం ఎక్కువగా ఉంటుందా?

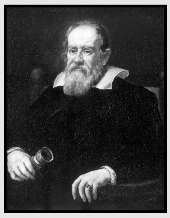
2.5 గురుత్వ చలనం

మనం కొంత ఎత్తు నుండి వస్తువును కిందకి వదిలితే, అది భూమి వైపుకు పయనిస్తుంది. ఇలా జరగడానికి కారణం వస్తువు మీద భూమ్యాకర్షణ బలం ప్రవర్తించడం. ఈ భూమ్యాకర్షణ బలం గురుత్వాకర్షణ బలం నిటారుగా లంబదిశలో ప్రవర్తిస్తుంది. అందువల్ల గురుత్వాకర్షణ ప్రభావం వల్ల వస్తు చలనం సరళరేఖా మార్గంలో ఉంటుంది. ఇది ఒక తలంలో ఉండే చలనం. భూమి వైపు స్వేచ్ఛా పతనం చెందే వస్తువు స్థిర త్వరణంలో చలించే వస్తువుకు ఒక సాధారణ ఉదాహరణ. గాలి నిరోధకం లేకపోతే, అన్ని వస్తువులు, వాటి పరిమాణం, బరువుతో నిమిత్తం లేకుండా, ఒకే త్వరణంతో పతనంచెందుతాయి. ఎత్తునుబట్టి గురుత్వత్వరణం మారినప్పటికీ, భూ వ్యాసార్ధంతో పోలిస్తే చిన్న దూరాలకు వస్తువు పతనం అయ్యేటంత మేర ఇది స్థిరంగా ఉంటుంది. మన ప్రాయోగిక ఉపయోగాలకు, గాలి నిరోధ ప్రభావాన్ని ఉపేక్షిస్తాం.

స్వేచ్ఛగా పతనం చెందే వస్తువు యొక్క భూమ్యాకర్షణ త్వరణాన్ని g తో సూచిస్తాం. భూమి మీద లేదా భూమికి సమీపంలో దీని పరిమాణం సుమారుగా 9.8 ms^{-2} గా ఉంటుంది.

గెలిలీయో గెలీలి (Galileo Galilei)

(1564 – 1642)



ఇటలీలోని పీసాలో 1564 లో ఈయన జన్మించాడు. కిందకుపడే వస్తువులకు సంబంధించిన సూత్రాలను ఈయన ప్రవచించాడు. ఒక దూరదర్శినిని రూపొందించి దాని సహాయంతో ఖగోళ పరిశీలనలు చేసేవాడు. ఈయన ప్రధానమైన పరిశోధనలు ప్రపంచంలోని రెండు పెద్ద వ్యవస్థలకు సంబంధించిన డైలాగులు, రెండు కొత్త విజ్ఞానశాస్త్రాల సంబంధించిన సంభాషణలు, సూర్యుని చుట్టూ భూమి తిరుగుతోందనే భావనను ఈయన సమర్థించాడు.

ఉదాహరణ 2.9

50 m ఎత్తు నుండి ఒక రాయిని జారవిడిచారు. అది స్వేచ్ఛగా పతనం చెందుతోంది. (i) రెండు సెకన్లలో అది ప్రయాణంచేసిన దూరం (ii) నేలను తాకే ముందు దాని వేగం మరియు (iii) 3 సెకన్లకు దాని వేగం, ప్రయాణం తరవాత 3 సెకన్లకు గణించండి.

సాధన : ఇచ్చినవి

ఎత్తు $h = 50$ m మరియు తొలి వేగం $u = 0$

తొలి స్థానం (y_0)ను సున్నాగా తీసుకుందాం. మూల బిందువును బయలుదేరే బిందువుగా పరిగణిద్దాం. అంటే y-అక్షం దిగువ భాగం (లంబాక్షం) రుణాత్మకంగా ఉంటుంది. త్వరణం కిందవైపుకు ఉండి రుణాత్మక y-దిశలో ఉంటుంది, అందువల్ల a విలువ $a = -g = -9.8 \text{ ms}^{-2}$.

(i) సమీకరణం (2.8) ప్రకారం

$$y = y_0 + ut + \frac{1}{2}at^2$$

ఇచ్చిన దత్తాంశం ప్రకారం

$$y = 0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2 = -\tfrac{1}{2} \times 9.8 \times (2)^2$$

$$= -19.6 \text{ m.}$$

రుణ గుర్తు బయలుదేరిన బిందువుకు కింది దిశలో దూరం ఉందని తెలియచేస్తుంది.

(ii) భూమి వద్ద $y = -50$ m.

సమీకరణం (2.9) ప్రకారం

$$v^2 = u^2 + 2a\,(y - y_0)$$

$$= 0 + 2\,(-9.8)\,(-50 - 0)$$

$$v = 9.9 \text{ ms}^{-1}.$$

(iii) $v = u + at$, సమీకరణం ప్రకారం $t = 3$ సెకన్ల వద్ద

$$\therefore \quad v = 0 + (-9.8) \times 3$$

$$v = -29.4 \ ms^{-1}$$

$t = 3$ సెకన్లకు రాయి యొక్క వేగం $29.4 \ ms^{-1}$ అని, అది కింది దిశలో ఉందని తెలియచేస్తుంది.

గమనిక: శుద్ధగతిక సమీకరణాల్లో ఒక ముఖ్య విషయం పేర్కొనాలి. మనం కొన్ని సంజ్ఞలను సాంప్రదాయకంగా ఉపయోగిస్తాం. రాశులను పైకి, కుడివైపుకు పంపినప్పుడు ధనాత్మకంగా పరిగణిస్తాం. కిందవైపుకు, ఎడమవైపుకు పంపినప్పుడు రుణాత్మకంగా పరిగణిస్తాం.

2.6 అవకలనం, సమాకలనం భావనలు

భౌతికశాస్త్రం లోని సూత్రాలు, వివిధ భౌతిక రాశుల మధ్య గల సంబంధాలను వివరించడానికి గణితశాస్త్రం లోని అన్ని శాఖలు ఎంతో ఉపయోగపడతాయి. ఇంతవరకు బీజగణితం, త్రికోణమితి ఏవిధంగా ఉపయోగిస్తారో, మీకు తెలుసు. ఇప్పుడు భౌతికశాస్త్రం అధ్యయనం చేయడానికి మీరు అవకలనం (అవకలన కలన గణితం), సమాకలనం (సమాకలన గణితం) ను తెలుసుకుంటారు. గణితశాస్త్రం పుస్తకాలలో మీరు వీటి గురించి వివరంగా నేర్చుకోబోతున్నప్పటికీ ఈ భావాలను క్లుప్తంగా ఈ క్రింది విధంగా పరిచయం చేస్తాం.

ముందుగా ఈ క్రింది పదాల నిర్వచనాలను తెలుసుకుందాం.

స్థిరాంకం : గణితాత్మక సంక్రియలు పనిచేసినప్పటికీ ఏ రాశి విలువ మారదో అటువంటి రాశిని స్థిరాంకం అని అంటారు. ఉదా: 1, 2, 3, ... పూర్ణాంకాలు, భిన్నాలు, π, e, మొ॥.

చలరాశి: గణితాత్మక సంక్రియల ద్వారా ఏ రాశి విలువ మారుతుందో అటువంటి రాశిని చరరాశి అంటారు. సాధారణంగా చరరాశిని x, y, z మొ॥ వాటితో సూచిస్తారు.

ప్రమేయం: ప్రతి x విలువకు, y ఒక నిర్దిష్టమైన విలువను కలిగి ఉంటే, y ను x ప్రమేయంగా నిర్వచించి ఈ క్రింది సమీకరణంతో సూచిస్తాం.

$$y = f(x)$$

అంటే y, x యొక్క ప్రమేయం అని అర్థం.

అవకలన గుణకం: y, x యొక్క ప్రమేయం అనుకుందాం.

$$\text{i.e. } y = f(x)$$

x విలువ δx అను అతి చిన్న విలువకు పెరిగింది అనుకుందాం. y కూడ δy అను విలువకు పెరుగుతుంది అనుకుందాం. అప్పుడు $y + \delta y$, $x + \delta x$ ప్రమేయం అవుతుంది.

లేదా $$y + \delta y = f(x + \delta x)$$

లేదా $\delta y = f(x + \delta x) - y$

లేదా $$\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{f(x+\delta x)-f(x)}{\delta x}$$

$\frac{\delta y}{\delta x}$ ను పెరుగుదల నిష్పత్తి అంటారు. ఇది x పరంగా y లోని సగటు మార్పు రేటును x మరియు (x + δx) వ్యాప్తి మధ్యగల కాల వ్యవధిలో సూచిస్తుంది.

x పరంగా y తక్షణ మార్పు రేటును కనుగొనడానికి మనం, δx సున్నా విలువను సమీపిస్తున్నప్పుడు ($\delta x \to 0$) $\frac{\delta y}{\delta x}$ నిష్పత్తి అవధిని లెక్కించాలి.

i.e. $$\underset{\delta x\to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{\delta y}{\delta x} = \underset{\delta x\to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{f(x+\delta x)-f(x)}{\delta x}$$

కాబట్టి *x* పరంగా *y* లో కలిగే తక్షణ మార్పు రేటును $\underset{\delta x\to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{\delta y}{\delta x}$ గా రాస్తారు. దీనినే *x* పరంగా y అవకలన గుణకం అని అంటారు. దీన్ని $\frac{dy}{dx}$ తో సూచిస్తారు.

సమాకలనం

సమాకలనం, అవకలనం యొక్క ఉత్క్రమం. ఈ సమాకలన భావాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి, **F** అనే స్థిర బలం ఒక వస్తువుపై ప్రయోగించడం వలన అది **S** దూరం ప్రయాణించిందని అనుకుందాం. వస్తువు గమన కాలంలో దానిపై బలం చేసిన పని, W = **F.S**.

కాని **F** అనేది మార్పు చెందే బలం అయితే బీజగణితం ద్వారా ఏ పద్ధతి ప్రకారమైన మనం పనిని కనుగొనలేము.

ఉదాహరణకు, భూమి ఉపరితలంపై నుంచి ఒక వస్తువు పైకి ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు, దాని మీద గురుత్వబలం పనిచేస్తుంది. వస్తువు పైకి ప్రయాణించిన కొలది గురుత్వబలం మారుతూ ఉంటుంది. ఇటువంటి సందర్భంలో సమాకలనం అనే పద్ధతిని ఉపయోగించి పనిని లెక్కిస్తారు.

మార్పు చెందే బలం చేసిన పనిని కనుగొనడానికి,

$$W = \Sigma F(x)\,\Delta x$$

Δx, అతి చిన్న విలువలకు

$$W = \sum_{\lim \Delta x \to 0} F(x)\Delta x$$

దీనిని

$$W = \int F(x)\delta x$$ గా రాస్తారు.

పై సమాసాన్ని x పరంగా $F(x)$ ప్రమేయం యొక్క సమాకలనం అని అంటారు. సమాకలన గుర్తు $\int$ సాగదీసిన S అక్షరంలా ఉంటుంది.

సాధారణంగా ఉపయోగించే కొన్ని సమాకలన, అవకలన సూత్రాలు

(i) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} (\text{for } n \neq -1)$	(i) $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
(ii) $\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \log x$	(ii) $\frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x}$
(iii) $\int dx = \int x^0 dx = \frac{x^1}{1} = x$	(iii) $\frac{d}{dx}(x) = 1$
(iv) $\int cx dx = c\int x dx (\text{c is a constant})$	(iv) $\frac{d}{dx}(cu) = c\frac{d}{dx}(u)$
(v) $\int (u \pm v \pm w) dx = \int u dx \pm \int v dx \pm \int w dx$	(v) $\frac{d}{dx}(u \pm v \pm w) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$
(vi) $\int e^x dx = e^x$	(vi) $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
(vii) $\int \sin x dx = -\cos x$	(vii) $\frac{d}{dx}\{\sin(x)\} = +\cos x$
(viii) $\int \cos x dx = \sin x$	(viii) $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
(ix) $\int \sec^2 x dx = \tan x$	(ix) $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec x$
(x) $\int \text{cosec}^2 x dx = -\cot x$	(x) $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\text{cosec}^2 x$

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- చలించే వస్తువు ప్రయాణించిన మొత్తం పథంను దూరం అని అంటారు.
- వస్తువు తుది స్థానం మరియు తొలి స్థానంల మధ్యగల అతి తక్కువ దూరాన్ని స్థానభ్రంశం అని అంటారు. ఇది దిశను కలిగి ఉంటుంది.

- ఒక వస్తువు యొక్క స్థానభ్రంశానికి దానికి తీసుకున్న కాలానికిగల నిష్పత్తి ఆ వస్తువు సగటు వేగం అవుతుంది.
- మొత్తం ప్రయాణం చేసిన దూరాన్ని తీసుకున్న కాలంతో భాగిస్తే సగటు వడి వస్తుంది.
- ఒక వస్తువు పరంగా మరొక వస్తువు యొక్క సాపేక్ష స్థానంలోని మార్పు రేటును తొలి వస్తువు పరంగా దాని సాపేక్ష వేగం అవుతుంది.
- ప్రమాణ కాలంలో వేగంలోని మార్పును త్వరణం అంటారు.
- నిశ్చలంగా ఉన్న వస్తువు యొక్క స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ సరళరేఖగా ఉండి కాలం అక్షానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది.
- ఏకరీతి చలనంగల వస్తువు యొక్క స్థానం-కాలం గ్రాఫ్ సరళరేఖగా ఉండి కాలం అక్షానికి ఏటవాలుగా ఉంటుంది.
- కాలవ్యవధులు ఎంత చిన్నవైనా, వస్తువు సమాన కాల వ్యవధుల్లో సమాన దూరాలు ప్రయాణంచేస్తే దాన్ని ఏకరీతి చలనం అంటారు.
- ఏదైనా క్షణంలో ఒక కణం యొక్క వేగం లేదా దాని మార్గంలో ఏదైనా బిందువు వద్ద గల వేగాన్ని దాని తక్షణ వేగం అంటారు.
- స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ వాలు సగటువేగాన్ని ఇస్తుంది.
- స్థిర త్వరణంతో చలించే వస్తువు యొక్క స్థానం - కాలం గ్రాఫ్ సరళరేఖగా ఉండి కాలం అక్షానికి ఏటవాలుగా ఉంటుంది.
- వేగం - కాలం గ్రాఫ్ ఆవరించి ఉండే వైశాల్యం వస్తువు స్థానభ్రంశాన్ని ఇస్తుంది.
- వస్తువు యొక్క సగటు త్వరణాన్ని దాని వేగం-కాలం గ్రాఫ్ యొక్క వాలును బట్టి గణించవచ్చు.
- ఒక వస్తువు యొక్క చలనాన్ని కింది సమీకరణాలతో వర్ణించవచ్చు.

  (i) $v = u + at$

  (ii) $x = x_0 + u\,t + \frac{1}{2}at^2$

  (iii) $v^2 = u^2 + 2a\,(x - x_0)$

ముగింపు అభ్యాసం

1. C అనే కారు సరళమైన రోడ్డు మీద $65\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ వడితో M అనే మోటారు సైకిలు ముందు వెళుతోంది. కారు వెళ్లే దిశలోనే మోటారు సైకిలు $80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ వడితో వెళుతోంది. కారు C పరంగా మోటారు సైకిలు M సాపేక్షవేగం ఎంత?

2. నిశ్చలతలో ఉన్న ఒక కారు 2.0 ms^{-2} త్వరణంతో బయలుదేరింది. 30 m వెళ్లాలంటే అది ఎంత కాలం తీసుకొంటుంది?

3. ఒక మోటారు సైకిలు రెండు ప్రదేశాల మధ్య దూరంలో సగం దూరం 30 $km\,h^{-1}$ వడితోను మిగిలిన సగం దూరం 60 $km\,h^{-1}$ వడితోను ప్రయాణంచేసింది. మోటారు సైకిలు సగటు వడి ఎంత? గణించండి.

4. ఒక పావురం శీతాకాలం దక్షిణంవైపుకు ఎగురుతూ వెళుతోంది. ఇది 20 $km\,h^{-1}$ స్థిర వేగంతో ఎగురుతూ 25 km వెళ్లింది. ఈ దూరం ఎగరడానికి దానికి ఎంత కాలం పడుతుంది.

5. గాలి మార్గంలో బెంగళూరు–ఢిల్లీల మధ్య దూరం (సరళరేఖా మార్గంలో) 1200 km రైలు మార్గంలో వాటి మధ్య దూరం 1500 km. గాలిలో ప్రయాణంకు 2 గంటలు, రైలు ప్రయాణానికి 20 గంటలు తీసుకొంటే వాటి వడిల నిష్పత్తిని గణించండి.

6. ఒక సరళమైన రోడ్డు మీద ఒక కారు నిశ్చలస్థితి నుండి బయలుదేరి 5 s కాలంలో 50 $km\,h^{-1}$ వేగం పొందింది. దాని సగటు త్వరణం పరిమాణం ఎంత?

7. ఒక వస్తువు 2.0 ms^{-1} తొలివేగంతో వెళ్తోంది. 3 s కాలం దానికి 8.0 ms^{-2} త్వరణీకరణం చెందించారు

   (i) వస్తువును త్వరణీకరణం చెందించిన సమయంలో అది ఎంతదూరం ప్రయాణం చేసింది

   (ii) అది ప్రారంభంలో నిశ్చలస్థితిలో ఉంటే ఎంత దూరం ప్రయాణంచేసి ఉండేది?

8. 10 ms^{-1} వేగంతో ఒక వస్తువును నిటారుగా పైకి విసిరారు. దాని గరిష్ఠ ఎత్తువద్ద దాని వేగం, త్వరణం విలువలు ఎంత ఉంటాయి?

9. ఒక మహిళ మార్కెట్‌కు 8 $km\,h^{-1}$ వడితో వాహనాన్ని నడుపుకుంటూ వెళ్ళింది. మార్కెట్ మూసి ఉండటంతో ఆమె వెనుదిరిగి ఇంటికి 10 $km\,h^{-1}$ వడితో చేరింది. మార్కెట్ ఆమె ఇంటికి 2 km దూరంలో ఉంటే, ఆమె సగటు వేగం, సగటు వడిని గణించండి.

10. స్థిర త్వరణంతో ఒక వస్తువు నిశ్చలస్థితి నుండి బయలుదేరి 4 s కాలంలో 40 m దూరం సరళరేఖ మార్గంలో ప్రయాణం చేసింది. దాని తుదివేగం / మొత్తం దూరంలోని సగం దూరం ప్రయాణం చేయడానికి అది తీసుకునే కాలాన్ని గణించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

2.1

1. సాధ్యమే, వస్తువు దాని తొలిస్థానానికి వచ్చేసరికి దాని వేగం సున్నా అవుతుంది. కాని వడి సున్నా కాదు.

2. ఉంటుంది. ఒకే దిశలో ఒకే వేగంతో చలించే రెండు కార్ల సాపేక్షవేగం ఒకదాని పరంగా మరొకదానికి సున్నా అవుతుంది.

3. (a) 1 ms^{-1} (b) 2 ms^{-1}

2.2

1. పటం 2.2 చూడండి.
2. (i) కాదు (ii) B (iii) లేదు (iv) A (v) 400 m
3. ఏకరీతి చలనంలో
4. (a) అది తప్పు, ఎందుకంటే కాలంతోపాటు ప్రయాణంచేసిన దూరం తగ్గదు లేదా సున్నా కాదు.

2.3

1. (i) వస్తువు సున్నా వేగంతో బయలుదేరుతుంది.

బయలుదేరిన బిందువు నుండి 5వ సెకను వరకు వస్తువు చలనం ఏకరీతిగా త్వరణీకరణం చెందబడింది. దీన్ని OA గీతపై సూచించడం జరిగింది.

$$a = \frac{15-0}{5-0} = 3\,\text{ms}^{-2}$$

5వ మరియు 10వ సెకన్ల మధ్య వస్తు చలనం ఏకరీతి చలనం.

(AB రేఖతో సూచించబడింది). $a = \dfrac{15-15}{15-5} = \dfrac{0}{10} = 0\ \text{ms}^{-2}$

15వ మరియు 25వ సెకనుల మధ్య వస్తుచలనం ఏకరీతిగా రుణత్వరణీకరణం చెందబడింది

(BC రేఖతో సూచించబడింది). $a = \dfrac{0-15}{25-15} = -1.5\ \text{ms}^{-2}$

(ii) $$\text{సగటు వడి} = \frac{\text{ప్రయాణం చేసిన దూరం}}{\text{తీసుకున్న కాలం}} = \frac{\text{OABC వైశాల్యం}}{(25-0)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\times 15\times 5\right) + (15\times 10) + \left(\frac{1}{2}\times 15\times 10\right)}{25} = \frac{525}{50} = 10.5\,\text{ms}^{-1}$$

2.4

1. సమీకరణం $x = x_0 + ut + \frac{1}{2}at^2$ ఉపయోగించగా

$$40 = \frac{1}{2}\times a\times 16 \quad \Rightarrow \quad a = 5\,\text{ms}^{-2}$$

తరవాత $v^2 = u^2 + 2a(x - x_0)$ ఉపయోగించగా

$v = 20\ ms^{-1}$,

$20 = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 2\sqrt{2}$ సె.

2. సమీకరణం (2.9)ని ఉపయోగించగా $x = 21$ m

సమీకరణం (2.6)ని ఉపయోగించగా, $v = 13\ ms^{-1}$.

3. గరిష్ఠ ఎత్తు వద్ద, $v = 0$, సమీకరణం (2.9) ఉపయోగించగా,

$u = 7\sqrt{10}\ ms^{-1} = 22.6\ ms^{-1}$.

వస్తువు గరిష్ఠ ఎత్తుకు చేరేందుకు పట్టేకాలానికి రెట్టింపు కాలం వస్తువు గాలిలో ఉంటుంది.

4. వస్తువును పైకి విసిరినప్పుడు దాని త్వరణం ఎక్కువగా ఉంటుంది.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

1. $15\ km\,h^{-1}$
2. 5.47 s
3. $40\ ms^{-1}$
4. 1.25 hrs
5. 8 : 1
6. $2.8\ ms^{-2}$ (లేదా $3000\ km\,h^{-2}$)
7. (i) 42 m (ii) 36 m
8. 0 మరియు $9.8\ ms^{-2}$.
9. సగటు వేగం = 0, సగటు వడి = $8.89\ km\,h^{-1}$
10. $v = 20\ ms^{-1}$, $t = 2\sqrt{2}$ s

3

సమతల చలనం

పరిచయం

గత అధ్యాయంలో ఒక వస్తువు రేఖీయ గమనానికి సంబంధించిన దూరం, స్థానభ్రంశం, వేగం మరియు త్వరణం భావనలను చదువుకున్నాము. ఏకమితీయంలో రెండు దిశలు మాత్రమే సాధ్యం కనుక స్థానభ్రంశం, వేగం, త్వరణం దిశలను ధనాత్మకంగా కాని లేదా ఋణాత్మకంగా కాని సూచిస్తాం. కాని వస్తువుల గమనాన్ని ఒక తలంలో అంటే ద్విమితీయంగా వివరించడానికి మరికొన్ని కొత్త భావనలను ప్రవేశపెట్టవలసి వస్తుంది. భూమి నుండి క్షితిజ సమాంతరంతో కొంత కోణం చేస్తూ విసిరిన బంతి ద్విమితీయ గమనానికి ఒక ఆసక్తికరమైన ఉదాహరణ. ఈ గమనాన్నే ప్రక్షేపక గమనం అంటారు. ప్రక్షేపక చలనం మరియు వృత్తాకార చలనంలను ఈ అధ్యాయంలో మనం వివరంగా తెలుసుకుందాం. సాధారణంగా వృత్తాకార చలనం, క్షితిజ సమాంతర వృత్తంలోని చలనంను సూచిస్తుంది. ఈ రకమైన చలనాలను వివరించడానికి మనం కోణీయ వేగం, అభికేంద్రత్వరణం మరియు అభికేంద్ర బలం భావనలను గురించి తెలుసుకుందాం.

లక్ష్యాలు

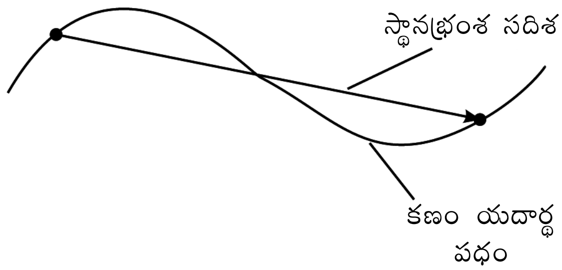
ఈ పాఠం చదివిన తరువాత క్రింది విషయాలను మీరు తెలుసుకుంటారు.

- సదిశ, అదిశ రాశుల మధ్య తేడాలు, వాటికి ఉదాహరణలు ఇవ్వడం.
- రెండు సదిశలను కలపడం, తీసివేయడం మరియు ఒక సదిశను దాని అంశాలుగా విభజించడం
- రెండు సదిశల లబ్ధాన్ని చేయడం
- ప్రక్షేపక చలనం మరియు వృత్తాకార చలనం వివరణ
- ప్రక్షేపక పథానికి సమీకరణం రాబట్టడం
- ప్రక్షేపకం గరిష్ఠఎత్తు, పలాయన కాలం మరియు వ్యాప్తులకు సమీకరణాలను రాబట్టడం
- వృత్తాకార చలనంలో ఉన్న కణం వేగం మరియు త్వరణంలను నిర్వచించడం.

3.1 అదిశలు మరియు సదిశలు

3.1.1 అదిశ మరియు సదిశరాశులు

భౌతికశాస్త్రంలో భౌతికరాశులను రెండు రకాలుగా విభజిస్తాం. ఒక సందర్భంలో, భౌతికరాశి పరిమాణాన్ని ప్రమాణాలతో చెప్తే దాని పూర్తి వివరణ సరిపోతుంది. ఉదాహరణకు ద్రవ్యరాశిని తీసుకుందాం. ఒక బంతి ద్రవ్యరాశి 50 gm అని చెప్తే సరిపోతుంది. మరి ఏమీ దానికి కలిపి చెప్పవలసిన అవసరం ఉండదు. బంతి ద్రవ్యరాశి ఎంతో మనకు అర్థం అవుతుంది. అదే విధంగా నీటి సాంద్రత 1000 $kg\,m^{-3}$ అని చెప్తే సాంద్రత యొక్క పూర్తి వివరణ చెప్పినట్లే. ఇటువంటి రాశులను అదిశరాశులు అంటారు. అదిశ రాశికి పరిమాణం మాత్రమే ఉంటుంది. దిశ ఉండదు.



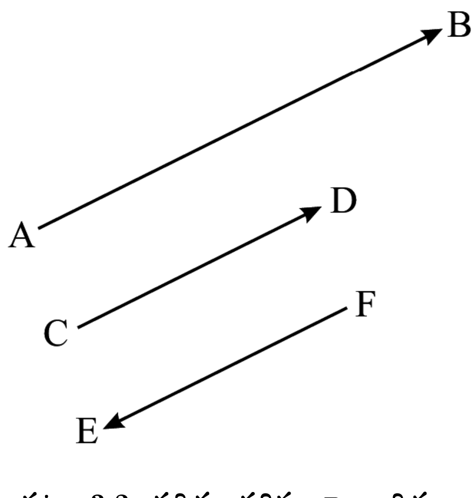
పటం 3.1 : స్థానభ్రంశ సదిశ

మరికొన్ని రాశులకు పరిమాణం, దిశ రెండూ ఉంటాయి. ఈ రెండింటిని చెపితేగాని ఆరాశి వివరణ పూర్తిగా తెలియదు. ఒక రైలు వేగం 100 $km\,h^{-1}$ (గంటకు 100 కిమీ) అని చెప్పినంత మాత్రాన పూర్తిగా అర్థవంతంగా చెప్పినట్లు కాదు. అది ఏ దిశలో వెళుతున్నది కూడా చెప్పాల్సి ఉంటుంది. అటువంటి మరొక రాశి బలం. కేవలం బలం పరిమాణం ఒకటి చెప్తే సరిపోదు. అది ఏ దిశలో పనిచేస్తున్నది కూడా చెప్పాల్సి ఉంటుంది. ఇటువంటి రాశులను సదిశరాశులు అంటారు. సదిశరాశులకు పరిమాణం దిశ రెండూ ఉంటాయి.

యాంత్రికశాస్త్రంలో మీరు నేర్చుకునే కొన్ని సదిశరాశులకు ఉదాహరణలు తెలుసుకుందాం. స్థానభ్రంశం (పటం 3.1), త్వరణం, ద్రవ్యవేగం, కోణీయ ద్రవ్యవేగం మరియు టార్క్ మొదలయినవి.

3.1.2 సదిశలను తెలియచేయడం

ఒక గీత, బాణం గుర్తుతో సదిశను తెలియచేస్తారు. బాణం గుర్తు దిశను తెలియచేస్తుంది. **పటం 3.2**లో సదిశ AB ని తీసుకోండి. AB గీత పొడవు ఎంతో స్కేలు పరంగా దాని పరిమాణాన్ని తెలియచేస్తుంది. బాణం గుర్తు దిశను చెబుతుంది. సదిశ CD కూడా AB సదిశ దిశలోనే ఉంది కాని పరిమాణంలో చిన్నది. సదిశ EF పరిమాణం సదిశ CD తో సమానం అయినప్పటికి దాని దిశ తేడాగా ఉంది.

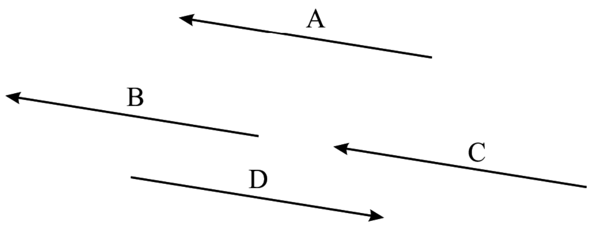


పటం 3.2 : సదిశల పరిమాణాలు, దిశలు

జ్యామితీయంగా సదిశను ఒక బాణంతో సూచిస్తారు. బాణం పొడవు సదిశ పరిమాణానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. బాణం తల సదిశ దిశను సూచిస్తుంది. బాణం AB స్థానభ్రంశ సదిశను సూచిస్తోంది. సదిశ తొలి బిందువు (AB లో A బిందువు) ను సదిశతోక అని, తుది బిందువు (AB లో B బిందువు)ను సదిశ తల అని అంటారు.

సదిశను సూచించేందుకు ఆ అక్షరంపై బాణం గుర్తు వేసి చెబుతారు. ఉదాహరణకు $\vec{A}$. ఇందులో సదిశ $\vec{A}$ యొక్క పరిమాణం A లేదా $|\vec{A}|$. అచ్చులో సదిశను బోల్డు ప్రింటులో చూపుతారు. **A** గా ప్రింటు చేస్తారు.

రెండు సదిశలు పరిమాణంలో సమానంగా ఉంటూ ఒకే దిశలో ఉంటే ఆ రెండూ సమానమైన సదిశలు అంటారు. అంటే సమాన పరిమాణాలుగల అన్ని సదిశలు సమాంతరంగా ఉండి ఒకే దిశలో ఉంటే అవన్నీ సమానం అని అర్థం. **పటం 3.3**లో చూపిన A, B మరియు C సదిశలు సమానం. అంటే **A = B = C** అంటాం. కాని **D** మాత్రం **A** తో సమానం కాదు.



పటం 3.3 : మూడు సదిశలు సమానం. నాల్గవ సదిశ D మిగిలిన వాటితో సమానం కాదు

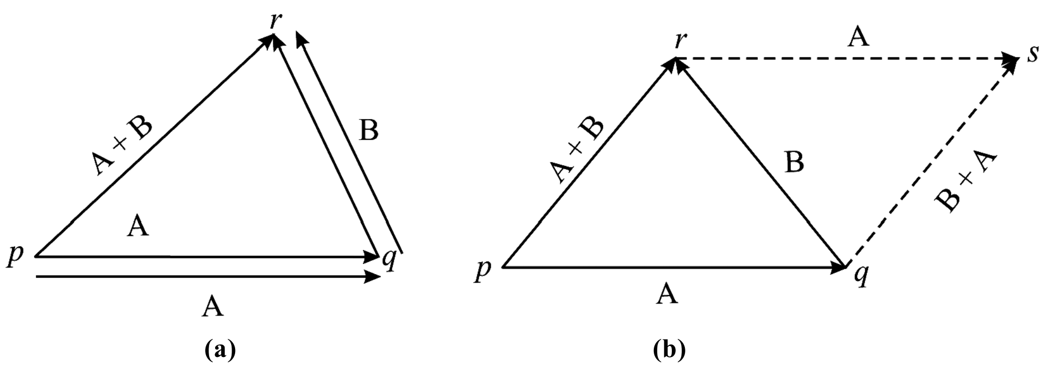
ఒక సదిశ (ఇక్కడ D) పరిమాణం సదిశ A పరిమాణంతో సమానంగా ఉన్నప్పటికి దిశ వ్యతిరేకంగా ఉంది. అంటే ఇది A కు వ్యతిరేకంగా ఉంది. లేదా −A అంటే D = −A.

పరిమాణ పరంగా ఒక సదిశను చెప్పాలంటే తప్పనిసరిగా అనులోమానుపాతంలో ఉండే ఒక స్కేలును ఎంచుకోవాలి. ఉదాహరణకు ఢిల్లీ–ఆగ్రాల మధ్య సదిశ స్థానభ్రంశం 300 కిలోమీటర్లు ఉంటుంది. 100 కిమీ = 1 సెమీ (100 km = 1 cm) స్కేలును ఎంచుకుని దీనిని సూచించవచ్చు. అదే విధంగా 30N బలాన్ని 3cm పొడవైన సదిశతో సూచించవచ్చు. కాకపోతే స్కేలు 10N = 1 cm గా తీసుకోవాలి.

ఒకే సదిశను దానికే సమాంతరంగా ఉండే విధంగా ఏ మార్పు లేకుండా కదపవచ్చును అని స్పష్టమవుతోంది. ఈ ముఖ్యమైన ఫలితం సదిశల సంకలనంలో ఉపయోగపడుతుంది.

3.1.3 సదిశల సంకలనం

ఒకే రకానికి చెందిన రెండు సదిశలను సంకలనం చెందించవచ్చు. ఉదాహరణకు రెండు బలాలు లేదా రెండు వేగాలను సంకలనం చెందించవచ్చు.



పటం 3.4 : A మరియు B సదిశల సంకలనం

రెండు సదిశలు **A** మరియు **B** లను సంకలనం చేద్దాం. పటం 3.4 (a) లో చూపినట్లు సదిశ **A** ను తిరిగి గీయాలి. దీని కోసం సదిశ **A**కు సమాంతరంగా ఒక గీత (pq అనుకుందాం) గీయాలి. ఈ గీత pq పొడవు **A** సదిశ యొక్క పరిమాణానికి సమానంగా ఉండాలి. తరవాత సదిశ **B** ను గీయాలి. ఎలా గీయాలంటే దాని తోక సదిశ **A** తలతో ఏకీభవించునట్లు గీయాలి. దీని కోసం సదిశ **A** తల (బిందువు q నుండి) నుండి సదిశ **B** కు సమాంతరంగా pr గీత గీయాలి. ఇప్పుడు ఈ రెండు సదిశల మొత్తాన్ని ఈ విధంగా కనుక్కోవచ్చు. మొదటి సదిశ **A** తొలి బిందువును, రెండవ సదిశ **B** తుది బిందువును కలుపుతూ ఒక బాణాన్ని గీయాలి. ఇదే pr గీత. ఈ pr గీత ఆ రెండు సదిశల మొత్తాన్ని (ఫలిత సదిశను) సూచిస్తుంది. సదిశల సంకలనం స్థిత్యంతరం (commutative) అని సులువుగా మీరు నిరూపించగలరు. అంటే $\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}$ అని. పటం 3.4(b) లో చూడండి. పటం 3.4 (b) లో pqr ఒక త్రిభుజం. అందులో రెండు భుజాలు pq మరియు qr లు వరసగా సదిశలు **A** మరియు **B** లను పరిమాణాత్మకంగాను, దిశ పరంగాను సూచిస్తున్నాయి. దీని మూడవ భుజం pr ఫలిత సదిశను సూచిస్తోంది. దాని దిశ p నుండి r వైపుకు ఉంది. ఇది రెండు సదిశలను సంకలనం చేసేందుకు ఒక నియమాన్ని తెలియచేస్తోంది.

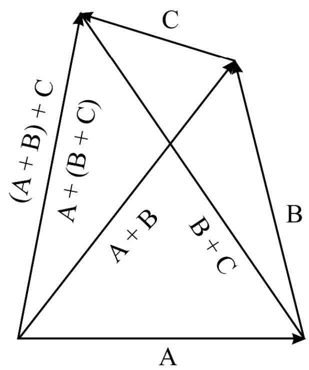
రెండు సదిశలను ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాలుగా దిశలోనూ, పరిమాణంలోనూ ఒక క్రమంలో సూచిస్తే, త్రిభుజాన్ని పూర్తిచేసే మూడవ భుజం వ్యతిరేక క్రమంలో ఆ సదిశల ఫలిత సదిశను (మొత్తాన్ని) దిశలోను, పరిమాణంలోనూ తెలుపుతుంది. ఇది సదిశ త్రిభుజ బల నియమం.

రెండు అంత కంటె ఎక్కువ సదిశల మొత్తాన్ని ఫలిత సదిశ అంటారు. పటం 3.4(b) లో సదిశలు **A** మరియు **B** ల ఫలిత సదిశ **pr**. ఒకే దిశలో త్రిభుజం మూడు భుజాల వెంబడి ప్రవర్తించే మూడు బలాల ఫలిత బలం ఎంత? అది శూన్యం అని మీరు అనుకుంటే మీ ఆలోచన సరియైనదే.

ఇప్పుడు రెండు కన్నా ఎక్కువ సదిశల యొక్క ఫలిత సదిశను కనుగొనే పద్ధతి నేర్చుకుందాం.

రెండు సదిశల ఫలిత సదిశను ఏవిధంగా కనుగొన్నామో అదే విధంగా రెండు కన్నా ఎక్కువ సదిశల ఫలిత సదిశను కనుక్కోవచ్చు.

ఉదాహరణకు **A**, **B** మరియు **C** సదిశల ఫలిత సదిశను కనుక్కోవాలనుకుందాం. ముందు **A** మరియు **B** సదిశల ఫలిత సదిశ (**A+B**) కనుక్కోవాలి. తరవాత ఈ ఫలిత సదిశ (**A+B**), **C** సదిశల ఫలిత సదిశను కనుక్కోవచ్చు. లేదా సదిశ **B**, సదిశ **C** లను ముందు సంకలనం చేసి ఆ తరవాత సదిశ **A** ను (**B** + **C**) లకు కలపవచ్చు. (పటం 3.5). ఈ రెండు సందర్భాల్లోను ఫలిత సదిశ ఒకే విధంగా వస్తుంది. ఇది సహచర సదిశ సంకలనం. అంటే $\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = (\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{C}$.



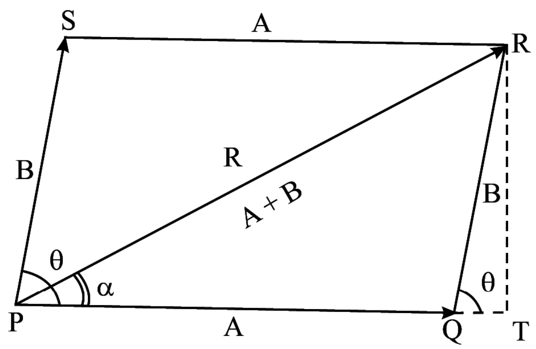
పటం 3.5 : రెండు భిన్న దిశలలో గల మూడు సదిశల సంకలనం

మూడు సదిశల కన్నా ఎక్కువ సంకలనం చేసినపుడు, ఫలిత సదిశ తొలి సదిశ తోకను తుది సదిశ తలను కలిపితే వస్తుందని మీరు కనుక్కోగలుగుతారు.

చాలా సందర్భాల్లో సదిశలు ఒకే బిందువు మీద ప్రయోగిస్తారు. అటువంటి సందర్భాల్లో సదిశల సమాంతర చతుర్భుజ నియమం ఉపయోగించడం సౌకర్యంగా ఉంటుంది. దాని గురించి ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

3.1.4 సదిశల సంకలన సమాంతర చతుర్భుజ నియమం లేదా సదిశల సమాంతర చతుర్భుజ సంకలన నియమం

పటం 3.6లో చూపినట్లు **A** మరియు **B** లు రెండు సదిశలు. వాటి మధ్య కోణం θ. ఈ సదిశల మొత్తం కనుగొనేందుకు సమాంతర చతుర్భుజాన్ని పూర్తిగా నిర్మిస్తాం. ఇందులో ఒక భుజం **PQ** సదిశ **A** ను సూచిస్తుంది. మరొక భుజం **PS** సదిశ **B** ను సూచిస్తుంది. సమాంతర చతుర్భుజం కర్ణం PR ఫలిత సదిశ **R** ను సూచిస్తుంది. ఫలిత సదిశ **R** సదిశలు **A + B** ల మొత్తం అని గుర్తుపట్టారా? దీనినే సదిశలు **A** మరియు **B** ల ఫలిత సదిశ అంటారు. ఈ ఫలిత సదిశ, సదిశ **A** దిశతో α కోణం చేస్తున్నది. సదిశలు **PQ** మరియు **SR** లు **A** కు సమానం, అదే విధంగా సదిశలు **PS** మరియు **QR** లు **B** కు సమానం అని గుర్తుంచుకోవాలి. ఫలిత సదిశ **R** పరిమాణం తెలుసుకునేందుకు, పటంలో చూపిన విధంగా లంబం RT గీయాలి. పరిమాణం పరంగా



పటం 3.6 : సదిశల సంకలన సమాంతర చతుర్భుజ నియమం

$$(PR)^2 = (PT)^2 + (RT)^2$$

$$= (PQ + QT)^2 + (RT)^2$$

$$= (PQ)^2 + (QT)^2 + 2PQ.QT + (RT)^2$$

$$= (PQ)^2 + [(QT)^2 + (RT)^2] + 2PQ.QT \qquad \ldots (3.1)$$

$$= (PQ)^2 + (QR)^2 + 2PQ.QT$$

$$= (PQ)^2 + (QR)^2 + 2PQ.QR\ (QT / QR)$$

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2\ AB.\cos\theta$$

∴ **R** యొక్క పరిమాణం $|\mathbf{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB.\cos\theta}$ ... (3.2)

సదిశ **R** యొక్క దిశ తెలుసుకునేందుకు

$$\tan\alpha = \frac{RT}{PT} = \frac{RT}{PQ+QT} = \frac{B\sin\theta}{A+B\cos\theta} \qquad \ldots (3.3)$$

ఫలిత సదిశ దిశను ప్రాథమిక సదిశతో అది చేసే కోణంలో చెప్పవచ్చు.

ప్రత్యేక సందర్భాలు

రెండు సదిశలు **A** మరియు **B** లు సమాంతరంగా ఉంటే $\theta = 0°$, $\cos\theta = 1$ వీటి ఫలిత సదిశ వాటి దిశలోనే వాటి పరిమాణాల మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుంది. **R = A + B**

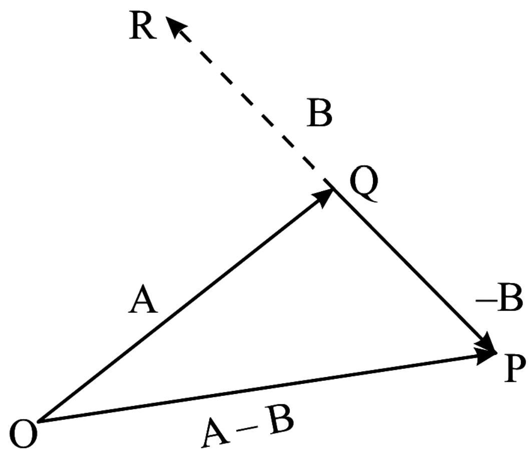
రెండు సదిశలు ఒకదాని కొకటి లంబంగా ఉంటే $\theta = 90°$ $\cos\theta = 0$. వీటి ఫలితదిశ $\mathbf{R} = \sqrt{\mathbf{A}^2 + \mathbf{B}^2}$

రెండు సదిశలు అసమాంతర దిశల్లో (anti-parallel) ఉంటే $\theta = 180^\circ$ $\cos\theta = -1$ వీటి ఫలిత సదిశ **A** లేదా **B** వెంబడి ఉంటుంది. ఇది ఏ సదిశకు ఎక్కువ పరిమాణం ఉంటుందో దాని మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$$

3.1.5 సదిశా వ్యవకలనం

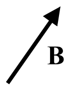
ఒక సదిశ నుండి మరొక సదిశను ఎలా వ్యవకలనం చేస్తారు? రెండు సదిశల తేడాను గుర్తుచేసుకోగలిగితే, అంటే **A – B**, ఇది నిజానికి **A + (–B)**కి సమానం. అంటే సదిశల సంకలనం చేసే పద్ధతిని అనుసరించవచ్చు. ఇది **పటం 3.7**లో వివరించబడింది. సదిశ **–B** ను సదిశ **A** తల నుండి గీయాలి. సదిశ **A** తోక సదిశ **–B** తలను కలపాలి. ఫలిత సదిశ **(A – B)** సదిశలు **A** మరియు **B** ల వ్యవకలనం అవుతుంది.



పటం 3.7 : సదిశ A నుండి సదిశ B ను వ్యవకలనం చేయుట

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 3.1

సదిశలు 

మరియు 

లు ఇవ్వబడినవి.

1. ఈ దిగువ సదిశలు చూపేందుకు కావలసిన పటాలు గీయండి.

   (a) B – A, (b) **A + B**, (c) **A – 2B** (d) **B – 2A**.

2. రెండు సదిశలు **A** మరియు **B** 10 ప్రమాణాలు, 12 ప్రమాణాలు గలవి అసమాంతరంగా ఉన్నాయి. **A + B** మరియు **A – B** కనుక్కోండి.

3. **A** మరియు **B** సదిశలు ఒకదానికొకటి 60 డిగ్రీల కోణంలో ఏటవాలుగా ఉన్నాయి. వాటి పరిమాణాలు **A** = 30 ప్రమాణాలు, **B** = 60 ప్రమాణాలు అయితే ఫలిత సదిశ కనుక్కోండి.

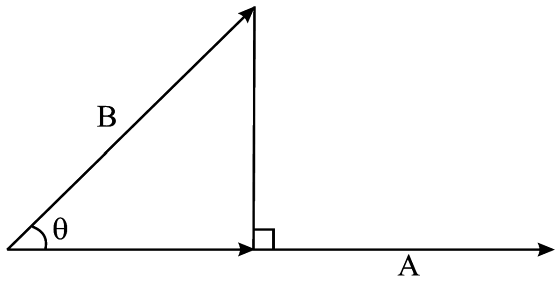
3.1.6 ఒక అదిశతో ఒక సదిశను గుణించడం

ఒక సదిశ **A** ను ఒక అదిశ k తో గుణిస్తే **A** పరిమాణానికి k రెట్లుండే ఆ సదిశ దిశలోనే ఉండే ఇంకొక సదిశను పొందుతాం. అంటే ఫలిత సదిశ పరిమాణం k|**A**| ఉంటుంది. k ధనాత్మకం అయితే కొత్త సదిశ దిశలో మార్పు ఉండదు. k ఋణాత్మకం అయితే కొత్త సదిశ దిశ **A** దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు సదిశ 3**A** పరిమాణం సదిశ **A** పరిమాణానికి మూడు రెట్లు ఉంటుంది. దిశ **A** దిశలోనే ఉంటుంది. కాని సదిశ – 3**A** సదిశ **A** దిశకు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటుంది. దీని పరిమాణం మాత్రం **A** పరిమాణానికి 3 రెట్లు ఉంటుంది.

3.1.7 సదిశల అదిశాలబ్ధం

రెండు సదిశలు **A** మరియు **B** ల అదిశాలబ్ధాన్ని **A.B** గా రాస్తారు. ఇది AB cosθ కు సమానం. ఇక్కడ θ రెండు సదిశల మధ్య కోణం. **పటం 3.8** ను జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే B cosθ అనేది సదిశ **A** వెంబడి సదిశ **B** యొక్క ప్రక్షేపకంగా గోచరిస్తుంది.

సదిశలు **A** మరియు **B** ల యొక్క అదిశ లబ్ధం **A** సదిశ యొక్క పరిమాణం మరియు **A** సదిశ పొడవు వెంబడి **B** యొక్క ప్రక్షేపకముల లబ్ధం అవుతుంది. సదిశల మధ్య కోణం θ మరియు (360 – θ) కోణాల కొసైన్ (cos) విలువలు ఒకటే కాబట్టి రెండు సదిశల మధ్య బిందు (డాట్) లబ్ధం ఒక అదిశను సూచిస్తుంది. దీనిని అదిశాలబ్ధం లేదా బిందు లబ్ధం (డాట్ ప్రోడక్ట్) అని కూడా అంటారు. రెండు సదిశల అదిశా లబ్ధం అదిశరాశి అవుతుందని గుర్తుంచుకోవాలి.



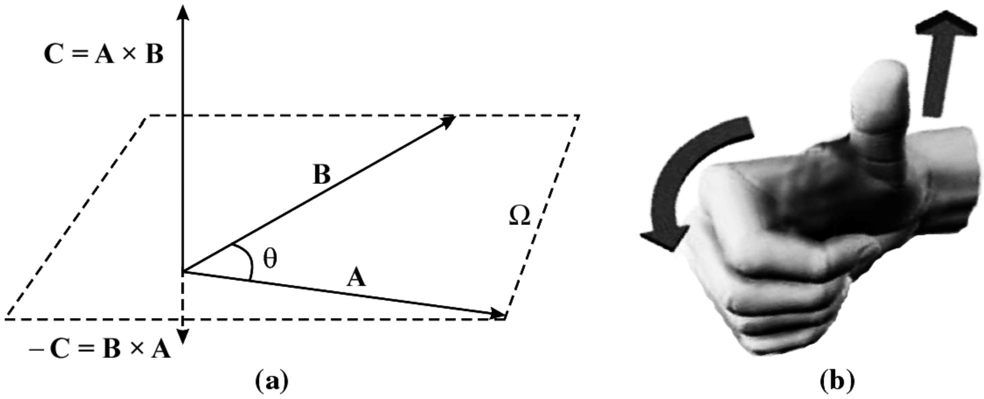
పటం 3.8 : A మీద B యొక్క ప్రక్షిప్తం

అదిశాలబ్ధానికి మీకు బాగా తెలిసిన ఉదాహరణ చెప్పుకుందాం. బలం F ఒక వస్తువు ప్రయాణం చేసే దిశకు θ కోణంలో ప్రయోగించినప్పుడు వస్తువు d స్థానభ్రంశం చెందితే, బలం చేసిన పని Fdcosθ అవుతుంది. F మరియు d ల మధ్య కోణం θ.

బిందు లబ్ధం అదిశగా ఉంటుంది కాబట్టి, ఇది స్థిత్యంతర న్యాయం పాటిస్తుంది. **A.B** = **B.A** = ABcosθ ఇది విభాజక న్యాయం కూడా పాటిస్తుంది. **A. (B + C) = A.B + A.C**.

3.1.8 సదిశల సదిశాలబ్ధం

ఉదాహరణకు రెండు సదిశలు **A** మరియు **B** లు θ కోణం వాలులో ఉన్నాయనుకుందాం. ఈ రెండు సదిశలు గల తలాన్ని మనం గీయగలం. ఈ తలాన్ని Ω అని పిలుద్దాం. ఇది ఈ కాగిత తలానికి లంబంగా ఉంటుంది. ఇప్పుడు ఈ సదిశల సదిశా లబ్ధం, **A** × **B** అని రాస్తాం, అది మరొక సదిశ **C** అవుతుందనుకుందాం. దీని పరిమాణం AB sinθ అవుతుంది. దీని దిశ Ω తలానికి లంబంగా ఉంటుంది. సదిశ **C** దిశను కుడి-చేతి నియమం (పటం 3.9(b)) ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు. మీ కుడిచేతి వేళ్లు **A** నుండి **B** కు వాటి మధ్య కోణం మేరకు



పటం 3.9(a) సదిశల సదిశాలబ్ధం (b) ఫలిత సదిశ C = A × B దిశను కుడిచేతి నియమం వల్ల తెలుస్తుంది. కుడిచేతి వేళ్లను A నుండి B వైపుకు వాటి నడుమగల చిన్న కోణం మేర తిప్పినప్పుడు, బొటన వేలు మిగిలిన వేళ్లకు లంబంగా ఉంచినపుడు అది C దిశను సూచిస్తుంది.

తిరుగుతున్నాయనుకోండి. అప్పుడు మీ బొటనవేలు చూపే దిశ ఫలిత సదిశ C యొక్క దిశను తెలియచేస్తుంది. ఈ నియమం ప్రకారం సదిశ **B × A** యొక్క దిశ సదిశ **A × B** యొక్క దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉంటుందని స్పష్టమవుతుంది. దీన్ని బట్టి సదిశాలబ్ధం స్థిత్యంతర న్యాయాన్ని పాటించదని గమనించగలరు. ఈ రెండు సదిశల మధ్య ఒక క్రాస్ ఉంచి వాటిని సదిశాలబ్ధంగా సూచిస్తున్నారు కాబట్టి దీన్ని వజ్ర లబ్ధం అని కూడా అంటారు.

భ్రమణం చెందే వస్తువు యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగం సదిశాలబ్ధానికి మనకు తెలిసిన ఒక మంచి ఉదాహరణ.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 3.2

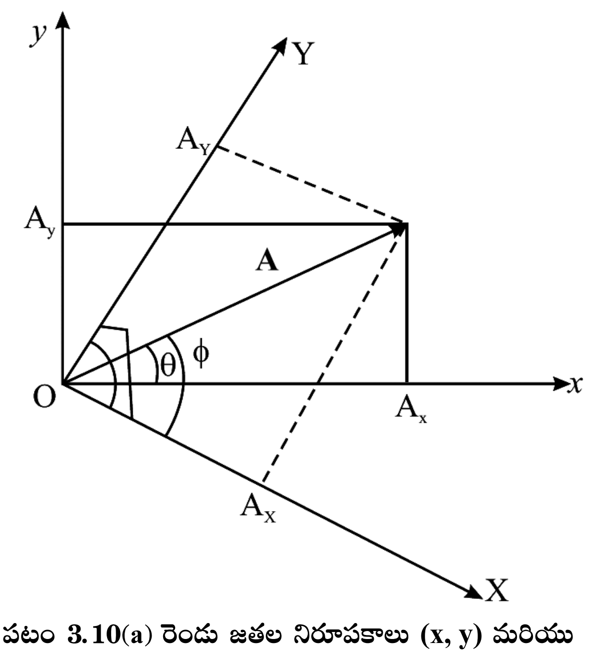
1. సదిశ **A** కు సదిశ **B** సమాంతరంగా ఉందనుకుందాం. వాటి సదిశాలబ్ధం ఎంత? సదిశ **B** సదిశ **A** కు అసమాంతరంగా ఉంటే అప్పుడు సదిశాలబ్ధం ఎంత?
2. మనకు సదిశ **A** మరియు సదిశ $\mathbf{C} = \frac{1}{2}\mathbf{B}$ ఉన్నాయి అనుకుందాం. సదిశ **A × B** దిశ సదిశ **A × C** లకు ఎలా సంబంధం కలిగి ఉంటుంది?
3. **A** మరియు **B** సదిశలు అవి ఉన్న తలంలోనే భ్రమణం చెందించామనుకుందాం. సదిశ **C = A × B** దిశకు ఏమి జరుగుతుంది?
4. ఉదాహరణకు ఒకే తలంలో సదిశలు **A** మరియు **B** లను కొంత మేర స్వేచ్ఛగా భ్రమణం చెందించగలరు. సదిశ **C = A × B** కచ్చితంగా వ్యతిరేక దిశలో ఉండేటట్లు చేయగలరా?
5. సదిశ **A** x-అక్షం వెంబడి, సదిశ **B** **y**-అక్షం వెంబడి ఉన్నాయి. సదిశ **C = A × B** దిశ ఎటు ఉంటుంది? **A** సదిశ **y**-అక్షం వెంబడి **B** సదిశ **x**-అక్షం వెంబడి ఉంటే సదిశ **C** కి ఏమవుతుంది?
6. సదిశలు **A** మరియు **B** లు పరస్పరం లంబంగా ఉన్నాయి. ఇప్పుడు (a) **A . B** (b) **A × B** లను గణించండి.

3.1.9 సదిశను అంశాలుగా విభజించడం

సదిశలను అంశాలుగా విభజించడం అంటే సంకలనానికి విపర్యయం. ఇవ్వబడిన సదిశ యొక్క అంశాలను ఒక నిరూపక వ్యవస్థ అక్షాల వెంబడి గణించడం జరుగుతుంది. **పటం 3.10**లో చూపినట్లు సదిశ **A** ఉందనుకుందాం. దీని అంశాలు x మరియు y-అక్షాలు వెంబడి కనుగొనాలి. ఈ అంశాలను వరసగా A_x మరియు A_y లు అని పిలుద్దాం.

$A_x = A \cos \theta$ మరియు ... (3.4)

$A_y = A \sin \theta$ ... (3.5)



పటం 3.10(a) రెండు జతల నిరూపకాలు (x, y) మరియు (X, Y) ల వెంబడి సదిశ A యొక్క అంశాలు

ఇక్కడ సదిశ A, x-అక్షంతో చేసే కోణం θ.

సదిశ A కు x-అక్షానికి మధ్య కోణం ϕ అయితే దాని అంశాలు x-అక్షం మరియు y-అక్షం వెంబడి ఎంత (పటం 3.10) ఉంటాయి?

$$A_X = A \cos \phi$$

మరియు $$A_Y = A \sin \phi.$$

ఒక సదిశ యొక్క అంశాలు స్థిరంగా ఉండవు. ఏ అక్షాల వెంబడి దాని అంశాలు కావాలో దానిపై అంశాల విలువ ఆధారపడి ఉంటుంది. సదిశ అంశాల పరంగా సదిశ **A** యొక్క పరిమాణం, దిశలు ఈ కింది సమీకరణాలు తెలుపుతాయి.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2} \qquad \text{... (3.6)}$$

మరియు $$\tan \theta = A_y/A_x, \ \tan \phi = A_Y/A_X \qquad \text{... (3.7)}$$

3.1.10 ఏకాంక సదిశ

ఈ స్థాయిలో ఏకాంక సదిశ భావనను ప్రవేశపెడతాం. ఏకాంక సదిశకు ఏకాంక ప్రమాణం ఉంటుంది. నిర్దిష్టమైన దిశ ఉంటుంది. ఏకాంక సదిశకు ప్రమాణాలు, మితులు ఉండవు. దీని ప్రయోజనం కేవలం దిశను సూచించడం మాత్రమే.

ఉదాహరణకు, సదిశ **A** ను $A\hat{\mathbf{n}}$ గా రాస్తాము. **n** పై గల క్యాప్ ($\hat{\mathbf{n}}$) సదిశ **A** దిశలో ఏకాంక సదిశను సూచిస్తుంది. ఈ ఏకాంక సదిశ ప్రవేశ పెట్టడంలో ఉద్దేశ్యం అది సదిశ యొక్క దిశను సూచించడం కోసం మాత్రమే. దాని పరిమాణం విషయం సదిశ చూసుకుంటుంది. నిరూపక అక్షాల వెంబడి ఈ ఏకాంక సదిశలకు ప్రత్యేక ప్రాముఖ్యత ఉంటుంది. x-అక్షం వెంబడి ఏకాంక సదిశను $\hat{\mathbf{i}}$ తోను, y-అక్షం వెంబడి $\hat{\mathbf{j}}$ తోను, z-అక్షం వెంబడి $\hat{\mathbf{k}}$ తోను సూచిస్తారు. ఈ సాంప్రదాయాననుసరించి సదిశ **A**, యొక్క x-అక్షం, y-అక్షం వెంబడి దాని అంశాలు వరసగా A_x మరియు A_y పరంగా ఈ కింది విధంగా రాస్తారు.

$$\mathbf{A} = A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}} \qquad \text{... (3.8)}$$

మరియొక సదిశరాశి B ని కూడా ఇదే విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} \qquad \text{... (3.9)}$$

ఈ రెండు సదిశల మొత్తాన్ని ఈ క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\hat{\mathbf{j}} \qquad \text{... (3.10)}$$

అదిశా లబ్ధం నియమాలననుసరించి మనం ఈ క్రింది విధంగా చూపగలం.

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 1, \ \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = 1, \ \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1, \ \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = 0, \ \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0 \text{ మరియు } \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0 \qquad \text{... (3.11)}$$

సదిశలు A మరియు B ల బిందు లబ్ధాన్ని ఈ కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = (A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}).(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}})$$

$$= A_xB_x(\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}}) + A_xB_y(\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{j}}) + A_yB_x(\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{i}}) + A_yB_y(\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{j}})$$

ఇందులో సమీకరణం 3.11 లోని ఫలితాలు ఉపయోగించాము.

$$= A_xB_x + A_yB_y \qquad \text{... (3.12)}$$

రెండు సదిశల సదిశాలబ్ధం కూడా ఏకాంక సదిశలనుపయోగించి రాయవచ్చు. దీనికి ముందుగా ఏకాంక సదిశల సదిశాలబ్ధం తెలియాలి. ఏకాంక సదిశల మధ్య లంబకోణం ఉంటుందన్న సంగతి గుర్తుంచుకోవాలి. ఉదాహరణకు $\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}}$ తీసుకుందాం. వీటి మధ్య కోణం యొక్క సైన్ విలువ ఒకటి. ఈ సదిశల పరిమాణ లబ్ధం కూడా ఒకటి. దీని దిశ $\hat{\mathbf{i}}$ మరియు $\hat{\mathbf{j}}$ లు గల xy తలానికి లంబంగా ఉంటుంది. ఇదే z-అక్షం. కుడిచేతి నియమం ప్రకారం, ఇది ధన z-అక్షం. మరి ధన z-అక్షంలో ఉండే ఏకాంక సదిశ ఏమిటి? ఈ ఏకాంక సదిశ $\hat{\mathbf{k}}$. అందువల్ల

కాబట్టి $\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}$ ... (3.13)

ఇదే విధమైన పద్ధతితో, మనం ఇలా చూపించగలం.

$$\hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}},\ \hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}},\ \hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{i}} = -\hat{\mathbf{k}},\ \hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{j}} = -\hat{\mathbf{i}},\ \hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{j}} \qquad \text{... (3.14)}$$

మరియు

$$\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{k}} = 0 \qquad \text{... (3.15)}$$

ఉదాహరణ 3.1

$\mathbf{C} = 4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}}$ మరియు $\mathbf{D} = 6\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}$ **C** మరియు **D** లు సదిశలు అయితే **C**, **D** లు అదిశాలబ్ధం మరియు సదిశాలబ్ధాలను కనుక్కోండి.

సాధన :

C మరియు **D** ల అదిశాలబ్ధం

$$\mathbf{C}\cdot\mathbf{D} = (4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}})\cdot(6\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}})$$

$$= 24(\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}}) - 16(\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{j}}) + 30(\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{i}}) - 20(\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{j}})$$

సమీకరణం **(3.11)** ఉపయోగించి

$$\mathbf{C}\,.\,\mathbf{D} = 24 - 20$$

$$= 4$$

C మరియు **D** సదిశాలబ్ధం :

$$\mathbf{C} \times \mathbf{D} = (4\,\hat{\mathbf{i}} + 5\,\hat{\mathbf{j}}) \times (6\,\hat{\mathbf{i}} - 4\,\hat{\mathbf{j}})$$

$$= 24\,(\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}}) - 16\,(\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}}) + 30\,(\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}}) - 20(\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}})$$

(3.13 to 3.15) సమీకరణాలను ఉపయోగించి

$$\mathbf{C} \times \mathbf{D} = -16\,\hat{\mathbf{k}} - 30\,\hat{\mathbf{k}} = -46\,\hat{\mathbf{k}}$$

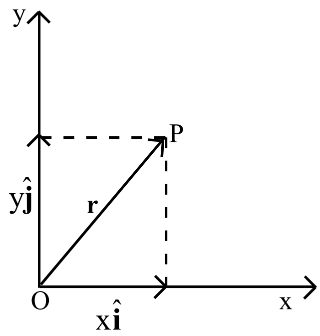
అందువల్ల సదిశలు C మరియు D ల సదిశా లబ్ధం ఒక సదిశ. దాని పరిమాణం 46. ఇది ఋణ z-అక్షంలో ఉంది. సదిశలు C మరియు D లు xy తలంలో ఉండడంవల్ల వాటి సదిశాలబ్ధం ఆ తలానికి లంబతలంలో ఉంటుందన్న విషయం తెలిసినదే. అది ఖచ్చితంగా ఋణ z-అక్షం దిశలోనే ఉంటుంది.

3.2 స్థాన సదిశ, స్థానభ్రంశం

xy తలంలో P బిందువు వద్ద ఒక వస్తువు ఉంది అనుకుందాం. పటం (3.11). xy తలంలో మూలబిందువు దృష్ట్యా P బిందువు వద్ద గల వస్తువు స్థాన సదిశ **r** ని కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$$

ఇక్కడ x, y అక్షాల వెంబడి **r** అంశాలు x, y.



పటం 3.11 : స్థాన సదిశ r

ఇప్పుడు వక్రం వెంబడి ఒక వస్తువు చలిస్తుందని అనుకుందాం. కాలం t వద్ద వస్తువు P బిందువు వద్ద t' కాలం వద్ద P' బిందువు వద్ద ఉంటే, వాటి నిరూపకాలు (x, y), (x', y') పటం 3.12లో చూపినట్లు ఉంటాయి. అప్పుడు వస్తువు స్థానభ్రంశం

$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}^1 - \mathbf{r}$ దీని దిశ P నుంచి P' వైపుకు ఉంటుంది.

$$\Delta\mathbf{r} = (x'\hat{\mathbf{i}} + y'\hat{\mathbf{j}}) - (x\,\hat{\mathbf{i}} + y\,\hat{\mathbf{j}})$$

$$= \Delta x\,\hat{\mathbf{i}} + \Delta y\,\hat{\mathbf{j}}$$

ఇక్కడ $\Delta x = x' - x$, $\Delta y = y' - y$.

3.2.1 వేగం, త్వరణం

వస్తువు స్థానభ్రంశానికి, ఆ స్థానభ్రంశం జరిగిన కాలవ్యవధికి మధ్య ఉండే నిష్పత్తిని వస్తువు సరాసరి లేదా సగటు వేగం (**v**) అంటారు.

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x\,\hat{\mathbf{i}} + \Delta y\,\hat{\mathbf{j}}}{\Delta t} = \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\Delta x}{\Delta t} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\Delta y}{\Delta t}$$

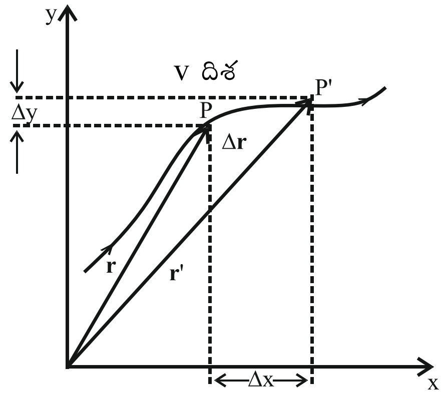
$$= v_x\,\hat{\mathbf{i}} + v_y\,\hat{\mathbf{j}}$$

ఇక్కడ v_x, v_y లు వేగం **v** అదిశ అంశాలు. ఇవి వస్తువు x- మరియు y- అక్షాల వెంబడి గల వడులను సూచిస్తాయి. పటం 3.12లో చూపినట్లు సగటు వేగం దిశ స్థానభ్రంశం $\Delta\mathbf{r}$ దిశలోనే ఉంటుంది.

ఇదే విధంగా వస్తువు త్వరణం ఈ కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(v_x \hat{\mathbf{i}} + v_y \hat{\mathbf{j}})}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\mathbf{j}}$$

$$= a_x \hat{\mathbf{i}} + a_y \hat{\mathbf{j}}$$



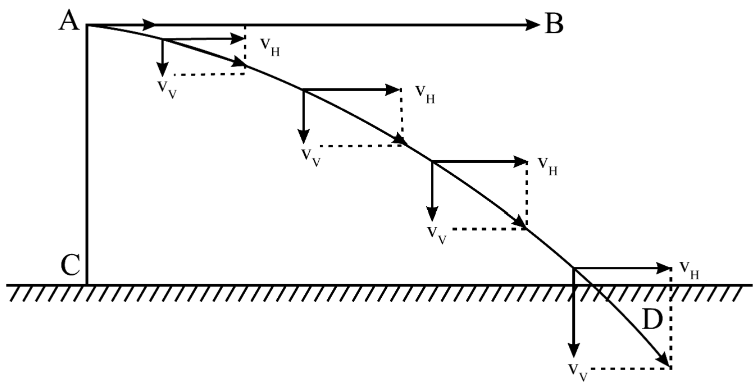
పటం. 3.12 : స్థానభ్రంశం $\Delta\mathbf{r}$ మరియు సగటు వేగం **v**

ఇక్కడ a_x, a_y లు x, y అక్షాల దిశలో గల వస్తువు త్వరణాలు.

3.2.2 ప్రక్షేపక చలనం

క్షితిజ సమాంతరంతో 90° కాకుండా కొంత కోణం చేస్తూ భూమి ఉపరితలం నుంచి గాలిలోకి విసిరిన వస్తువును ప్రక్షేపకం అంటారు. ప్రక్షేపక చలనం గురించి మొట్టమొదటగా గెలీలియో శాస్త్రజ్ఞుడు వివరించగలిగాడు. ప్రక్షేపకం గమనంలో ఉన్నప్పుడు దాని క్షితిజ సమాంతర మరియు లంబ చలనాలు పరస్పరం ఒకదానిపై ఒకటి ఆధారపడకుండా ఉంటాయని నిరూపించాడు. దీన్ని కింది కృత్యం ద్వారా అర్థం చేసుకోవచ్చు.

రెండు క్రికెట్ బంతులను తీసుకొని, భవనంపై నుండి ఒకదాన్ని క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రక్షేప్తం చేసి మరొక దాన్ని అదే స్థానం నుండి అదే సమయంలో స్వేచ్ఛగా కిందికి వదలండి. రెండు బంతులూ ఒకే కాలంలో భూమిని చేర్తాయని గమనిస్తాము. అనగా ప్రక్షేపకానికి కింది దిశలో పనిచేసే త్వరణం, స్వేచ్ఛగా కిందికి పడే వస్తువుకు ఉండే త్వరణంకు సమానం అని తెలుస్తోంది. అంతేకాకుండా ఇది క్షితిజ సమాంతర చలనం పై ఆధారపడదని తెలుస్తోంది. ఇంకా, రెండు వస్తువులు ప్రయాణించిన కాలాలు మరియు దూరాలను లెక్కించడం ద్వారా క్షితిజ సమాంతర వేగం కాలంతో పాటు మారకుండా ఉంటుందని, అది లంబగమనంపై ఆధారపడదని తెలుస్తుంది.



పటం. 3.13 : ప్రక్షేపకం యొక్క వక్ర మార్గం

మరోవిధంగా చెప్పాలంటే, ప్రక్షేపక చలనానికి ఉండే రెండు ముఖ్యమైన లక్షణాలు

(i) స్థిరమైన క్షితిజ సమాంతర వేగాంశం

(ii) స్థిరమైన క్షితిజ లంబ త్వరణం అంశం

ప్రక్షేపక చలనాన్ని ఈ రెండు చలనాంశాల వల్ల ఏకకాలంలో కలిగే ఫలిత చలనంగా భావించవచ్చు.

3.2.3 ప్రక్షేపక వస్తు పథం

ప్రక్షేపకం ప్రయాణించిన మార్గాన్ని ప్రక్షేపక పథం అంటారు. ఇప్పుడు ప్రక్షేపకం పథానికి సమీకరణాన్ని రాబడదాం. ప్రక్షేపక చలనంలో గాలి నిరోధం ఉపేక్షణీయంగా ఉంటుందని అనుకుందాం. పటం 3.14లో చూపిన విధంగా ఒక వస్తువును తొలివేగం **u** తో x అక్షంతో θ కోణం చేస్తూ ప్రక్షిప్తం చేశాం అనుకుందాం. x- మరియు y- దిశలలో తొలివేగం **u** అంశాలు

$$u_x = u\cos\theta \qquad \text{... (3.16 [a])}$$

$$u_y = u\sin\theta \qquad \text{... (3.16 [b])}$$

ప్రక్షేపక చలనాన్ని రెండు వేరు వేరు చలనాంశాల వల్ల ఏకకాలంలో కలిగే ఫలిత చలనంగా కూడా భావించవచ్చని మనకు తెలుసు. వీటిలో మొదటి అంశం క్షితిజ సమాంతర దిశలో ఏవిధమైన త్వరణం లేకుండా ఉంటే, రెండో అంశం లంబదిశలో స్థిర త్వరణాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

మొదట క్షితిజ సమాంతర దిశలో ఉన్న చలనాన్ని తీసుకుందాం. ఈ దిశలో త్వరణం శూన్యం కాబట్టి వేగం క్షితిజ సమాంతర అంశం u_x స్థిరంగా ఉంటుంది.

తొలి స్థానం నుంచి 't' కాలం వద్ద ప్రక్షేపకం క్షితిజ సమాంతర స్థానభ్రంశంను ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

$$x = u_x\, t = (u\cos\theta)\, t \qquad \text{... (3.17)}$$

మరియు $a_x = 0$

ఇప్పుడు క్షితిజ లంబ లేదా నిట్టనిలువు దిశలో ఉన్న చలనాన్ని తీసుకుందాం. ఈ దిశలో ప్రక్షేపక త్వరణం **a**, స్వేచ్ఛగా కిందికి పడే వస్తువు త్వరణానికి సమానంగా ఉండి. ఎల్లప్పుడూ కింది దిశలో ఉంటుంది.

i.e., $a_y = -g$

ఏ కాలం 't' వద్ద అయినా వేగం అంశం ఈ కింది సమీకరణం ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు.

$$v_y = u_y - gt$$

సమీకరణం (3.16 [b])ని ఉపయోగించి

$$v_y = u\sin\theta - gt \qquad \text{... (3.18)}$$

't' కాలం తరువాత ప్రక్షేపకం నిట్టనిలువు స్థానభ్రంశానికి సమీకరణం

$$y = u_y\, t + \frac{1}{2}a_y\, t^2$$

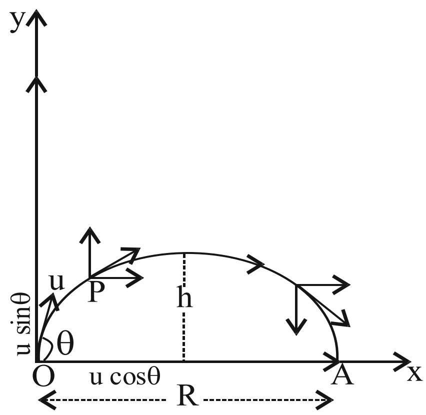
సమీకరణం (3.16 [b]) నుంచి

$$y = (u\sin\theta)\,t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (\because\ a_y = -g) \qquad \text{... (3.19)}$$

సమీకరణం (3.17) నుంచి 't' విలువను సమీకరణం (3.19) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$y = (u\sin\theta)\left(\frac{x}{u\cos\theta}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta}\right)$$

$$y = (\tan\theta)\,x - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta} \qquad \dots (3.20)$$



పటం 3.14 : ప్రక్షేపకం పథం

ఇక్కడ θ, g, u లు స్థిరాంకాలు కాబట్టి సమీకరణం (3.20) ను $y = ax + bx^2$ రూపంలో రాయవచ్చు. ఈ సమీకరణం పరావలయ సమీకరణాన్ని సూచిస్తుంది. కావున గాలి నిరోధంను ఉపేక్షించినప్పుడు ప్రక్షేపక వస్తువు పథం పరావలయం అని చెప్పవచ్చు.

ఇప్పుడు ప్రక్షేపకం గాలిలో ఎంత ఎత్తుకు, క్షితిజ సమాంతరంగా ఎంత దూరానికి మరియు గాలిలో ఎంత కాలం వరకు ప్రయాణిస్తుంది అనే విషయాలను తెలుసుకుందాం.

3.2.4 ప్రక్షేపకం యొక్క గరిష్ఠ ఎత్తు

ప్రక్షేపకం గాలిలో ప్రయాణించినప్పుడు అది కొంత గరిష్ఠ ఎత్తు (h_{max}) ను చేరి తిరిగి కిందకు పడుతుంది. ప్రక్షిప్త వస్తువు ఏ ఎత్తుకు ప్రయాణించినప్పుడు దాని క్షితిజ లంబ వేగాంశం శూన్యం అవుతుందో ఆ ఎత్తును ప్రక్షేపకం యొక్క గరిష్ఠ ఎత్తు అని అంటారు. అదే సమయంలో వస్తువు పైకి వెళ్ళడం ఆగిపోతుంది. కాబట్టి ప్రక్షేపక వస్తువు గరిష్ఠ ఎత్తు వద్ద ఉన్నప్పుడు,

$v_y = 0$, $u_y = u \sin\theta$ మరియు $a = -g$.

సమీకరణం (3.18) నుంచి

$$0 = u\sin\theta - gt$$

$$t = \frac{u\sin\theta}{g} \qquad \dots (3.21)$$

ప్రక్షేపకం గరిష్ఠ ఎత్తుకు చేరుకోవడానికి పట్టే కాలం పై సమీకరణం ఇస్తుంది.

సమీకరణం, $v^2 - u^2 = 2as$ ఉపయోగించి

$$0 - (u\sin\theta)^2 = -2gh_{max}$$

$$h_{max} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} \qquad \dots (3.22)$$

3.2.5 పలాయన కాలం (Time of flight)

ప్రక్షిప్త వస్తువు ప్రక్షేపం చేసినప్పటి నుండి తిరిగి అది భూమిని చేరుటకు పట్టే కాలాన్ని పలాయన కాలం అంటారు. సమీకరణం (3.19) లో $y = 0$, $t = T$ ని ప్రతిక్షేపించి దీనిని కనుక్కోవచ్చు.

అనగా $$0 = (u\ \sin\theta)\ T - \frac{1}{2} g T^2$$

$$\frac{1}{2} g T^2 = u \sin\theta\, T$$

$$T = \frac{2u\ \sin\theta}{g} \qquad \text{... (3.23)}$$

సమీకరణాలు (3.21) మరియు (3.23) లను పోల్చినప్పుడు

$$T = 2t$$

సమీకరణం (3.21) అనేది పలాయన కాలంలో సగం విలువను తెలియజేస్తుంది.

3.2.6 వ్యాప్తి

ప్రక్షిప్త వస్తువు క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయాణించిన దూరాన్ని ఇప్పుడు కనుగొందాం. ప్రక్షేపకం, పలాయన కాలం T లో ప్రయాణించిన క్షితిజ సమాంతర దూరాన్ని ప్రక్షేపక వ్యాప్తి అని అంటారు. దీనిని R తో సూచిస్తారు.

$$R = \text{క్షితిజ సమాంతర వేగం} \times \text{పలాయన కాలం}$$

$$= u_x \times T$$

సమీకరణాలు (3.17) మరియు (3.23) ల నుంచి

$$R = \frac{u \cos\theta\, (2u \sin\theta)}{g}$$

$$= \frac{2u^2 \cos\theta \sin\theta}{g}$$

కాని $2\ \sin\ \theta\ \cos\ \theta\ = \sin\ 2\theta$

కాబట్టి, $$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \qquad \text{... (3.24)}$$

పై సమీకరణం నుండి ప్రక్షేపకం వ్యాప్తి దాని తొలివేగం (u), ప్రక్షిప్తకోణం θ పై ఆధారపడుతుంది అని తెలుస్తుంది. ఇచ్చిన ప్రక్షిప్త వేగం (u) కు వ్యాప్తి R గరిష్ఠం కావాలంటే, $\sin 2\theta = 1$ లేదా $2\theta = 90°$ అనగా $\theta = 45°$.

కాబట్టి ఇచ్చిన ప్రక్షిప్త వేగం u కు వ్యాప్తి గరిష్ఠంగా ఉండాలంటే ప్రక్షిప్త కోణం $\theta = 45°$ కావాలి.

ఉదాహరణ 3.2

క్షితిజ సమాంతరంతో 30^0 కోణం చేస్తూ ఒక బంతిని $u = 10\ ms^{-1}$ వేగంతో విసిరారు. కింది వాటిని లెక్కించండి. (i) బంతి గరిష్ఠ ఎత్తు (ii) బంతి విసిరిన స్థానం నుంచి బంతి తిరిగి అదే స్థాయికి చేరిన స్థానానికి మధ్యగల క్షితిజ సమాంతర దూరం (iii) బంతి చలనంలో ఉండే కాలం. (గాలి నిరోధంను ఉపేక్షించండి మరియు $g = 10\ ms^{-2}$).

సాధన : ఇచ్చినవి

$$u = 10\ ms^{-1},\ \theta = 30°,\ g = 10\ ms^{-2}$$

(i) $$h_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$= \frac{(10)^2 \sin^2 30}{2 \times 10} = \frac{10}{2} \times \frac{3}{4} = 3.75\,m$$

(ii) $$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$= \frac{(10)^2 \sin(2 \times 30)}{10}$$

$$= 10 \times \sin 60 \ = 10 \times \frac{1}{2} = 5\,m$$

(iii) $$T = \frac{2u \sin\theta}{g} = \frac{2 \times 10 \times \sin 30}{10}$$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = 1.7\,s$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 3.3

1. కింద పేర్కొనబడిన సందర్భాల్లో ప్రక్షేపక గమనానికి సంబంధించిన ఉదాహరణలను గుర్తించండి.

   (a) విలుకాడు బాణాన్ని లక్ష్యంపైకి విసురుట.

   (b) అగ్ని పర్వతం నుండి రాళ్లు విస్ఫోటనం చెందుట.

   (c) వాహనం పర్వతంపై ఉన్న మార్గంపై ప్రయాణించుట.

   (d) విమానం నుండి బాంబును జారవిడుచుట (సూచన: బాంబును విమానం నుండి జారవిడిచినప్పుడు, బాంబు విమానంకు గల క్షితిజ సమాంతర గమనాన్ని కొంత తీసుకుంటుంది.)

   (e) పడవ నదిలో ప్రయాణించడం.

2. లాంగ్ జంప్ ఆటలో క్రీడాకారుడు 8.90 m దూరం దూకి రికార్డ్ నెలకొల్పాడు. అతను దూకటానికి ముందు తొలి వేగం 9.5 ms^{-1} గా తీసుకోండి. గాలి నిరోధం లేకపోతే అతడు గరిష్ఠంగా ఎంత దూరం దూకగలడు? ($g = 9.78\ ms^{-2}$ గా తీసుకోండి)

3. ఒక వస్తువును నిట్టనిలువుగా పైకి ప్రక్షిప్తం చేసినప్పుడు దాని పథంలో ఏ బిందువు వద్దనయినా వేగం శూన్యం అవుతుందా.

ఇంతవరకు మీరు తలంలో వస్తువుల గమనాలను తెలుసుకున్నారు. ఇదే కోవలోకి ప్రక్షిప్త గమనం కూడా వస్తుంది. ప్రక్షిప్త గమనంలో త్వరణం పరిమాణంలోను మరియు దిశలోను స్థిరంగా ఉంటుంది. మరొక విధమైన ద్విమితీయ చలనంలో త్వరణం పరిమాణంలో స్థిరంగా ఉంటూ దిశలో మాత్రం మారుతూ ఉంటుంది. అదే ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం, దీని గురించి తదుపరి పాఠ్యాంశంలో చర్చిద్దాం.

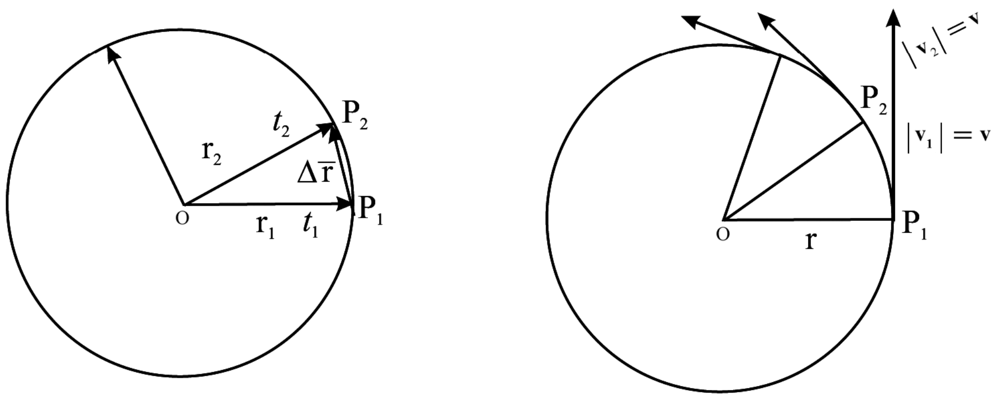
ఎవాంగ్‌లిస్తా టారిసెల్లి (Evangelista Torricellis) (1608 – 1647)

ఇటాలియన్ శాస్త్రవేత్త అయిన ఇతను గెలీలియో గెలిలీ శిష్యుడు. పాదరస బారోమీటర్‌ను కనుగొన్నాడు. ప్రక్షేపకాల సిద్ధాంతాలను పరిశోధించాడు. దూరదర్శినిని వృద్ధిపరచి తొలి సూక్ష్మదర్శినిని కనుక్కొన్నాడు. వాతావరణంలో శూన్యం ఉండదని రుజువు పరచి టారిసెల్లి సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించాడు.

3.3 వృత్తాకార చలనం

పటం 3.15(a) ను గమనించండి. ఒక కణం ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో ఉన్నప్పుడు t_1 మరియు t_2 కాలాల్లో కణం యొక్క స్థాన సదిశలు వరసగా $\mathbf{r}_1$ మరియు $\mathbf{r}_2$. ఇక్కడ ఏకరీతి అంటే స్థిరమైన వడి. కణం యొక్క వడి స్థిరం అని చెప్పిఉన్నాం, మరి వేగం ఎలా ఉంటుంది? వేగం కనుగొనుటకు సగటు వేగం నిర్వచనం గుర్తుతెచ్చుకొని పటంలో P_1 మరియు P_2 బిందువుల వద్ద ఉపయోగించిన ఈ కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{v}_{avg} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \qquad \text{... (3.25)}$$



(a) (b)

పటం 3.15 : (a) ఏకరీతి వృత్తాకార గమనంలో కణం యొక్క స్థానాలు
(b) ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం

పిండిమర చక్రం యొక్క స్థిర వడి, సాధారణ గడియారంలో ముల్లుల గమనం, వక్ర మార్గంలో వాహన ప్రయాణంలాంటివి వృత్తాకార గమనానికి ఉదాహరణలు.

వృత్తాకార గమనంలో అతి సరళమైన రకం ఏకరీతి వృత్తాకార గమనం. ఫాన్ రెక్కపై ఉన్న ఒక బిందువు, భూమి చుట్టూ వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుచున్న కృత్రిమ ఉపగ్రహం, ఏకరీతి వృత్తాకార చలనాన్ని చేస్తుంటాయి. ఇప్పుడు ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం గురించి నేర్చుకుందాం.

3.3.1 ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం

నిర్వచనం ప్రకారం ఒక వస్తువు వృత్తాకారంలో స్థిర వడితో జరిపే గమనాన్ని ఏకరీతి వృత్తాకార గమనం అంటారు. పటం 3.15(b)లో $\Delta \mathbf{r}$ సదిశ చూపబడింది. ఇప్పుడు కాలవ్యవధి Δtను తగ్గిస్తూ దాదాపుగా శూన్యంనకు దగ్గర అయ్యేటట్లుగా చేయండి. అప్పుడు $\Delta \mathbf{r}$ ఏమవుతుంది? $\Delta \mathbf{r}$ యొక్క దిశ ఏమిటి? Δt శూన్యానికి సమీపిస్తున్నప్పుడు $\Delta \mathbf{r}$, వృత్త స్పర్శరేఖపై P_1 బిందువుకు దగ్గరగా వస్తుంది.

గణితాత్మకంగా P_1 బిందువు వద్ద తక్షణ వేగాన్ని కింద విధంగా వ్రాస్తారు.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

కాబట్టి ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో వేగ సదిశ క్రమంగా మారుతుంది. ఎందు కంటే వేగం దిశ స్థిరంగా ఉండదు. కణం వృత్తాకార మార్గంలో చలిస్తున్నకొద్దీ వేగం దిశ కుడా పటం 3.15(b)లో చూపినట్లుగా మారుతుంది.

వేగంలో ఈ మార్పువల్ల ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం త్వరణీకృత చలనం అవుతుంది. ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో కణం యొక్క త్వరణాన్ని అభికేంద్ర త్వరణం అంటారు. దీన్ని గురించి మనం క్షుణ్ణంగా చదువుకుందాం.

3.3.2 అభికేంద్ర త్వరణం

m ద్రవ్యరాశి గల కణం v స్థిర వడితో వృత్తాకార మార్గంలో ప్రయాణిస్తుందనుకోండి. ఏదైన ఒక క్షణంలో కణం యొక్క స్థానం A మరియు దాని గమన దిశ AX దిశలో ఉంటుంది. కొంత స్వల్ప కాలం Δt తరవాత కణ స్థానం B కు మారుతుంది మరియు దాని వేగం B వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖ BY దిశలో ఉంటుంది.

A మరియు B స్థానాల వద్ద పటం 3.16(a) లో చూపిన విధంగా కణం స్థానసదిశలు $\mathbf{r}$ మరియు $\mathbf{r}'$ వేగాలు $\mathbf{v}$ మరియు $\mathbf{v}'$ లు. వేగంలో మార్పు $\Delta \mathbf{v}$ ను సదిశల త్రిభుజ నియమం ప్రకారంగా పొందవచ్చు. కణం వృత్తాకార మార్గంలో ఉండటంవల్ల వేగం, వృత్తం యొక్క స్పర్శ దిశలో ఉంటుంది. కాబట్టి వేగం $\mathbf{v}$ స్థాన సదిశ $\mathbf{r}$ కు లంబంగా ఉంటుంది మరియు $\Delta \mathbf{v}$, $\Delta \mathbf{r}$ కు లంబంగా ఉంటుంది. సగటు త్వరణం $\left(\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta \mathbf{t}}\right)$ అనేది $\Delta \mathbf{v}$ దిశలో ఉండటంవల్ల ఇది (అనగా సగటు త్వరణం) కూడా $\Delta \mathbf{r}$ కు లంబదిశలో ఉంటుంది.

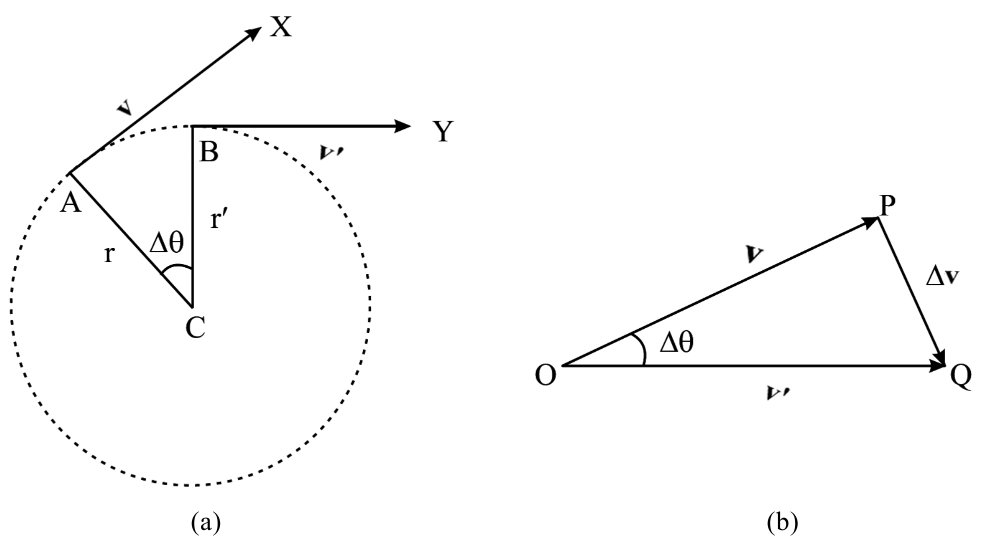
$\mathbf{r}$ మరియు $\mathbf{r}'$ స్థాన సదిశల మధ్య కోణం $\Delta\theta$ అనుకోండి. వేగం $\mathbf{v}$ మరియు $\mathbf{v}'$ లు స్థానసదిశలకు ఎప్పుడూ లంబంగా ఉండటంవల్ల వాటి మధ్య కోణం కూడా $\Delta\theta$ అవుతుంది.

వేగంలో మార్పు $\Delta\mathbf{v}$ ని కనుగొనుటకు O బిందువును వృత్తానికి వెలుపలికి తీసుకోండి. AX (లేదా $\mathbf{v}$) కు సమాంతరంగా OP రేఖను గీయాలి మరియు BY (లేదా $\mathbf{v}'$) కు సమాంతరంగా OQ రేఖను గీయాలి. వేగ పరిమాణంలో మార్పులేదు, అంటే $|\mathbf{v}| = |\mathbf{v}'|$, OP = OQ. ఇప్పుడు PQను కలపాలి. PQ ను కలపగా పటం 3.16(b) లో చూపిన త్రిభుజం OPQ లభిస్తుంది.

ఇప్పుడు త్రిభుజం OPQలో భుజాలు OP మరియు OQ అనేవి A, B బిందువుల వద్దగల వేగ సదిశలు $\mathbf{v}$ మరియు $\mathbf{v}'$ లను సూచించును. కాబట్టి వేగాల భేదాన్ని PQ భుజం దిశలోను పరిమాణంలోను సూచించును. ఇంకోలా చెప్పాలంటే కణం A బిందువు నుండి B బిందువుకు Δt కాలంలో చలించినప్పుడు వేగ దిశలోను పరిమాణంలోను కలిగే మార్పును PQ సూచించును.

త్వరణం = వేగంలోని మార్పురేటు

$$\mathbf{a} = \frac{PQ}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$



పటం 3.16 : ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం

Δt స్వల్పం కాబట్టి AB కూడా స్వల్పం మరియు AB మార్గం దాదాపుగా సరళరేఖగా ఉంటుంది. అప్పుడు Δ ABC మరియు Δ POQ లు ఒకే అంతర్గత కోణాలు కలిగిన సమబాహు త్రిభుజాలు అవుతాయి. కాబట్టి ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉంటాయి.

$$\text{కాబట్టి,} \quad \frac{PQ}{AB} = \frac{OP}{CA}$$

$$\text{లేదా} \quad \frac{\Delta v}{r \cdot \Delta\theta} = \frac{v}{r}$$

$\mathbf{v}$ మరియు $\mathbf{v}'$ వేగ సదిశల పరిమాణాలు = v అనుకొనుము $\qquad (\because r.\Delta\theta = v.\Delta t)$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

కాని, $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ అనేది కణం యొక్క త్వరణం కాబట్టి,

అభికేంద్ర త్వరణం $a = \frac{v^2}{r}$ ... (3.26)

అభికేంద్ర త్వరణాన్ని కలిగించే ఫలిత బాహ్య బలాన్ని అభికేంద్ర బలం అంటారు. దీనిని కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2 \qquad (\because v = r\omega)$$

అభికేంద్ర బలం దిశ, అభికేంద్ర త్వరణ దిశలోనే ఉంటుంది. అనగా వ్యాసార్థ దిశ వెంబడి వృత్తకేంద్రం వైపుకు దిశను కలిగి ఉంటుంది.

నిర్వచనం ప్రకారం, ఒక వస్తువు వృత్తాకార మార్గంలో తిరగాలంటే కనీసం కొంత అభికేంద్ర బలం వస్తువుపై పనిచేయాలని తెలుస్తుంది. ఒక వేళ ఆ బలం పనిచేయకపోతే వస్తువు సరళరేఖా మార్గంలో ప్రయాణిస్తుంది.

అభికేంద్ర బలం యొక్క కొన్ని అనువర్తనాలు

(i) **అపకేంద్ర యంత్రం (Centrifuge):** అపకేంద్ర యంత్రాన్ని ఉపయోగించి వేరువేరు సాంద్రతలు కలిగిన పదార్థాలను వేరుచేస్తారు. వేరు వేరు సాంద్రతలు కలిగిన మిశ్రమాన్ని అధిక వేగంతో భ్రమణం చేస్తున్న పాత్రలో ఉంచినప్పుడు, అధిక సాంద్రత కలిగిన పదార్థాలకు అభికేంద్ర బలం ఎక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇవి పాత్రలో దూరపు భాగాలకు అంటే పాత్ర చివరలకు ప్రయాణంచేస్తాయి. దీనివల్ల ఇవి తక్కువ సాంద్రత కలిగిన కణాల నుండి వేరుచేయబడతాయి. ఈ యంత్రాలను సంపన్న యురేనియం (enrichment uranium) పొందేందుకు ఉపయోగిస్తారు.

(ii) వాహన టైర్లకు అంటిన బురద, టైర్ల వేగం బాగా పెరిగినప్పుడు టైర్ల నుండి స్పర్శీయంగా బయటకు వచ్చి దూరంగా విసిరి వేయబడుతుంది.

(iii) **గ్రహాల గమనం:** భూమి మరియు ఇతర గ్రహాలు సూర్యుడి చుట్టూ తిరుగుతాయి. ఇలా తిరగడానికి కావలసిన అభికేంద్ర బలం, గ్రహాలకు మరియు సూర్యుడికి మధ్యగల గురుత్వాకర్షణ బలంవల్ల లభిస్తుంది.

(iv) ఒక తీగ చివరన కట్టిన బంతిని ఒక అక్షం గుండా భ్రమణం చేసేట్లు తిప్పినప్పుడు, దానికి అవసరమైన అభికేంద్ర బలం తీగ తన్యత ద్వారా పొందుతుంది.

ఉదాహరణ 3.3

2m పొడవు గల తీగ చివరన 2.0 kg ద్రవ్యరాశి గల రాయిని కట్టి దానిని క్షితిజ సమాంతర వృత్తంలో తిప్పినప్పుడు, దానిపై పని చేసే అభికేంద్ర బలాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన :

రాయి ద్రవ్యరాశి, m = 2 kg

తీగ పొడవు = వృత్తం వ్యాసార్థం, r = 2 m

వేగం, v = $20\ ms^{-1}$

అభికేంద్రబలం, F $= \frac{mv^2}{r}$

$= \frac{2 \times 20 \times 20}{2}$

= 400 N

ఉదాహరణ 3.4

వ్యోమగాములు (Astronauts) తమ విమానాల్లో అంతరిక్షంలో ప్రయాణించేటప్పుడు అధిక త్వరణాన్ని అనుభవిస్తారు. దీన్ని వారు ఎదుర్కోటానికి శిక్షణ స్థలాల్లో వీరిని ఒక మూసిన పెట్టెలో (capsule) ఉంచుతారు. ఈ పెట్టెను 15 మీటర్ల వ్యాసార్ధంతో భ్రమణంచేయగల ఒక భుజానికి బిగిస్తారు. దీనిని క్షితిజ సమాంతర తలంలో వృత్తాకార గమనంలో తాడుకు కట్టబడి తిరుగుతున్న రాయివలెనె తిప్పుతారు. ఈ పెట్టె (capsule) కలిగిన భుజాన్ని నిమిషానికి 24 భ్రమణాలు చేసేట్లుగా భ్రమణం చేస్తున్నట్లయితే, వ్యోమగామి ఉన్న పెట్టె అభికేంద్ర త్వరణం విలువ ఎంత?

సాధన : వృత్తాకార మార్గం పరిధి $2\pi \times$ వ్యాసార్ధం $= 2\pi$ x 15 m. పెట్టె నిమిషానికి (60 సెకన్లు) 24 భ్రమణాలు చేస్తుంది.

కాబట్టి వృత్త పరిధిని దాటటానికి పట్టే కాలం $\frac{60}{24}$s.

కాబట్టి పెట్టె వేగం $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 15 \times 24}{60} = 38\,ms^{-1}$

అభికేంద్ర త్వరణం పరిమాణం $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(38\,ms^{-1})^2}{15\,m} = 96\,ms^{-2}$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 3.4

1. ఏకరీతి వృత్తాకార గమనంలో (a) వడి స్థిరంగా ఉంటుందా? (b) వేగం స్థిరంగా ఉంటుందా? (c) త్వరణ పరిమాణం స్థిరంగా ఉంటుందా? (d) త్వరణం స్థిరంగా ఉంటుందా? వివరించండి.
2. ఒక క్రీడాకారుడు వృత్తాకార మార్గంలో 9.0 ms^{-1} వడితో తిరుగుతున్నాడు, అభికేంద్ర త్వరణం 3 ms^{-2}. అయితే వృత్తాకార మార్గం వ్యాసార్ధం ఎంత?

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- భౌతికశాస్త్రంలో రెండు రకాల రాశులు గురించి తెలుసుకున్నారు. అవే సదిశ, అదిశ రాశులు. అదిశ రాశికి కేవలం పరిమాణం మాత్రమే ఉంటుంది. సదిశకు పరిమాణం, దిశ కూడా ఉంటాయి.
- సమాంతర చతుర్భుజ నియమం అనుసరించి సదిశలు సంకలనం చేయబడతాయి.
- రెండు సదిశల అదిశా లబ్ధం ఒక అదిశరాశి.
- నిర్దేశిత నిరూపక అక్షాల వెంబడి సదిశలను అంశాలుగా విభజించవచ్చు.
- రెండు సదిశల సదిశా లబ్ధం ఒక సదిశ. ఈ సదిశ రెండు సదిశలు గల తలానికి లంబంగా ఉంటుంది.
- ఒక దిశలో స్థిరమైన వేగాన్ని, దానికి లంబ దిశలో స్థిరమైన త్వరణాన్ని కలిగి ఉన్న గమనాన్ని ప్రక్షేపక గమనం అంటారు.

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

$$v_x = u_x = u\cos\theta \qquad v_y = u\sin\theta - gt$$

$$x = x_0 + (u\cos\theta)\,t \qquad y = y_0 + (u\sin\theta) - \frac{1}{2}gt^2$$

- ప్రక్షేపక పథం పరావలయం
- ప్రక్షేపకం గరిష్ఠ ఎత్తు, $h = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g}$.
- ప్రక్షేపకం పలాయన కాలం, $T = \dfrac{2u\sin\theta}{g}$.
- ప్రక్షేపకం యొక్క వ్యాప్తి, $R = \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g}$.
- కణం వడి స్థిరంగా ఉన్నప్పుడు వృత్తాకార చలనం ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం అవుతుంది. r వ్యాసార్థంగల వృత్తాకార మార్గంలో కణం v స్థిర వడితో ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో ఉన్నప్పుడు కణం యొక్క అభికేంద్ర త్వరణం

$$a = \frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}}$$

ఇక్కడ $\hat{\mathbf{r}}$ అనేది వృత్తం కేంద్రం నుండి కణంవైపుకు పనిచేసే ప్రమాణ సదిశ. కణం వేగం (v) కు కోణీయవేగం (ω) కు మధ్యగల సంబంధం $v = r\omega$.

- కణంపై పనిచేసే అభికేంద్ర బలం

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}\hat{\mathbf{r}} = m r \omega^2$$

ముగింపు అభ్యాసం

1. ఏకాంక సదిశ మరియు స్థాన సదిశలను నిర్వచింపుము.
2. సదిశల సమాంతర చతుర్భుజ నియమాన్ని పేర్కొనండి. ఫలిత సదిశ పరిమాణం మరియు దిశలకు సమీకరణం రాబట్టండి.
3. సదిశ త్రిభుజ బల నియమాన్ని పేర్కొనండి.
4. సదిశల అదిశా లబ్దం మరియు సదిశా లబ్దాలను నిర్వచించండి.
5. $\mathbf{6\hat{i} + 12\hat{j} + 8\hat{k}}$ బలం, $\mathbf{2\hat{i} + 8\hat{j} + 2\hat{k}}$ స్థానభ్రంశం కలిగించిన, జరిగిన పనిని కనుగొనండి.
6. రెండు సదిశ రాశులు ఈ విధంగా ఇవ్వబడినవి $\mathbf{5\hat{i} - 3\hat{j}}$ మరియు $\mathbf{3\hat{i} - 5\hat{j}}$ వాటి సదిశ మరియు అదిశా లబ్దాలను కనుగొనండి.
7. ప్రక్షేపకం అనగా ఏమిటి? ప్రక్షేపక పథం పరావలయం అని చూపండి.
8. ప్రక్షేపక పలాయన కాలంకు, గరిష్ఠ ఎత్తుకు సమాసాలను రాబట్టండి.
9. ప్రక్షేపకం పథంకు సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.
10. ఒక తీగ తెగిపోకుండా గరిష్ఠంగా 100 N ల బలం భరించగలదు. 1 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువును 1 m పొడవు గల ఒక తీగ చివర కట్టి, రెండవ చివర చేతిలోకి తీసుకొని క్షితిజ సమాంతర వృత్త మార్గంలో తిప్పారు. అయితే తీగ తెగకుండా వస్తువును ఎంత గరిష్ఠ వేగంతో తిప్పగలం?
11. మోటారు సైకిల్‌పై ప్రయాణిస్తున్న వ్యక్తి 50 m వ్యాసార్ధంగల వక్రమార్గంలో 10 ms^{-1} వేగంతో ప్రయాణిస్తున్నాడు. వక్రమార్గం గుండా ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు అభికేంద్ర త్వరణం ఎంత?
12. ఒక తుపాకి గుండును 300 ms^{-1} తొలి వేగంతో క్షితిజ సమాంతరంతో 30^0 కోణంచేసేట్లుగా పేల్చారు. తుపాకి నుండి వెలువడిన బుల్లెట్ ఎంత దూరంలో తాకుతుంది?
13. ఒక బాంబును 500 ms^{-1} వేగంతో క్షితిజంతో 30^0 కోణం చేసేట్లుగా గాలిలోకి పేల్చినారు. వేగం యొక్క క్షితిజ సమాంతర లంబాంశాలు, బాంబు చేరే గరిష్ఠ ఎత్తు మరియు దాని వ్యాప్తిని కనుక్కోండి.

14. 2000 m ఎత్తు నుండి విమానం క్షితిజ సమాంతరంగా 200 $km\,h^{-1}$ స్థిరవడితో ప్రయాణిస్తూ ఉన్నది. విమానం నుండి ఆహార పొట్లాన్ని జారవిడిస్తే అది భూమిని ఎంత కాలంలో చేరుతుంది? మరియు ఆహార పొట్లం క్షితిజ సమాంతర దిశలో ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?

15. ఒక కారు 200 m వ్యాసార్థం గల వక్ర మార్గం గుండా 60 kmh^{-1} వేగంతో ప్రయాణిస్తున్నది. కారులో 90 kg ద్రవ్యరాశి గల ప్రయాణీకుడిపై పనిచేసే అభికేంద్ర బలం ఎంత?

16. ఏకరీతి వృత్తాకార చలనను నిర్వచించి, కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

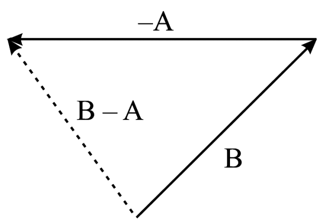
17. అభికేంద్ర త్వరణానికి సమీకరణాన్ని రాబట్టండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

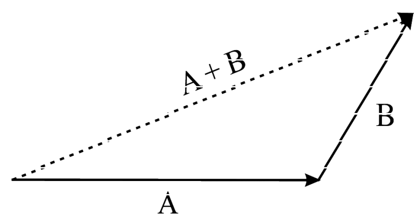
3.1

1. అనుకుందాం

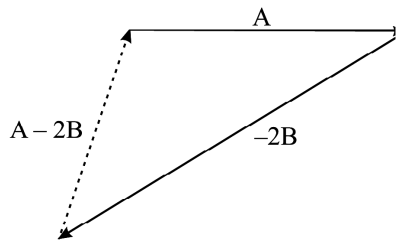
(a)



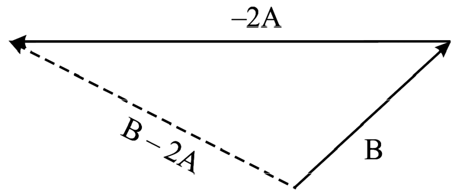
(b)



(c)

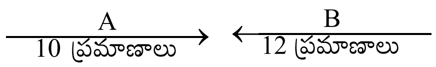


(d)

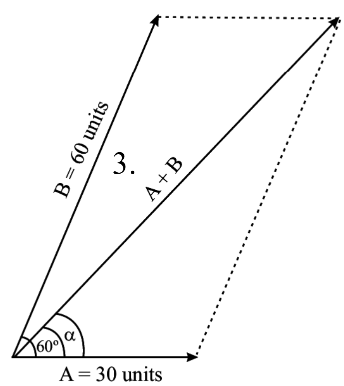


2. 

A + B = 10 + (–12) = 2 units



A – B = 10 – (–12) = 22 units



| A + B | = 79 units

3.2

1. **A** మరియు **B** సమాంతరంగా ఉంటే వాటి మధ్య కోణం $\theta = 0$ అందువల్ల వాటి సదిశా లబ్ధం **A** $\times$ **B** $= AB \sin \theta = 0$ ఆ రెండూ అసమాంతరంగా ఉంటే వాటి మధ్య కోణం $\theta = 180^0$ అందువల్ల **A** $\times$ **B** $= AB \sin \theta = 0$, ఎందువల్ల అంటే $\sin 180° = 0$.

2. సదిశ **B** పరిమాణం సగం చేసినప్పుడు, పూర్వంవలె అది అదే తలంలో ఉంది కాబట్టి, సదిశాలబ్ధం **C** = **A** $\times$ **B** దిశలో మార్పు ఉండదు. దాని పరిమాణంలో మార్పు ఉండవచ్చు.

3. సదిశలు **A** మరియు **B** లు అదే తలంలో భ్రమణం చెందుతున్నాయి కాబట్టి **C** = **A** $\times$ **B** దిశలో మార్పు ఉండదు.

4. ప్రారంభంలో సదిశలు **A** మరియు **B** ల మధ్య కోణం సున్నా నుండి 180^0 మధ్యలో ఉందనుకుందాం. అప్పుడు **C** = **A** $\times$ **B** దిశ ఈ తలానికి లంబంగా ఊర్ధ్వ దిశలో ఉంటుంది. దీన్ని కొంత కోణం భ్రమణం చెందించడంవల్ల, వాటి మధ్య కోణం $180°$, కన్నా అధికమవుతుంది. అప్పుడు **C** తలానికి లంబదిశలో ఉన్న అధోముఖంగా ఉండే దిశలో ఉంటుంది.

5. సదిశ **A**, x-అంక్షం వెంబడి సదిశ **B**, y-అక్షం వెంబడి ఉంటే అప్పుడు ఆ రెండు సదిశలు xy తలంలో ఉంటాయి. వీటి సదిశా లబ్ధం **C** = **A** $\times$ **B** దిశ z-దిశలో ఉంటుంది. సదిశ **A**, y-అక్షం వెంబడి, సదిశ **B**, x-అక్షం వెంబడి ఉంటే అప్పుడు **C** దిశ ఋణ z-అక్షం వెండి ఉంటుంది.

6. (a) **A.B** = | **A** | | **B** | $\cos \theta = 0$ $\theta = 90°$ అయినప్పుడు

   (b) **A** $\times$ **B** = | **A** | | **B** | $\sin \theta$ = | **A** | | **B** |, ఎందుకంటే $\theta = 90°$ అయినప్పుడు $\sin \theta = 1$ అవుతుంది.

3.3

1. (a), (b), (d)

2. గరిష్ఠ వ్యాప్తి : 9.23 m, దూరంలో తేడా : 9.23 m – 8.90 m = 0.33 m

3. వస్తువు పథంలో గరిష్ఠ ఎత్తు వద్ద దాని వేగం శూన్యం అవుతుంది.

3.4

1. (a) అవును (b) కాదు (c) అవును (d) కాదు

   వేగం మరియు త్వరణం స్థిరంగా ఉండవు ఎందుకంటే వాటి దిశలు క్రమంగా మారుతూ ఉంటాయి.

2. 27 m

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

5. 124

6. అదిశా లబ్ధం : 30, సదిశా లబ్ధం: పరిమాణం 16 ఋణ z-దిశలో

10. $10\ ms^{-1}$

11. $2\ ms^{-2}$

12. 900×1.732 m

13. $u_x = 250 \times 1.732\ ms^{-1}$ $v_y = 250\ ms^{-1}$ గరిష్ఠ ఎత్తు : 500 m వ్యాప్తి : 3125 m

14. t = 20 s, 999.9 m

15. 125 N

4

న్యూటన్ గమన నియమాలు

పరిచయం

వస్తువు గమనాన్ని దానికి సంబంధించిన దూరం, స్థానభ్రంశం, వడి, వేగం మరియు త్వరణాల పరంగా వర్ణించడాన్ని మీరు ఇంతకు ముందు పాఠంలో నేర్చుకొన్నారు. కాని ముఖ్యమైన ప్రశ్న ఏమిటంటే; ఆగిన బంతిని ఏది కదిలిస్తుంది? దీనికి మీరిచ్చే సులువైన జవాబు బంతిని బ్యాట్‌తో కొట్టమని, అదేవిధంగా మరో ప్రశ్న, గాలిలో వేగంగా వెళ్లే బంతిని క్యాచ్ పట్టేటప్పుడు ఏది దాన్ని ఆపుతుంది? దీనికి మీరు, బంతిని బిగువుగా పట్టుకోవాలంటారు. వస్తువు నిశ్చల లేదా చలన స్థితిలో మార్పుకై దాన్ని లాగడమో, నెట్టడమో చేయాలని మన పూర్వ అనుభవం తెలిజేస్తుంది. అదేవిధంగా, ఫుట్‌బాల్‌ని గోల్‌పోస్ట్‌లోనికి పంపాలంటే దానిపై బలంగా తన్నాలి. క్రికెట్ బంతిని బౌండరీ వద్దకు తరలించి నాలుగు లేదా ఆరు పరుగులను పొందాలంటే, దాన్ని బ్యాట్‌తో గట్టిగా కొట్టాలి. పై అన్ని కృత్యాల్లో కండర బలం ప్రమేయం ఉన్నదని మరియు దాని ఫలితమే ఇవి జరుగుతున్నాయని తెలుస్తోంది.

అయినప్పటికీ, ఎన్నో సందర్భాల్లో ఒక క్రియ లేదా చర్యకు కారణాలు నేరుగా కనిపించవు. ఉదాహరణకు (1) వర్షం నీటి బిందువులు నేల రాలుటకు కారణం (2) సూర్యుడి చుట్టూ భూమి తిరుగుటకు కారణం.

మీరు ఈ పాఠంలో ప్రాథమిక గమన నియమాలు మరియు గమనానికి మూలమైన బలంల గురించి నేర్చుకొంటారు. బలం మరియు గమనాలు రెండూ, ఒకదానితో మరొకటి సన్నిహితంగా ముడిపడి ఉంటాయని న్యూటన్ చూపించాడు. గమన నియమాలు అనేవి ప్రాథమికమైనవి మరియు ఇవి నిత్యజీవితంలో నిశ్చల, చలన స్థితులతో ముడిపడిన ఎన్నో దృగ్విషయాలను అర్థం చేసుకోవడానికి ఉపయోగపడతాయి.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరువాత మీరు కింది వాటిని తెలుసుకొంటారు.

- వస్తువు చలనంలో బలం యొక్క ముఖ్య పాత్రను వివరించడం.
- న్యూటన్ గమన నియమాలను నిర్వచించి తగిన ఉదాహరణలు ఇవ్వడం.
- జడత్వం ప్రాముఖ్యతను వివరించడం.
- మన నిత్యకృత్యాల్లో ఘర్షణ ప్రాముఖ్యతను వివరించడం.
- ఘర్షణ గుణకాన్ని నిర్వచించి, వేరు వేరు ఘర్షణ గుణాకాల మధ్య తేడాను గుర్తించడం.

- ఘర్షణను తగ్గించే వివిధ పద్ధతులను సూచించుట.
- ఇచ్చిన స్థితిని విశ్లేషించి స్వేచ్ఛా వస్తు పటాన్ని గీసి న్యూటన్ గమన నియమాలను అనువర్తించుట.

4.1 బలం భావన, జడత్వం

వస్తువులను ఏ స్థానం వద్ద ఉంచితే అవి అదే స్థానం వద్ద కదలకుండా ఉంటాయని మనకు తెలుసు. వాటి నిశ్చలస్థితిని మార్చుటకు బాహ్య బలం ప్రయోగించనంత వరకు వాటంతట అవి కదలలేవు. అదే విధంగా సమవేగంతో వెళుతున్న వస్తువు యొక్క గమనాన్ని మార్చాలంటే బలాన్ని ప్రయోగించవలసిన అవసరం ఉంటుంది. ఏ ధర్మం వల్లనయితే, నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న వస్తువు, తన నిశ్చల స్థితిలోని మార్పును, సరళరేఖా మార్గంలో, ఏకరీతి చలనంలో, ఉన్న వస్తువు, తన స్థితి మార్పును వ్యతిరేకిస్తుందో, ఆధర్మాన్ని జడత్వం (inertia) అంటారు. జడత్వం కేవలం వస్తువు ద్రవ్యరాశిపై మాత్రమే ఆధారపడతుంది. వస్తువు ద్రవ్యరాశి దాని జడత్వానికి కొలమానం.

జడత్వం అనేది ఒక అద్భుతమైన ధర్మం, ఒకవేళ జడత్వం అనే ధర్మం లేకపోతే మీ ఇంట్లో, నీ పుస్తకాలు, నీ తమ్ముడి లేదా చెల్లెలి పుస్తకాలతో కలిసిపోతాయి. మీ ఇంట్లోని వస్తువులన్నీ వాటంతట అవే కదులుతూ మీ స్నేహితుని ఇంట్లోకి వెళ్లి గందరగోళాన్ని సృష్టిస్తాయి. ఎటువంటి ప్రయత్నాలు లేకపోయినప్పటికి ప్రపంచంలో అన్ని వస్తువులు వాటంతట అవి కదలటమో, గమనాన్ని ఆపుకొనటమో చేస్తాయి. చాలా ఆశ్చర్యంగా ఉంది కదూ!

వస్తువు యొక్క గమనం లేదా నిశ్చలస్థితి అనేది ఒక సాపేక్ష భావన అని మనకు తెలుసు. ఒక వస్తువు ఒక పరిశీలకునికి నిశ్చలంగా ఉన్నట్లుగా అగుపించినా అదే వస్తువు మరొక పరిశీలకునికి గమనంలో ఉన్నట్లుగా అగుపించునని ఇంతకు ముందు పాఠంలో నేర్చుకున్నాం. ఈ పరిశీలనల నుండి తెలిసే విషయం ఏమిటంటే వస్తువు పై నికర బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు మాత్రమే దాని యొక్క వేగంలో మార్పు తీసుకొని రాగలం.

బలం అనే పదం మీకు తెలిసినదే. నిత్య జీవితంలో మనం ఎన్నో సందర్భాల్లో బలం అనే పదం వాడతాం. లాగునపుడు, తోయునపుడు, తన్నేటప్పుడు, కోట్టేటప్పుడు బలాన్ని ప్రయోగిస్తాం. బలం కనపించనప్పటికీ దాని ఫలితాన్ని చూడగలం లేదా అనుభవించగలం.

(a) బలం, వస్తువు ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని మార్చగలదు. బెలూన్‌పై కలగచేసే బల పరిమాణం ఆధారంగా దాని ఆకారం మారుతుంది.

(b) బలం, వస్తువు గమనాన్ని ప్రభావితం చేయగలదు. బల ప్రయోగంవల్ల వస్తువును గమనంలో ఉంచవచ్చు లేదా గమనంలో ఉన్న వస్తువును నిశ్చలస్థితిలోకి తీసుకురావచ్చు. బలం వస్తువు యొక్క గమన దిశను లేదా వేగ పరిమాణాన్ని కూడా మారుస్తుంది.

(c) బలం వస్తువును ఒక అక్షం ఆధారంగా భ్రమణం చేయించగలదు. ఆధార బిందువు లేదా భ్రమణ అక్షం నుంచి కొంత దూరంలో పనిచేసే బలం వస్తువుకు భ్రమణ చలనాన్ని ఇస్తుంది. దీన్ని మీరు ఆరవ పాఠంలో నేర్చుకొంటారు.

4.1.1 బలం మరియు గమనం

బలం ఒక సదిశరాశి, ఈ కారణం చేత అనేక బలాలు వస్తువుపై ఒకేసారి పనిచేస్తునప్పుడు నికర తుల్య బలాన్ని ముందు పాఠంలో చెప్పినట్లుగా సదిశా సంకలన నియమం ద్వారా కనుగొంటారు.

వస్తువు యొక్క గమన లక్షణాలు, స్థానభ్రంశం, వేగం మొదలైన వాటిని తెలుసుకోవచ్చు. వస్తువు యొక్క వేగం అవిచ్ఛిన్నంగా పెరగడం లేదా తగ్గడం లాంటి అనేక సందర్భాలను మనం చూస్తాం. ఉదాహరణకు స్వేచ్ఛగా కిందికి పడుతున్న వస్తువు విషయంలో దాని వేగం, భూమిని తాకునంత వరకు క్రమంగా పెరుగుతుంది. అదే విధంగా క్షితిజ తలంపై దొర్లుతున్న వస్తువు వేగం క్రమంగా తగ్గుతూ చివరకు శూన్యం అవుతుంది (ఎందుకు?).

అనేక అనుభవాల నుంచి, శూన్యం కాని నికర బలం వస్తువు స్థితిని మార్చుటకు అవసరం అని మనకు తెలుసు. వస్తువుపై పనిచేసే అనేక బలాల ఫలితాన్ని నికర బలం అంటారు. వస్తువు (1) చలనంలో ఉంటే, నికర బలం పరిమాణం, దిశ ఆధారంగా దాని వేగం మారుతుంది. (2) నిశ్చల స్థితిలో ఉంటే, బలం పరిమాణం, దిశ ఆధారంగా చలన స్థితిలోకి మారుతుంది.

చలన లేదా నిశ్చల స్థితిని మార్చుటకు బలం పరిమాణం, దిశ రెండూ సమానంగా బాధ్యత వహిస్తాయి. నికరబలం దిశ వస్తువు చలన దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉంటే, వస్తువు వేగం (వడి) తగ్గిపోతుంది. అలాకాకుండా, వస్తువు వేగానికి లంబదిశలో బలం పనిచేస్తే, వస్తువు వేగం పరిమాణం (వడి) స్థిరంగా ఉంటుంది. (4.3 పాఠ్యాంశాన్ని చూడండి). ఇలాంటి బలం కేవలం వస్తువు వేగం దిశను మాత్రమే మార్చుతుంది. కాబట్టి మనం, వస్తువుపై నికర బలం పనిచేస్తున్నంత వరకే వస్తువు వేగం మారుతూ ఉంటుందని నిర్ధారణకు రావచ్చు.

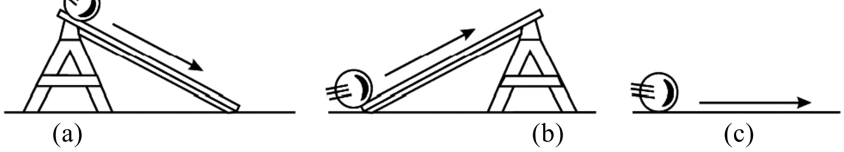
4.1.2 మొదటి గమన నియమం

మనం గులక రాయిని మృదువైన తలంపై దొర్లించినప్పుడు, అది కొంత కాలం తరవాత ఆగిపోతుంది. దాని వేగం క్రమ క్రమంగా తగ్గుతూ చివరకు శూన్యం అవుతుంది. అయినప్పటికీ దానిని అదే వేగంతో కదిలేలా చేయాలంటే ఒక బలాన్ని దానిపై స్థిరంగా ప్రయోగిస్తూ ఉండాలి.

అదే విధంగా ఒక ట్రాలీని స్థిర వేగంతో కదిలించాలంటే దాన్ని స్థిర బలంతో అవిచ్ఛిన్నంగా తోయాలి లేదా లాగాలి. పై సందర్భాల్లో గులక రాయిపై లేదా ట్రాలీపై ఏదైనా నికర బలం పనిచేస్తూ ఉన్నదా?

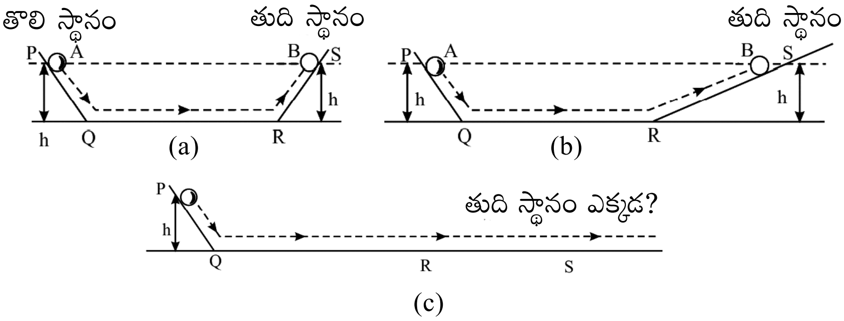
గమనం మరియు జడత్వం

బాహ్య బలం పనిచేయనప్పుడు నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువు నిశ్చలస్థితిలోనూ రుజుమార్గంలో సమవేగంతో వెళుతున్న వస్తువు అదే స్థితిలోను వెళుతుందని నిరూపించుటకు గెలీలియో శాస్త్రజ్ఞుడు ప్రయోగాలు చేసాడు. వాలు తలంపై జారుతున్న వస్తువు త్వరణం చెందుతుందని (పటం 4.1 [a]) మరియు వాలుతలంపైకి వెళ్ళునప్పుడు అప త్వరణానికి గురి అవుతుందని (పటం 4.1 [b]) గమనించాడు. ఒక వేళ తలం వాలుగా కింది దిశలోకాని పై దిశలో కాని లేనట్లయితే (అనగా తలం క్షితిజ సమాంతరంగా ఉన్నట్లయితే) వస్తువు త్వరణం చెందదని లేదా అపత్వరణం చెందదని నిర్ధారించాడు. అనగా క్షితిజ సమాంతర తలంపై వస్తువు సమవేగం/వడితో ప్రయాణిస్తుంది (ఒక వేళ బాహ్య బలం లేకపోతే).



పటం 4.1 వాలు మరియు క్షితిజ సమాంతర తలాలపై వస్తువు గమనం

మరొక ప్రయోగంలో పటం 4.2 లో చూపిన విధంగా ఎదురెదురుగా ఉన్న రెండు వాలు తలాలను తీసుకున్నాడు. పై మూడు సందర్భాలలో PQ వాలు సమానం. కాని RS తలం వాలు పటం 4.2(a) లో, 4.2(b), మరియు 4.2(c) లలో కంటే ఎక్కువ. సీసపు గుండు గమనానికి PQRS తలం నునుపుగా ఉంటుంది. PQ తలం నుండి సీసపు గుండును దొర్లించినప్పుడు అది RS తలంపైకి దాదాపుగా PQ తలమంత ఎత్తుకు వెళుతుంది. RS వాలు తలం యొక్క వాలును తగ్గిస్తున్నప్పుడు సీసపు గుండు అంతే ఎత్తు వెళ్ళుటకు వాలుతలంపై ఎక్కువ దూరం ప్రయాణిస్తుంది (పటం 4.2b). RS తలం ఎప్పుడయితే క్షితిజ సమాంతరం అవుతుందో అప్పుడు సీసపుగుండు PQ తలమంత ఎత్తుకు వెళ్ళడానికి క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయాణిస్తూ ఉంటుంది. అనగా క్షితిజసమాంతర తలానికి గుండుకు మధ్య ఘర్షణ లేకపోతే సీసపుగుండు ప్రయాణిస్తూనే ఉంటుంది.



పటం 4.2 ఎదురెదురు వాలు తలాల మధ్య బంతి గమనం

ఐజాక్ న్యూటన్ (Sir Isaac Newton) (1642-1727)

ఇంగ్లాడ్‌లో వోల్‌స్తోర్ప్ (Wollsthorpe) సిటిలో 1642 సంవత్సరంలో న్యూటన్ మహాశయుడు జన్మించాడు. ట్రినిటీ కాలేజిలో, కేంబ్రిడ్జి విశ్వ విద్యాలయంలో చదివి ప్రముఖ శాస్త్రవేత్తగా కీర్తిగడించారు. ఆపిల్ చెట్టు నుండి పడిన ఆపిల్ పండు గమనాన్ని పరిశీలించడం ద్వారా ప్రాథమిక గురుత్వాకర్షణ నియమాన్ని ప్రతిపాదించాడు. గురుత్వాకర్షణ నియమం మరియు గమన నియమాలను వివరించాడు. న్యూటన్ అత్యంత మేధాశీలి కావడంవల్ల సైన్సులోనే కాక గణితశాస్త్రం అభివృద్ధికి తోడ్పడ్డాడు. సంప్రదాయ స్వభావంగల ఇతని పరిశోధనలు ఆధునిక శాస్త్ర అభివృద్ధికి మూలమైంది. ఈయన లాటిన్ భాషలో 'ప్రిన్సిపియా' (Principia) అనే గ్రంథం ఇంగ్లీషు భాషలో దృశాశాస్త్రం (optics) అనే గ్రంథం రచించాడు.

ఇక్కడ ట్రాలీ స్థిర వేగంతో గమనంలో ఉండటానికి ఎందుకు బలాన్ని ప్రయోగించాలి అనే ప్రశ్న ఉదయించవచ్చు. కాని ట్రాలీ గమనానికి వ్యతిరేక దిశలో పనిచేసే ఘర్షణ బలాన్ని ఎదిరించడానికి పురోదిశలో బలాన్ని ప్రయోగించాల్సి వస్తుందని మనకు తెలుసు. అంటే మనం ట్రాలీని నిరతంరంగా నెట్టడం వల్ల కాని, లాగడంవల్ల కాని దానిపై గల ఘర్షణ బలాన్ని అధిగమిస్తాం.

గెలీలియో శాస్త్రజ్ఞుడు నిర్ధారించిన విషయాలను ఐజాక్ న్యూటన్ శాస్త్రజ్ఞుడు సాధారణీకరించి గమన నియమ రూపంలో తెలిపినాడు. అదే న్యూటన్ మొదటి గమన నియమం. ఈ నియమం ప్రకారం బాహ్య బలం పనిచేయనంత

వరకు నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న వస్తువు నిశ్చల స్థితిలోను, సరళరేఖ వెంబడి ఏకరీతిగమనంలో ఉన్న వస్తువు అదే స్థితిలో కొనసాగుతుంది.

పరిశీలకుడి దృష్ట్యా వస్తువు యొక్క నిశ్చల స్థితి కాని గమనం కాని వస్తువు యొక్క సాపేక్ష స్థానంపై ఆధారపడి ఉంటుందని మనకు తెలుసు. కారులో ప్రయాణిస్తున్న వ్యక్తి, అదే కారులో ప్రయాణిస్తున్న మరొక వ్యక్తి దృష్ట్యా నిశ్చలస్థితిలో ఉంటాడు. కాని అదే వ్యక్తి రోడ్డు మీద ఉన్న వ్యక్తి దృష్ట్యా గమనంలో ఉంటాడు. ఈ కారణంవల్ల మనం ఎంచుకునే నిర్దేశక చట్రం దృష్ట్యా మనం కొలిచే కొలతలు స్థానభ్రంశం, వేగం, త్వరణం మరియు బలాలు మారుతూ ఉంటాయి. దృఢ వ్యవస్థకు అనుసంధానమైన నిరూపక వ్యవస్థ (X, Y & Z అక్షాల) ను 'నిర్దేశక చట్రం' అంటారు.

బాహ్య బలాలు పనిచేయనప్పుడు నిర్దేశక చట్రం దృష్ట్యా వస్తువు యొక్క వేగం స్థిరంగా ఉన్నట్లయితే అటువంటి నిర్దేశక చట్రాన్ని జడత్వ నిర్దేశక చట్రం అంటారు. వస్తువు తన స్థితిలో మార్పు చెందకుండా (నిశ్చల స్థితి లేదా ఏకరీతి రేఖీయ చలనం) ఉండే జడత్వ ధర్మం నుండి ఈ పేరు వచ్చింది. భూమికి బిగించబడిన నిర్దేశక చట్రాలన్నీ (ప్రయోజనాల రీత్యా) జడత్వం నిర్దేశక చట్రాలుగా తీసుకోవచ్చు.

ఇప్పుడు కొంత విరామం తీసుకుని కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 4.1

1. నికర బాహ్యబలం వస్తువుపై పనిచేసే దిశలోనే వస్తువు ఎప్పుడూ ప్రయాణిస్తున్నదని చెప్పడం సరైనదేనా?
2. వస్తువు జడత్వాన్ని కొలిచే భౌతిక రాశి ఏది?
3. బలం వస్తువు వేగ పరిమాణాన్ని మార్చకుండా కేవలం వేగదిశను మార్చగలదా?
4. వస్తువుపై బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు, ఆ వస్తువులో బలంవల్ల కలిగే వేరు వేరు మార్పులను తెలియచేయండి.
5. నిశ్చల లేదా చలనస్థితులు పరమమైనవా, సాపేక్షమైనవా?
6. నిర్దేశక చట్రం అంటే ఏమిటి?

4.2 ద్రవ్యవేగ భావన

- భారత్ గొప్ప క్రికెట్ ఆటగాడు సచిన్ తెండూల్కర్, బరువైన బ్యాట్‌ని ఉపయోగించడం మీరు గమనించే ఉంటారు. అలాగే, అధిక వేగంతో వెళుతున్న క్రికెట్ బంతి ద్రవ్యరాశి తక్కువ అయినప్పటికీ దానిని ఆపడం చాలా కష్టం అని మీరు గమనించే ఉంటారు. అదే విధంగా తక్కువ వేగంతో వెళుతున్న ట్రక్కును కూడా ఆపడం చాలా కష్టం. దీనికి గల కారణం ట్రక్కు ద్రవ్యరాశి అధికంగా ఉండడమే. ఈ ఉదాహరణల నుండి చలనంలో ఉన్న వస్తువుపై ఫలిత బలాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి వస్తువు ద్రవ్యరాశి మరియు వేగం ముఖ్యమైనవి అని తెలుస్తుంది. వస్తువు ద్రవ్యరాశి మరియు దాని వేగాల మధ్య లబ్ధాన్ని ద్రవ్యవేగం అని అంటారు.
- గణితాత్మకంగా దీన్ని కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\overline{p} = m\overline{v}$$

- ద్రవ్యవేగం (రేఖీయ) యొక్క SI ప్రమాణాలు kg ms^{-1} లేదా Ns. ద్రవ్యవేగం ఒక సదిశరాశి. ద్రవ్యవేగం యొక్క దిశ అనేది వస్తువు వేగ దిశలోనే ఉంటుంది. కాబట్టి వస్తువు వేగ పరిమాణం లేదా దిశ లేదా రెండూ మారినప్పుడు ద్రవ్యవేగం కూడా మారుతుంది. కింది ఉదాహరణలు పై విషయాలను తెలియచేస్తాయి.

ఉదాహరణ 4.1

అరుణ్ మరియు మనోజ్‌ల ద్రవ్యరాశులు వరసగా 60kg మరియు 40kg. వీరు వరసగా 1.0 ms^{-1} మరియు 1.5 ms^{-1} వేగాలతో పరస్పరం సమీపిస్తున్న, వీరి ద్రవ్యవేగాలు కనుక్కోండి.

సాధన:

అరుణ్ ద్రవ్యవేగం P = ద్రవ్యరాశి × వేగం

$$= 60\ kg \times 1.0\ ms^{-1}$$

$$= 60\ kg\, ms^{-1}$$

మనోజ్ ద్రవ్యవేగం P $= 40\,kg \times \left(-1.5\,ms^{-1}\right)$

$$= -60\,kg\,ms^{-1}$$

అరుణ్, మనోజ్‌ల ద్రవ్యవేగాలు పరిమాణాత్మకంగా సమానం కాని దిశల్లో వ్యతిరేకం.

ఉదాహరణ 4.2

2 Kg ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు t = 0 s నుండి స్వేచ్ఛగా పడుతున్నది. అయితే స్వేచ్ఛగా పడుతున్నప్పుడు (a) t = 0 (b) t = 1 s మరియు (c) t = 2 s కాలాల వద్ద దాని ద్రవ్యవేగాలు కనుక్కోండి.

సాధన:

(a) t = 0 s కాలం వద్ద వస్తువు స్వేచ్ఛగా పడుతున్నది కాబట్టి వేగం శూన్యం.

కాబట్టి తొలి ద్రవ్యవేగం శూన్యం.

(b) t = 1s, కాలం వద్ద, వస్తువు వేగం 9.8 ms^{-1} ($v = v_0 + at$ సమీకరణం నుండి) కింది దిశలో ఉంటుంది.

$$v_0 = 0 \quad ; \quad a = g = 9.8\ m/s^2$$

$$\therefore \quad v = 0 + 9.8 \times 1 = 9.8\, m/s$$

కాబట్టి వస్తువు ద్రవ్యవేగం t = 1s is p = mv

$$p_1 = 2\,kg \times 9.8\,m/s = 19.6\ kg\,ms^{-1}$$

(c) $t = 2s$ కాలం వద్ద, వస్తువు వేగం 19.6 ms^{-1} కింది దిశలో ఉంటుంది.

కాబట్టి వస్తువు ద్రవ్యవేగం

$$p_2 = (2 \text{ kg})(19.6 \text{ ms}^{-1})$$
$$= 39.2 \text{ kg ms}^{-1}$$ కింది దిశలో.

పై ఫలితాల నుండి స్వేచ్ఛగా కిందకు పడే వస్తువుకు ద్రవ్యవేగం క్రింది దిశలో క్రమంగా పెరుగుతున్నట్లుగా మనం గమనించగలం. అయితే ఇప్పుడు స్వేచ్ఛగా కిందకు పడే వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగ పరిమాణం ఎందుకు మారుతుందో ఊహించండి?

ఉదాహరణ 4.3

0.2 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే రబ్బరు బంతి గోడను 10 ms^{-1} వేగంతో తాకి తిరిగి అదే వడితో వెనకకు తొలి మార్గంలో ప్రయాణించింది. అయితే బంతి ద్రవ్యవేగంలో మార్పును లెక్కించండి.

సాధన:

ఇక్కడ ద్రవ్యవేగం యొక్క పరిమాణం గోడను తాకక ముందు, తాకిన తరవాత సమానం కాని దాని దిశ గోడను తాకిన తరవాత వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది.

కాబట్టి ద్రవ్యవేగం యొక్క పరిమాణం $= (0.2 \text{ kg}) \times (10 \text{ ms}^{-1}) = 2 \text{ kg ms}^{-1}$.

తొలి ద్రవ్యవేగ సదిశను ఒక వేళ ధన X దిశలో తీసుకొంటే, తుది ద్రవ్యవేగం రుణ X-అక్షం దిశలో ఉంటుంది. కాబట్టి

$$p_i = 2 \text{ kgms}^{-1}, \quad p_f = -2 \text{ kg ms}^{-1}.$$

కాబట్టి ద్రవ్యవేగంలో మార్పు $p_f - p_i = (-2 \text{ kg ms}^{-1}) - (2 \text{ kg ms}^{-1}) = -4 \text{ kg ms}^{-1}$.

ఇక్కడ రుణ గుర్తు ద్రవ్యవేగంలో మార్పు యొక్క దిశ, రుణ X-అక్షం దిశలో ఉంటుందని తెలియచేస్తుంది. అయితే ద్రవ్యవేగంలో మార్పుకు కారణం ఏమిటి?

నిజానికి అభిఘాతానికి ముందున్న వేగం కన్నా తక్కువ వేగంతో బంతి వెనుకకు మరలుతుంది. ఈ సందర్భంలో కూడా ద్రవ్యవేగ పరిమాణం మారుతుంది.

4.3 రెండవ గమన నియమం

స్థిర వేగంతో వెళుతున్న వస్తువు ద్రవ్యవేగం స్థిరం అని మీకు తెలుసు. అటువంటి వస్తువుపై నికర బాహ్య బలం పనిచేయదని న్యూటన్ మొదటి గమన నియమం తెలియచేస్తుంది.

ఉదాహరణ 4.2 లో గురుత్వ ప్రభావం వల్ల స్వేచ్ఛగా కిందకు పడే వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగం క్రమంగా కాలంతోపాటు పెరుగుతూ ఉంటుందని మనం చూసాం. ఈ సందర్భంలో వస్తువు గురుత్వాకర్షణ బలంవల్ల కిందకు పడుతుంది కాబట్టి, వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగంలో మార్పుకు, దానిపై కలగజేసే నికర బలానికి మరియు బలం పనిచేసే కాలానికి మధ్య సంబంధం ఉందని తెలుస్తోంది. న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం ఈ మూడు అంశాల మధ్యగల

సంబంధాన్ని తెలియచేస్తుంది. ఈ నియమం ప్రకారం వస్తువు ద్రవ్యవేగంలో మార్పురేటు ఆ వస్తువుపై పనిచేసే నికర బలానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. వస్తువు ద్రవ్య వేగంలోని మార్పు వస్తువుపై పనిచేసే నికర బల దిశలో ఉంటుంది.

అనగా ఒక వేళ వస్తువుపై $\overline{F}$ బాహ్యబల ప్రయోగంవల్ల Δt కాలంలో వస్తువు ద్రవ్యవేగంలో మార్పు $\Delta \overline{p}$ అయితే,

$$\overline{F} \propto \frac{\Delta \overline{p}}{\Delta t} \left(\text{if } \Delta t \to 0, \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{d\overline{p}}{dt} \right) \tag{4.1}$$

$$\overline{F} = k\frac{\Delta \overline{p}}{\Delta t}$$ ఇక్కడ k అనేది అనుపాత స్థిరాంకం.

ద్రవ్యవేగాన్ని, వేగం మరియు ద్రవ్యరాశి లబ్ధంగా రాసిన, ఈ ఫలితాన్ని క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\overline{F} = k\,m\left(\frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t}\right)$$

$$\overline{F} = k\,m\vec{a} \quad \text{ఇక్కడ} \quad \left(\frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t} = \overline{a}\right) \tag{4.2}$$

k విలువ m మరియు $\overline{a}$ ప్రమాణాలపై ఆధారపడుతుంది. m మరియు a ప్రమాణాలను $m = 1$ యూనిట్‌గా, $a = 1$ యూనిట్ పరిమాణం అయ్యేట్లుగా తీసుకుంటె, $\overline{F}$ పరిమాణం కూడా 1 యూనిట్ అవుతుంది. అప్పుడు

సమీకరణం 4.2 నుండి

$$\overline{F} = m\overline{a}. \tag{4.3}$$

SI ప్రమాణంలో m = 1 kg, a = 1 m/s^2. అయిన బాహ్య బలం యొక్క పరిమాణం

$$F = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ ms}^{-2} = 1 \text{ kg ms}^{-2}$$

$$= 1 \text{ బల ప్రమాణం (unit of force)}$$

ఇక్కడ 1 బల ప్రమాణంను (1 unit of force = 1 kg ms^{-2}ను) న్యూటన్ (N) అంటారు.

న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం బలం ప్రమాణాన్ని తెలియజేస్తుంది. బలం SI ప్రమాణం 'న్యూటన్'ను కింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు. 1 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువులో 1 ms^{-2} త్వరణాన్ని కలగచేసే బలమే 1 న్యూటన్.

ఉదాహరణ 4.4

0.4 kg ద్రవ్యరాశిగల బంతి నేలపై 20 ms^{-1} వేగంతో దొర్లుతూ చివరికి 10 s కాలంలో నిశ్చలస్థితికి చేరింది. బంతిపై స్థిరబలం పనిచేసిందనుకొనిన, ఆ బంతిని ఆపిన బలాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన :

$m = 0.4$ kg, తొలి వేగం u = 20 ms^{-1}, తుది వేగం v = 0 ms^{-1} మరియు కాలం t = 10 s ఇవ్వబడ్డాయి.

$$|\bar{F}| = m\,|\bar{a}| = \frac{m(\mathrm{v}-u)}{t} = \frac{0.4\,kg\left(-20\,ms^{-1}\right)}{10}$$

$$= -0.8\,kg\,ms^{-2} = -0.8\,N$$

ఇక్కడ రుణ గుర్తు బంతిపై బల ప్రయోగ దిశ, దాని గమన దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉందని తెలియజేస్తుంది.

ఉదాహరణ 4.5

10m/s తొలివేగంతో వెళుతున్న 10kg ద్రవ్యరాశిగల వస్తువుపై 50N స్థిరబలం ప్రయోగించారు. బలం, వస్తువు యొక్క గమన దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తున్నట్లయితే వస్తువు ఎంత కాలంలో నిశ్చలస్థితిలోకి వస్తుంది.

సాధన :

m = 10 kg, F = –50 N, u = 10 ms^{-1} మరియు v = 0 ఇవ్వబడింది. t ను కనుక్కోవాలి.

$$\mathrm{F = ma = m}\left(\frac{\mathrm{v-u}}{\mathrm{t}}\right)$$

$$-50\,N = 10\,kg\left(\frac{0-10\,ms^{-1}}{t}\right)$$

$$t = \frac{-100\,kg\,ms^{-1}}{-50\,N} = 2s$$

ఇక్కడ ముఖ్యమైన విషయం ఏమిటంటే ఈ పాఠంలో వివరించిన న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం స్థిరమైన ద్రవ్యరాశిగల వస్తువులకు మాత్రమే వర్తిస్తుంది. అయితే కాలంతోపాటు ద్రవ్యరాశి మారే రాకెట్ లాంటి వస్తువులకు అనువర్తింపబడే నియమం ఏది?

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 4.2

1. వేరు వేరు ద్రవ్యరాశులు గల రెండు వస్తువులకు ఒకే ద్రవ్యవేగం ఉన్నది. వీటిలో ఏది ఎక్కువ వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది?
2. ఒక బాలుడు బంతిని V_o వేగంతో పైకి విసిరితే బంతి తిరిగి బాలుని అంతే వేగంతో చేరింది. కింది వాటిలో మార్పు కలుగుతుందా?

(a) బంతి ద్రవ్యవేగం

(b) బంతి ద్రవ్యవేగ పరిమాణం

3. కొంత ఎత్తు నుండి ఒక బంతి పడుతున్నప్పుడు, దాని ద్రవ్యవేగం పెరుగుతుంది. ద్రవ్యవేగం పెరగడానికి కారణం ఏమిటి?

4. కింది ఏ సందర్భాల్లో వస్తువు ద్రవ్యవేగంలో మార్పు అధికంగా ఉంటుంది.

(a) 2 kg ద్రవ్యరాశితో నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువుపై 150 N బలం 0.1 s కాలం పాటు ప్రయోగించినప్పుడు.

(b) 2 kg ద్రవ్యరాశితో నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువుపై 150 N బలం 0.2 s కాలం పాటు ప్రయోగించినప్పుడు.

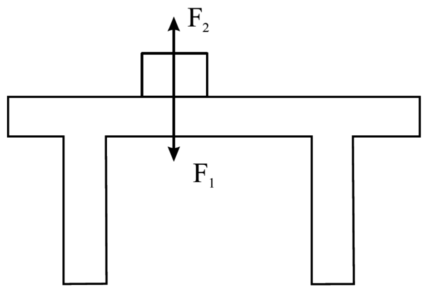
5. ఒక వస్తువు స్థిర వడితో వృత్తాకార మార్గంలో తిరుగుతుంది. వస్తువుకు స్థిరమైన ద్రవ్యవేగం ఉంటుందా? మీ సమాధానానికి సరైన కారణం ఇవ్వండి.

4.4 జంట బలాలు

భూ గురుత్వాకర్షణ వస్తువును భూ ఉపరితలం వైపు త్వరణం చెందిస్తుంది. మరి వస్తువు కూడా భూమిని తనవైపు లాక్కుంటుందా? అదే విధంగా మనం బీరువాను నెట్టినప్పుడు, బీరువా కూడా మనల్ని నెడుతుందా? ఒక వేళ అది బలాన్ని ప్రయోగిస్తే మనం ఎందుకు ఆ బల దిశలో కదలం? ఈ సందర్భాల్లో లాగే లేదా తోయడం లాంటి ఒకే బలం ఉంటుందా? అనే ప్రశ్నను, అడిగేలా చేస్తాయి. రెండు వస్తువులు ఒకదానిపై మరొకటి జరిపే చర్యలు అన్యోన్య చర్యలు అని గమనించాం. ఇక నుండి చర్య మరియు ప్రతి చర్య అనేది బలాల మధ్య అన్యోన్య చర్యగా అర్థంచేసుకోవచ్చు. కాబట్టి రెండు వస్తువులు ఎప్పుడయితే పరస్పరం చర్యకు లోనైతాయో అప్పుడు అవి బలాలను ఒకదానిపై మరొకటి ప్రయోగించుకుంటాయి. వాటిలో ఒక బలాన్ని చర్య అని మరొక బలాన్ని ప్రతిచర్య అని అంటారు. కాబట్టి బలాలు ఎప్పుడూ జంటగా ఏర్పడతాయి.

మూడవ గమన నియమం

వస్తువుల అన్యోన్య చర్యలను పరిశీలించిన మీదట న్యూటన్ మూడవ గమన నియమాన్ని సూత్రీకరించాడు. దీని ప్రకారం చర్య ప్రతిచర్యలు సమానంగా ఉండి దిశల్లో వ్యతిరేకంగా ఉంటాయి. ఇక నుండి చర్య మరియు ప్రతిచర్య అంటే బలాలుగా అర్థంచేసు కోవాలి. పటం 4.3 లో చూపిన విధంగా ఒక టేబుల్‌పై పుస్తకాన్ని ఉంచినప్పుడు పుస్తకం టేబుల్‌పై కొంత బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది. అదే సమయంలో టేబుల్ పుస్తకంపై అంతే పరిమాణంగల బలాన్ని పై దిశలో ప్రయోగిస్తుంది. బలాలు $\bar{F}_1$ మరియు $\bar{F}_2$ లు ఇక్కడ పరస్పరం రద్దుచేసుకుంటాయా? ఇక్కడ ముఖ్యమైన విషయం ఏమిటంటే $\bar{F}_1$ మరియు $\bar{F}_2$ బలాలు వేరు వేరు వస్తువులపై పనిచేస్తాయి కాబట్టి అవి రద్దుకావు.



పటం 4.3 : ఒక పుస్తకాన్ని టేబుల్‌పై ఉంచి నప్పుడు బలం F_1 ను టేబుల్‌పై పుస్తకం ప్రయోగిస్తుంది. (F_1 పుస్తక భారం F_2 కి సమానం) అదే విధంగా టేబుల్ పుస్తకంపై, బలం F_2 ను ప్రయోగిస్తుంది.

పై పరిస్థితుల్లో చెప్పబడిన చర్య మరియు ప్రతిచర్యలు జంట బలాలుగా అగుపిస్తాయి. పై రెండు బలాల్లో ఏ ఒక్కటి కూడా మరొకటి లేనిదే ఉండదు.

ఈ వాక్యం అర్థం తీసుకుంటే చర్య వెంటే ప్రతిచర్య ఉంటుంది కాని న్యూటన్ మూడవ గమన నియమంలో చెప్పబడిన చర్య, ప్రతిచర్యలు రెండూ ఏక కాలంలో ఉంటాయి. దీనివల్ల న్యూటన్ మూడవ గమన నియమాన్ని ఇంకా వివరంగా కింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

రెండు వస్తువులు అన్యోన్య చర్యకు లోనైనప్పుడు, మొదటి వస్తువు వల్ల రెండవ వస్తువుపై ప్రయోగింపబడిన బలం, రెండవ వస్తువువల్ల మొదటి వస్తువుపై ప్రయోగింపబడిన బల పరిమాణానికి సమానంగా ఉంటూ దిశలో వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది.

(లేదా)

వస్తువు A, మరో వస్తువు B పై బలాన్ని (చర్య) ప్రయోగిస్తే, B, A పై సమాన, వ్యతిరేక బలాన్ని (ప్రతిచర్య) ప్రయోగిస్తుంది.

సదిశల పరంగా $\overline{F}_{AB} = -\overline{F}_{BA}$ (4.4)

4.4.1 ప్రచోదనం

న్యూటన్ రెండవ నియమం నుంచి

$$\overline{F} = m\left(\frac{\overline{v}-\overline{u}}{t}\right) = \frac{m\overline{v}-m\overline{u}}{t}$$

$$\overline{F} = \frac{\overline{p}_f - \overline{p}_i}{\Delta t}$$

$$\overline{F}.\Delta t = \overline{\Delta} p = \text{ ప్రచోదనం} \qquad (4.5)$$

స్వల్పకాలంలో ప్రయోగించిన బలం వల్ల కలిగే ఫలితాన్నే ప్రచోదనం అంటారు. బలం($\overline{F}$), బల ప్రయోగించిన కాలం (Δt) ల లబ్ధాన్ని ప్రచోదనం అంటారు.

అంటే ప్రచోదనం రేఖీయ ద్రవ్యవేగంలో మార్పుకి సమానం.

ప్రచోదనం సదిశారాశి, దీని SI ప్రమాణం kg ms^{-1} లేదా Ns.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 4.3

1. హైజంపర్ భూమిని వదిలినప్పుడు, అతన్ని పైకి తోసే బలం ఎక్కడ నుండి వస్తుంది?
2. కింది పరిస్థితుల్లో చర్య-ప్రతిచర్య బలాలను గుర్తించండి.

(a) ఒక వ్యక్తి ఫుట్‌బాల్‌ను తన్నినప్పుడు ....

(b) భూమి చంద్రుడిని లాగునప్పుడు (c) బంతి గోడతో అభిఘాతం చెందినప్పుడు

3. "ఒక వ్యక్తి బీరువాను ముందుకు జరపడానికి అధిక బలాన్ని ప్రయోగించిన, అతను వెనకకు తోయబడ్డాడు. ఎందుకనగా బీరువా అతనిపై స్వల్ప బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది." ఇక్కడ ఇవ్వబడిన వాదన సరియైనదేనా? వివరించండి.

4.5 ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం

రెండు వస్తువులు అన్యోన్య చర్యకులోనైనప్పుడు, అన్యోన్య చర్యకు సంబంధించిన బలాలు మాత్రమే వాటిపై పనిచేయునప్పుడు ప్రయోగరీత్యా వాటి యొక్క ద్రవ్యవేగాల సదిశల మొత్తం మారకుండా ఉంటుందని నిరూపించవచ్చు. ఒక వేళ రెండు కంటే ఎక్కువ వస్తువులు అన్యోన్య చర్యకు లోనైనా, వాటి విషయంలో కూడా ఇది నిజమవుతుంది. సాధారణంగా అనేక వస్తువులు అన్యోన్యచర్యలకు లోనైన వాటిని వ్యవస్థగా పేర్కొంటాం. ఒక వేళ వ్యవస్థలోని వస్తువులు, వ్యవస్థకు వెలుపల ఉన్న వస్తువులతో చర్య జరపకపోతే ఆ వ్యవస్థను వియుక్త వ్యవస్థ అంటారు. ఒక వియుక్త వ్యవస్థలో వస్తువుల యొక్క ద్రవ్యవేగ సదిశల మొత్తం స్థిరం. దీనినే ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం అంటారు.

అయితే వియుక్త వ్యవస్థలో వస్తువుల యొక్క ఫలిత ద్రవ్యవేగం మారనప్పటికీ, విడివిడిగా వస్తువుల యొక్క ద్రవ్యవేగాలు పరిమాణంలో కాని దిశలో కాని లేదా రెండింటిలోగాని మారవచ్చు. వియుక్త వ్యవస్థలో విడివిడిగా వస్తువుల యొక్క ద్రవ్యవేగాలు ఏ కారణంవల్ల మారతాయి అనే ప్రశ్న కలగవచ్చు? దీనికి గల కారణం వస్తువుల మధ్య గల అన్యోన్య చర్యలు మరియు వాటి బలాలు. ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని, అభిఘాతాలు, విస్ఫోటనాలు, కేంద్రక చర్యలు, రేడియో ధార్మికతలలో మొదలగు దృగ్విషయాలలో అనువర్తించవచ్చు.

4.5.1 న్యూటన్ గమన నియమాల పర్యవసానం – ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం

న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం ప్రకారం, **F** అనే బలం వస్తువుపై పనిచేయడంవల్ల (సమీకరణం 4.1) Δt కాలంలో వస్తువు ద్రవ్యవేగంలో మార్పు Δp అయితే,

$$\overline{F}_{\text{బాహ్య}} = \frac{\Delta \overline{p}}{\Delta t} \tag{4.6}$$

$$\overline{F}_{\text{బాహ్య}} = 0, \text{ అయితే } \frac{\Delta \overline{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta \overline{p} = 0 \Rightarrow \overline{p}_{\text{మొత్తం}} = \text{స్థిరం} \tag{4.7}$$

పై సమీకరణం ద్వారా ఒక వేళ వస్తువుపై బాహ్యబలం పనిచేయకపోతే వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగంలో మార్పు శూన్యం అవుతుందని తెలుస్తుంది. అంటే వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగంలో మార్పు ఉండదు. ఇదే వాదనను అనేక వస్తువులు గల వ్యవస్థకు కూడా అనువర్తించవచ్చు.

న్యూటన్ మూడవ గమన నియమం నుండి కూడా ఇదే ఫలితాన్ని పొందవచ్చు. A మరియు B వస్తువులు గల ఒక వియుక్త వ్యవస్థలో వస్తువులు Δt కాలంలో అన్యోన్యచర్యకు లోనైనవి అనుకోండి. $\overline{F}_{AB}$ మరియు $\overline{F}_{BA}$ లు ఒకదానిపై ఒకటి ప్రయోగించే బలాలైన, న్యూటన్ మూడవ గమన నియమం నుండి

$$\overline{F}_{AB} = -\overline{F}_{BA}$$

$$\frac{\Delta \overline{p}_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta \overline{p}_B}{\Delta t}$$

$$\Delta \overline{p}_A + \Delta \overline{p}_B = 0 \qquad \text{(లేదా)}$$

$$\Delta \overline{p}_{\text{మొత్తం}} = 0$$

$$\text{(లేదా)} \qquad \overline{p}_{\text{మొత్తం}} = \text{స్థిరం}$$

అంటే వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగంలో మార్పు లేదు. మరోలా చెప్పాలంటే వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వం చెందింది.

4.5.2 ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వానికి కొన్ని ఉదాహరణలు

(a) తుపాకి యొక్క ప్రత్యావర్తనం: తుపాకి నుండి తుపాకి గుండును పేల్చినప్పుడు తుపాకి వెనకకు ప్రత్యావర్తనం చెందుతుంది. తుపాకి యొక్క ప్రత్యావర్తన వేగం $\overline{v}_2$ ను ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం నుండి కనుక్కోవచ్చు. పేల్చబడిన తుపాకి గుండు ద్రవ్యరాశి m మరియు తుపాకి దవ్యరాశి M అనుకోండి. తుపాకి గుండు వేగం $\overline{v}_1$ అనుకొని ఒక వేళ తుపాకి వేగం $\overline{v}_2$ అయినప్పుడు ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వం చెందినట్లయితే,

$$m\overline{v}_1 + M\overline{v}_2 = 0 \tag{4.8}$$

$$m\overline{v}_1 = -M\overline{v}_2$$

$$\overline{v}_2 = -\frac{m}{M}\overline{v}_1$$

ఇక్కడ రుణ గుర్తు $\overline{v}_2$ వేగం దిశ, $\overline{v}_1$ వేగ దిశకు వ్యతిరేకం అని తెలుపుతుంది. $m << M$ కాబట్టి తుపాకి ప్రత్యావర్తన వేగం తుపాకి గుండు వేగంతో పోల్చినప్పుడు చాలా స్వల్పంగా ఉంటుంది.

(b) అభిఘాతం: అభిఘాతంలో పాల్గొనే వస్తువులు వ్యవస్థగా ఏర్పడతాయని అనుకుంటాం. ఘర్షణ వంటి బాహ్యబలాలు వ్యవస్థలోని వస్తువులపైన పనిచేయకపోతే ఆ వ్యవస్థను వియుక్త వ్యవస్థగా తీసుకోవచ్చు. వస్తువుల మధ్య ఉన్న అన్యోన్య చర్యలు అభిఘాతం చెందే వస్తువుల యొక్క మొత్తం ద్రవ్యవేగాన్ని మార్చలేవు.

క్యారం బోర్డు ఆటలో కాయిన్స్ మధ్య అభిఘాతాలు మరియు బిలియర్డ్స్ ఆటలో బిలియర్డ్ బంతుల మధ్య అభిఘాతాలను స్థితిస్థాపక వస్తువుల మధ్యగల అభిఘాతాల అధ్యయనంకు తీసుకోవచ్చు.

ఉదాహరణ 4.6

ఒకే ద్రవ్యరాశి m కలిగిన రెండు ట్రాలీలు ఒకదానికొకటి కలపబడి తొలి వేగం $\overline{v}$ తో ప్రయాణిస్తున్నాయి. ఇవి, నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న ఒకదానికొకటి కలపబడిన మూడు సర్వసమాన (m ద్రవ్యరాశి గల) ట్రాలీలను ఢీకొని అన్నీ కలిసి అదే దిశలో ప్రయాణించిన అభిఘాతం తరవాత వాటి వేగాలు ఎంత?

సాధన :

అభిఘాతం తరవాత ట్రాలీల వేగం $\bar{v}'$ అనుకుంటే

అభిఘాతానికి ముందు ద్రవ్యవేగం = 2 mv

అభిఘాతం తరవాత ద్రవ్యవేగం = $5\, m\bar{v}'$

ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం నుండి, కింది విధంగా రాయవచ్చు

$$2\, mv = 5\, m\bar{v}'$$

లేదా $\bar{v}' = \frac{2}{5}\bar{v}$

(c) బాంబు యొక్క విస్ఫోటనం: బాంబు ముక్కలుగా పేలినప్పుడు అత్యధికమైన శక్తిని విడుదలచేస్తుంది. నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న బాంబు పేలి A మరియు B అనే రెండు భాగాలుగా విడిపోయిందనుకోండి. బాంబు పేలక ముందు ద్రవ్యవేగం శూన్యం కాబట్టి బాంబు పేలిన తరవాత పేలిన భాగాల మొత్తం ద్రవ్యవేగం కూడా శూన్యమవుతుంది. ఈ కారణంవల్ల పేలిన రెండు భాగాలు వ్యతిరేక దిశలో ప్రయాణిస్తాయి. పేలిన భాగాల ద్రవ్యరాశులు సమానం అయితే, వాటి వేగ పరిమాణాలు కూడా సమానంగా ఉంటాయి.

(d) రాకెట్ చోదనం: రాకెట్ గమనం ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం యొక్క ప్రయోగపూర్వక అనువర్తనంగా తీసుకోవచ్చు. రాకెట్‌లో ఇంధనం కలిగిన షెల్ ఉంటుంది. దీన్ని ఒక వస్తువుగా తీసుకోవచ్చు. షెల్‌లో ఉన్న నాజిల్ ద్వారా అధిక పీడనం వద్ద ఉన్న వాయువులు బయటకి వెళ్ళే అవకాశం ఉంటుంది. రాకెట్‌లో ఇంధనాన్ని మండించినప్పుడు అధిక ఉష్ణోగ్రత, పీడనాల వద్ద వాయువులు ఏర్పడతాయి. వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం వలన, అధిక పీడనంతో వాయువులు నాజిల్ నుండి అధిక వేగంతో బహిర్గత మయినప్పుడు ఏర్పడిన బలం వల్ల రాకెట్ పైకి వెళుతుంది. ఒక వేళ M అనేది రాకెట్ యొక్క ద్రవ్యరాశి, m అనేది ప్రతి సెకనుకు మండే వాయువుల ద్రవ్యరాశి మరియు $\bar{V}$ దాని యొక్క వేగం అయితే, t సెకన్ల కాలంలో వాయువు ద్రవ్యవేగంలో మార్పు = $m\,\bar{v}t$.

t కాలంలో రాకెట్ యొక్క వేగంలో పెరుగుదల $\bar{V}$ అయితే, ద్రవ్యవేగంలో మార్పు = $M\bar{V}$ అవుతుంది.

ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం నుండి

$$mvt + M\bar{V} = 0$$

$$\frac{\bar{V}}{t} = a = -\frac{mv}{M}$$

అనగా రాకెట్ ప్రయాణించే త్వరణం

$$\bar{a} = -\frac{m\bar{v}}{M}$$

4.6 ఘర్షణ

బ్యాట్స్‌మెన్ క్రికెట్ బంతిని బ్యాట్‌తో కొట్టి అది భూమిపై దొర్లేలా చేస్తాడు. అది అవిచ్ఛిన్నంగా ప్రయాణించ కుండా కొంత దూరం ప్రయాణించి నిశ్చల స్థితికి వస్తుంది. బంతి నేలపై ఎక్కువ దూరం దొర్లుతుందని మీరు గమనించే ఉంటారు. మరియు బంతి కొంత దూరం ప్రయాణించి ఆగిపోతుంది. అంటే బంతిని కొట్టడంవల్ల, బంతికి లభించిన ద్రవ్యవేగం చివరకు శూన్యం అవుతుంది. బంతిపై పనిచేయబడ్డ బలం వల్ల బంతి ద్రవ్యవేగంలో మార్పు వచ్చిందని మనకు తెలుసు. ఆ బలాన్నే ఘర్షణ బలం అంటారు. స్పర్శలో ఉన్న రెండు వస్తువులు సాపేక్ష చలనంలో ఉన్నప్పుడు ఘర్షణ బలం పనిచేస్తుంది. క్షితిజ సమాంతరంపై వస్తువు స్థానాన్ని మార్చాలంటే ఘర్షణబలానికి వ్యతిరేకంగా వస్తువును తోయుటకాని, లాగుటకాని చేయాలి.

ఘర్షణ బలం అనేది స్పర్శీయ బలం, ఇది రెండు వస్తువులు స్పర్శించుకునే తలాలకు సమాంతరంగా ఉంటూ వస్తువు యొక్క గమన దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తుంది. ఉపరితలాలు గరుకుగా ఉండటంవల్ల ఘర్షణ ఏర్పడుతుంది. ఈ కారణంవల్ల ఘర్షణ అవసరాన్ని బట్టి తలాలను నునుపుగా కాని గరుకుగాకాని మారుస్తారు.

వస్తువు యొక్క సాపేక్ష గమనాన్ని ఘర్షణ బలం వ్యతిరేకించడంవల్ల వస్తువుల యొక్క తలాలు అరగుదలకు (tear wear) గురైన యాంత్రికశక్తి నష్టం జరుగుతుంది. కాని అదే సమయంలో ఘర్షణ వల్ల మాత్రమే మనం నడవగలుగుతున్నాం అని, వాహనాలను నడపగలుగుతున్నాం అని, వాటిని ఆపగలుగుతున్నాం అని గుర్తుంచుకోవాలి. ఘర్షణ మన జీవితంలో లాభాలను మరియు నష్టాలను కలగచేస్తుంది. కాబట్టి ఘర్షణ అనేది అత్యంత అవసరమైనది మరియు హానికరమైనది కూడా.

ఘర్షణ బలాలు మూడు రకాలు అవి 1. స్థైతిక ఘర్షణ 2. గతిక ఘర్షణ 3. దొర్లుడు ఘర్షణ

4.6.1 స్థైతిక మరియు గతిక ఘర్షణ

ఒక తలంపై వస్తువును కదిలించడానికి కనీసం కొంత బలాన్ని ప్రయోగించాలని మనకు తెలుసు. ఈ విషయాన్ని సోదాహరణంగా తెలుసుకోవడం కోసం పటం 4.4 లో చూపిన విధంగా ఒక దిమ్మె క్షితిజ సమాంతర తలంపై ఉన్నదనుకోండి. పటంలో చూపిన విధంగా దిమ్మెపై బాహ్య బలం F_{ext} ప్రయోగించారనుకోండి. తొలుత దిమ్మె కదలదు. దిమ్మె కదలటంలేదు అంటే దీనిపై మరొక బలం పనిచేస్తున్నదని అర్థం. ఈ బలాన్నే స్థైతిక ఘర్షణ బలం అంటారు. దీన్ని f_s గుర్తుతో సూచిస్తారు. బాహ్య బలం F_{ext} పెంచుతున్నకొద్దీ స్థైతిక ఘర్షణ బలం f_s పెరిగి అది బాహ్య బలం F_{ext} పరిమాణంలో సమానం అవుతుంది. ఈ విధంగా ఘర్షణ బలం ఒక సందిగ్ధ విలువను చేరుకునేంత వరకు బాహ్యబలం F_{ext} తో సమానం అవుతుంది. దీని తరవాత బాహ్యబలం F_{ext} ఇంకా పెంచినప్పుడు దిమ్మె కదలటం ప్రారంభం అవుతుంది మరియు దిమ్మె గతిక ఘర్షణ బలానికి లోనవుతుంది. వస్తువును స్థిర వేగంతో కదిలించవలసిన బలం కంటే, వస్తువును కదిలించడానికి ఎక్కువ బలం ప్రయోగించాల్సిన అవసరం ఉంటుందని అనుభవంలో మనకు తెలుస్తుంది. ఈ కారణంవల్ల స్పర్శిస్తున్న రెండు తలాల మధ్య ఉండే గరిష్ఠ స్థైతిక ఘర్షణ బలం $f_s^{(max)}$. గతిక ఘర్షణ బలం (f_k) కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. పటం 4.5 లో బాహ్య బలంతో ఘర్షణ బలం మారే విధానం చూపడింది.

ఇచ్చిన రెండు స్పర్శీయ తలాలకు గరిష్ఠ స్థైతిక ఘర్షణ $f_s^{(max)}$ మరియు గతిక ఘర్షణ (f_k) ఏ అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది? ప్రయోగరీత్యా $f_s^{(max)}$ అనేది అభిలంబ బలానికి (F_N)కి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

అంటే,

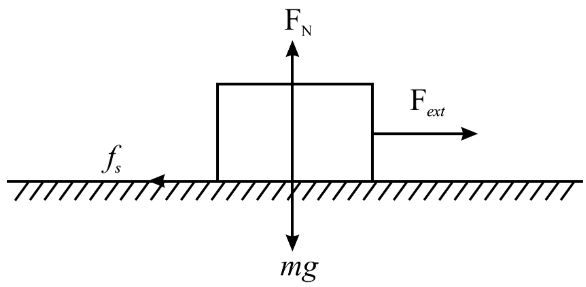
$$f_s^{(\max)} \propto F_N \quad \text{లేదా} \quad f_s^{(\max)} = \mu_s F_N \qquad (4.9)$$

ఇక్కడ μ_s అనేది స్థైతిక ఘర్షణ గుణకం. దిమ్మె తలాన్ని ఎంత బలంతో నొక్కుతుందో, ఆ బలం ద్వారా అభిలంబ చర్య F_N ను తెలుసుకోవచ్చు. పటం 4.4 ను తిరిగి పరిశీలించిన దిమ్మెపై పనిచేసే అభిలంబ బలం F_N భారం mg కు సమానం. ఇక్కడ m అనేది దిమ్మె యొక్క ద్రవ్యరాశి.

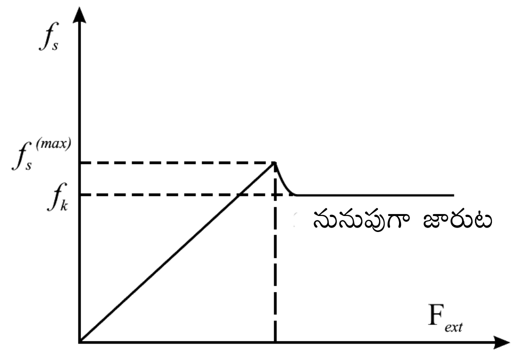
కాబట్టి, $f_s = F_{ext}$ ఇక్కడ $f_s \leq f_s^{\max}$

అంటే, $f_s \leq \mu_s F_N$ అని వ్రాయవచ్చు. (4.10)

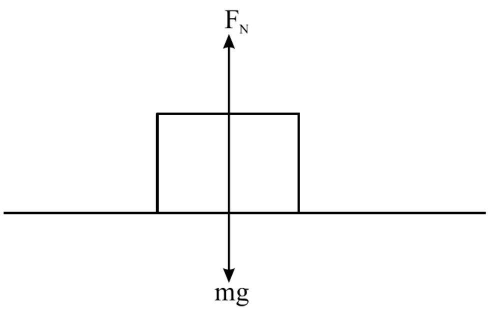
ప్రయోగాత్మకంగా రెండు స్పర్శించే తలాల మధ్య పనిచేసే గరిష్ఠ స్థైతిక ఘర్షణ బలం, స్పర్శించే తల వైశాల్యంపై ఆధారపడదు అని తెలుస్తుంది.



పటం 4.4 : దిమ్మెపై పనిచేసే బలాలు



పటం 4.5 : బాహ్యబలంతోపాటు ఘర్షణ బలంలో మార్పు



పటం 4.6 : దిమ్మెపై అభిలంబ ప్రతిచర్య

అదే విధంగా $f_k = \mu_k F_N$ అని వ్రాయవచ్చు. (4.11)

ఇక్కడ μ_k అనేది గతిక ఘర్షణ గుణకం. సాధారణంగా, $\mu_s > \mu_k$ అంతేకాకుండా μ_s మరియు μ_k విలువలు ఇచ్చిన రెండు తలాలకు స్థిరమైన విలువలు కావు. అంటే చెక్క, చెక్కపై లేదా రబ్బరు, కాంక్రీటు పై లాంటి పదార్థాలు మారుతున్నప్పుడు μ_s మరియు μ_k విలువలు కూడా మారతాయి. ఇచ్చిన రెండు స్పర్శ తలాలకు సంబంధించిన μ_s మరియు μ_k విలువలు ఆ తలాల స్వభావం, గరుకుతనం, నునుపుదనం, ఉష్ణోగ్రత, తేమ మొదలగు అంశాలపై ఆధారపడుతుంది.

ఉదాహరణ 4.7

2 kg ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె క్షితిజ సమాంతర తలంపైన ఉన్నది. రెండు స్పర్శ తలాలకు సంబంధించిన స్థైతిక ఘర్షణ గుణకం 0.25 అయితే స్పర్శించే తలాల మధ్య పనిచేసే గరిష్ఠ స్థైతిక ఘర్షణ బల పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన :

ఇచ్చుట $m = 2$ kg మరియు $\mu_s = 0.25$ ఇవ్వబడింది.

సమీకరణం (4.9) నుండి

$$f_s^{(\max)} = \mu_s F_N$$
$$= \mu_s \, mg$$
$$= 0.25\ (2\ kg)\ (9.8\ ms^{-2})$$
$$= 4.9\ N$$

ఉదాహరణ 4.8

5 kg ద్రవ్యరాశిగల దిమ్మె క్షితిజ సమాంతర తలంపై ఉన్నది. రెండు తలాలకు సంబంధించిన గతిక ఘర్షణ గుణకం $\mu_k = 0.1$. దిమ్మెను 10 N బలంతో క్షితిజ సమాంతర దిశలో లాగినప్పుడు దిమ్మెలో కలిగే త్వరణం ఎంత?

సాధన :

గతిక ఘర్షణ బలం $f_k = \mu_k F_N$ మరియు $F_N = mg$

కాబట్టి, $f_k = \mu_k mg$

$$= (0.1)\ (5\ kg)\ (9.8\ ms^{-2})$$
$$= 49\ kg\ ms^{-2} = 4.9\ N$$

దిమ్మెపై ఫలితబలం $= F_{ext} - f_k$

$$= 10\ N - 4.9\ N$$
$$= 5.1\ N$$

కావున, దిమ్మె యొక్క త్వరణం $= a = \dfrac{F_{net}}{m} = \dfrac{5.1N}{5kg} = 1.02\ ms^{-2}$

కావున దిమ్మె 1.02 ms^{-2} త్వరణంతో బాహ్యంగా అనువర్తించిన బలదిశలో కదులును.

4.6.2 దొర్లుడు ఘర్షణ

చక్రాలు గల బండిని లాగుట లేదా నెట్టుట చాలా సులభం. చక్రం యొక్క గమనం జారుడు గమనం కంటే వేరుగా ఉంటుంది. ఆ గమనాన్ని దొర్లుడు గమనం అంటారు. దొర్లుడు గమనంలో ఏర్పడే ఘర్షణ బలాన్ని దొర్లుడు

ఘర్షణ అంటారు. ఒకే అభిలంబ బలానికి దొర్లుడు ఘర్షణ, జారుడు ఘర్షణ కంటె తక్కువగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు స్టీలు, స్టీలుపై జారునప్పుడు ఉండే ఘర్షణ కంటే స్టీలు చక్రం, స్టీలు పట్టాపై దొర్లునప్పుడు ఉండే దొర్లుడు ఘర్షణ 1/100 రెట్లు తక్కువ. దొర్లుడు ఘర్షణ గుణకం యొక్క విలువలు స్టీలు-స్టీలుకు 0.006, రబ్బరు-కాంక్రీటుకు 0.02 నుండి 0.04 గా ఉండును.

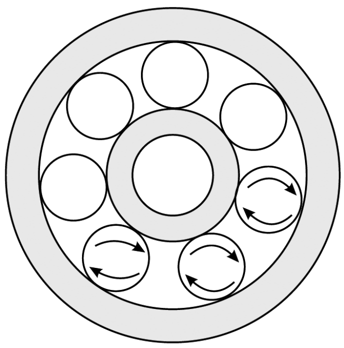
మీరు ఇప్పుడు కింద చూపబడిన కృత్యాన్ని చేయండి.

కృత్యం 4.1

టేబుల్‌పైన పెద్ద పుస్తకం కాని కొన్ని పుస్తకాలను కలిపి కాని ఉంచి దాన్ని వేళ్ళతో నెట్టుటకు ప్రయత్నించండి. తరవాత పుస్తకాల కింద మూడు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ పెన్సిళ్ళను ఉంచి తిరిగి నెట్టటానికి ప్రయత్నించండి. ఏ సందర్భంలో పుస్తకాల్ని కదుల్చుటకు తక్కువ బలం అవసరం? ఈ పరిశీలన నుండి మీరు ఏమి నిర్ణయిస్తారు?

4.6.3 ఘర్షణను తగ్గించే పద్ధతులు

మానవ జాతి కనుగొన్న గొప్ప సాధనాల్లో చక్రం ఒకటి ఎందుకంటె వస్తువులు జారుట కంటె దొర్లడం సులభం ఈ కారణంవల్ల యంత్రంలో ఘర్షణను తగ్గించుటకు బాల్ బేరింగ్‌లను వాడతారు. బాల్‌బేరింగ్‌ల్లో, స్టీలు గోళాలను రెండు సహాక్ష స్థూపాల మధ్య పటం 4.7 లో చూపిన విధంగా అమరుస్తారు. సాధారణంగా ఒక స్థూపం మరొక స్థూపం దృష్ట్యా తిరిగేటట్లుగా చేస్తారు. దీనివల్ల బంతులు దొర్లునప్పుడు వాటి మధ్య ఘర్షణ బలం దాదాపుగా ఉండదు. బాల్‌బేరింగులను అన్ని రకాల వాహనాల్లో, విద్యుత్ మోటార్లలో, ఫాన్‌ల వంటి ఇతర పరికరాల్లో వాడతారు.



పటం 4.7 : బాల్‌బేరింగ్‌లోని గోళాలు

గ్రీజు లేదా నూనె వంటి స్నేహకాలు స్పర్శించే తలాల మధ్య ఉంచిన ఘర్షణ బలం బాగా తగ్గుతుంది. బరువైన పెద్ద యంత్రాల్లో కదిలే యంత్ర భాగాల మధ్య నూనె ప్రవహించేట్టు చేయడం వల్ల ఘర్షణ బలం తగ్గుతుంది. మరియు ఉష్ణశక్తి వెలువడి యంత్రాలు పాడుకాకుండా ఉంటాయి. నిజానికి స్నేహకాలను వాడటంవల్ల వస్తువుల మధ్య ఉండే సహజమైన ఘర్షణ, ప్రవాహి ఘర్షణగా (fluid friction) మారుతుంది. ప్రవాహి ఘర్షణ, వస్తువుల మధ్య ఉండే సహజ ఘర్షణ కంటే తక్కువ.

శుద్ధిచేయబడి, సంపీడించబడిన గాలిని స్పర్శించే తలాల మధ్య పంపటం వల్ల కూడా ఘర్షణ బలం తగ్గుతుంది. మరియు దీనివల్ల కదిలే భాగాల మధ్య దుమ్ము మరియు ధూళి కణాలు కూడా చేరకుండా ఉంటాయి.

ప్రవాహి ఘర్షణ : వస్తువులు ద్రవాలలో కాని లేదా వాయువులలోకాని ప్రయాణించేటప్పుడు కూడా ఘర్షణకు లోనవుతాయి. ఉల్కలు భూ వాతావరణంలోకి ప్రవేశించినప్పుడు గాలి ఘర్షణవల్ల అవి వెలుగునిస్తాయి. ఘన పదార్థాల మధ్య ఉండే ఘర్షణ వస్తువుల యొక్క ఆకారంపైన ఆధారపడదు కాని ప్రవాహి ఘర్షణ వస్తువుల యొక్క ఆకారంపైన ఆధారపడుతుంది. ఈ కారణంవల్ల చేపలకు ప్రత్యేకమైన ఆకారం ఉంటుంది. అదే విధంగా అధిక వేగాలతో ప్రయాణించే విమానాలకు, వాహనాలకు చేపనుపోలే ఆకారం ఉంటుంది. ఈ ఆకారాన్ని స్ట్రీమ్‌లైన్ (stream-line) ఆకారం అంటారు. ప్రవాహి ఘర్షణ, వస్తువు వేగం పెరుగుదలతోపాటు వేగంగా పెరుగుతుంది. ఒక వేళ కారు ఎక్కువ వేగంతో వెళుతున్నట్లయితే, పెరిగిన ప్రవాహి (గాలి) ఘర్షణను అధిగమించడానికి ఎక్కువ ఇంధనం ఖర్చు చేయాల్సి వస్తుంది. అందువల్ల కారు వేగం 40-45 kmph మధ్య ఉన్న దాని యొక్క దక్షత ఎక్కువగా ఉండునని కారు తయారీదారులు సూచిస్తారు.

4.7 స్వేచ్ఛా వస్తు పటం పద్ధతి (Free body diagram technique)

యాంత్రిక శాస్త్రంలో న్యూటన్ గమన నియమాలను అనువర్తించి వస్తువుల యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటాలు గీసి ఫలితాలు రాబట్టటం చాలా సులభం. ఇచ్చిన సందర్భంలో వస్తువుపై పనిచేసే అన్ని బలాలను చూపు పటాన్ని స్వేచ్ఛా వస్తు పటం (Free Body Diagram (FBD)) అంటారు. స్వేచ్ఛా వస్తు పటం గీయడానికి కింది పద్ధతిని పాటించాలి.

1. ఇచ్చిన వివరణ ప్రకారంగా వ్యవస్థ యొక్క చక్కని పటాన్ని గీయాలి.
2. కావలసిన వస్తువును వియుక్తంగా తీసుకోవాలి. ఈ వస్తువును స్వేచ్ఛా వస్తువు అంటారు.
3. ఈ స్వేచ్ఛా వస్తువుపై పనిచేసే బాహ్యబలాలన్నింటిని తీసుకుని, వాటి చర్య దిశను స్పష్టంగా చూపిస్తూ బాణపు గుర్తులు స్వేచ్ఛా వస్తువును తాకునట్లుగా గీయాలి.
4. ఇప్పుడు న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం $\Sigma F = ma$ ని అనువర్తించాలి.

   (లేదా $\Sigma F_x = m\ a_x$ మరియు $\Sigma F_y = m\ a_y$)

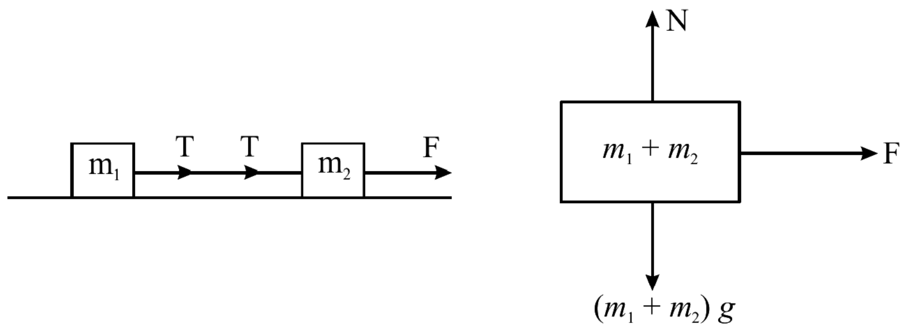
గుర్తుంచుకోవలసినవి

(i) వస్తువు గమన దిశలో నికర బలం పనిచేయాలి.

(ii) సమస్య యొక్క పూర్తి సాధన కొరకు తెలియని భౌతికరాశుల సంఖ్యకు సమానమైన సంఖ్యలో స్వతంత్ర సమీకరణాలు ఉండాలి.

ఉదాహరణ 4.9

m_1 మరియు m_2 ద్రవ్యరాశులు గల రెండు దిమ్మెలను ఒక తేలికైన తాడు సహాయంతో కట్టి వాటిని ఘర్షణరహిత తలంపై ఉంచారు. m_2 ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె క్షితిజ సమాంతర బలం F తో లాగబడింది. అయితే దిమ్మెల యొక్క త్వరణం ఎంత? మరియు దిమ్మెలను కలిపిన తాడులో ఏర్పడే తన్యత ఎంత? (తాడు క్షితిజ సమాంతరంగా ఉన్నదనుకోండి)



పటం 4.8 రెండు వస్తువులు తాడుతో కట్టబడి ఉన్నప్పుడు స్వేచ్ఛా వస్తు పటం

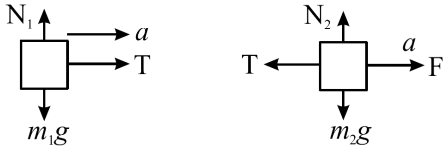
సాధన:

పటం 4.8 నుండి F దిశలో దిమ్మెల్లో ఏర్పడిన త్వరణం a మరియు తాడులో తన్యత T అనుకోండి. m_1 మరియు m_2 ద్రవ్యరాశులు కలిగిన వ్యవస్థ యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తుపటంపై సూత్రం $\Sigma F = ma$ అనువర్తించగా,

$$N - (m_1 + m_2)\, g = 0$$

మరియు $$F = (m_1 + m_2)\, a$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2} \qquad (4.12)$$



పటం 4.9

m_1 యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటానికి సూత్రం $\Sigma F = ma$ ను రాయగా

$N_1 - m_1 g = 0$ మరియు $T = m_1 a$ మనకు వచ్చును.

$$T = m_1\left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right)$$

(లేదా) $$T = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)F \qquad (4.13)$$

ఇప్పుడు సూత్రం $\Sigma F = ma$ ను మరోసారి m_2 యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటానికి అనువర్తించి త్వరణం a మరియు తన్యత T లకు అవే సమాసాలు పొంద వచ్చునో లేదో చూడండి.

ఉదాహరణ 4.10

m_1 మరియు m_2 ద్రవ్యరాశులు గల వస్తువులను ($m_1 > m_2$) సాగదీయుటకు వీలు లేని ఒక తేలికైన తాడు చివర కట్టి, తాడును ఘర్షణ రహిత కప్పీ మీదుగా అమర్చినారు. వస్తువులను స్వేచ్ఛగా వదిలినప్పుడు వాటి యొక్క త్వరణాలను, తాడులో తన్యతను కనుక్కోండి.

సాధన:

m_1 యొక్క త్వరణం a కింది దిశలోను మరియు m_2 యొక్క త్వరణం a పై దిశలోను అనుకోండి (ఎందుకు?) వస్తువులను కలిపే తాడులో తన్యత T అనుకోండి.

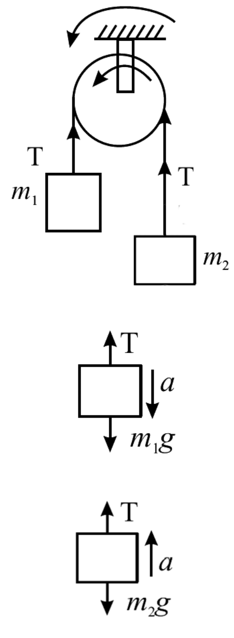
m_1 మరియు m_2 వస్తువులపై $\Sigma F = ma$ సమీకరణం అనువర్తించగా

$$m_1 g - T = m_1 a \qquad \ldots (1)$$

$$T - m_2 g = m_2 a \qquad \ldots (2)$$

(1) మరియు (2) సమీకరణాలను సాధించగా a మరియు T విలువలు వచ్చును.

$$a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)g \qquad (4.14)$$



పటం 4.10

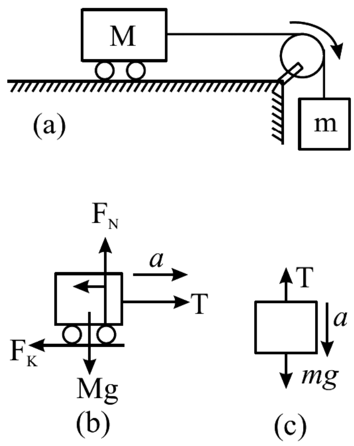
$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)a \qquad (4.15)$$

ఈ స్థితిలో అధికమైన అనియత విలువలకు (అనగా m_1 మరియు m_2) వచ్చు ఊహాత్మక ఫలితాన్ని సరిచూసుకోవచ్చు. $m_1 = m_2$ లేదా $m_1 >> m_2$ గా తీసుకొని $a > T$ యొక్క విలువలు ఊహించినట్లగా వచ్చునో, రావో చూడండి.

ఉదాహరణ 4.11

ద్రవ్యరాశి M = 10 kg గల ట్రాలీ అనునది ద్రవ్యరాశి m = 2 kg గల దిమ్మెకు ద్రవ్యరాశి రహిత సాగదీయుటకు వీలులేని తాడు సహాయంతో కట్టి తాడును పటంలో చూపిన విధంగా (4.11) తేలికైన ఘర్షణ రహిత కప్పీ మీదుగా వదిలినారు. ట్రాలీకు మరియు తలానికి మధ్య గల గతిక ఘర్షణ గుణకం $\mu_k = 0.02$ అయితే (a) ట్రాలీ యొక్క త్వరణం (b) తాడులో తన్యతను కనుక్కోండి.

సాధన:



పటం 4.11

పటం 4.11 (b), (c) లు వరసగా ట్రాలీ మరియు దిమ్మె యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటాలు. a అనేది దిమ్మె మరియు ట్రాలీ యొక్క త్వరణం అయితే,

ట్రాలీ $F_N = Mg$ మరియు

$T - f_k = Ma$ ఇక్కడ $f_k = \mu_k N = \mu_k Mg$

కాబట్టి, $T - \mu_k Mg = Ma \qquad (1)$

దిమ్మె, $mg - T = ma \qquad (2)$

(1) మరియు (2) సమీకరణాలను కలపగా

$mg - \mu_k Mg = (M + m)\, a$

లేదా

$$a = \frac{mg - \mu_k Mg}{M + m} = \frac{(2kg)(9.8\,ms^{-2}) - (0.02)(10kg)(9.8\,ms^{-2})}{(10+2)kg}$$

$$a = \frac{19.6\,kg\,ms^{-2} - 1.96\,kg\,ms^{-2}}{12\,kg} = 1.47\,ms^{-2}$$

కాబట్టి, $a = 1.47\ ms^{-2}$

సమీకరణం (2) నుండి $T = mg - ma = m\,(g - a)$

$T = 2\ kg\ (9.8\ ms^{-2} - 1.47\ ms^{-2})$

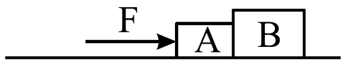
$= 2\ kg\ (8.33\ ms^{-2})$

$T = 16.66\ N$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 4.4

1. m ద్రవ్యరాశిగల దిమ్మె θ వాలుకోణం కలిగిన గరుకు వాలుతలంపై ఉన్నది. దిమ్మెపై పనిచేసే వేరు వేరు బలాలను పటంలో చూపించండి.

2. 2 kg మరియు 3 kg ద్రవ్యరాశులు గల A మరియు B రెండు దిమ్మెలు ఘర్షణరహిత క్షితిజ సమాంతర తలంపై స్పర్శలో ఉన్నాయి. వీటిపై 100 N బలం పటంలో చూపిన విధంగా పనిచేస్తున్నది. అయిన A దిమ్మె B దిమ్మెపై పనిచేసే బలాన్ని కనుక్కోండి.



పటం 4.12

3. 5 kg ద్రవ్యరాశిగల వస్తువును ఒక తాడు నుండి వేలాడదీసారు. తాడును

   (a) 2 ms^{-1} వేగంతో పైకి లాగిన (b) 2 ms^{-2}త్వరణంతో పైకి లాగిన తాడులో తన్యత ఎంత?

4.8 జడత్వ మరియు అజడత్వ నిర్దేశక చట్రాల ప్రాథమిక భావనలు

సరళరేఖా మార్గంలో (ఏక మితీయ) ఉన్న వస్తువు యొక్క గమనాన్ని తెలుసుకొనుటకు ఆధార బిందువు (మూల బిందువు) ఒకటి సరిపోతుంది. కాని, ద్వి మితీయ మరియు త్రి మితీయ అక్షాల్లో గమనాన్ని తీసుకున్నప్పుడు, అంతరాళంలో బిందువు యొక్క స్థానాన్ని తెలియచేయటానికి నిర్దేశక రేఖల సమూహాలను ఉపయోగించాల్సి వస్తుంది. ఈ రేఖా సమూహాన్ని నిర్దేశక చట్రాలు అంటారు.

ప్రతి వస్తువు యొక్క గమనాన్ని పరిశీలకుడు వివరించగలడు. పరిశీలకుడి యొక్క గమన స్థితి ఆధారంగా వస్తువు యొక్క గమన వివరణ కూడా మారుతుంది. ఉదాహరణకు రైల్వే స్టేషన్‌లో ప్లాట్‌ఫాం పైన నిశ్చల స్థితిలో ఒక పెట్టె ఉన్నదనుకుందాం. ప్లాట్‌ఫాంపైన నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న పరిశీలకుడు ఆ పెట్టె నిశ్చల స్థితిలో ఉన్నట్లుగా గమనిస్తాడు. కాని రైలు $\overline{v}$ స్థిర వేగంతో కదులుతున్నప్పుడు దానిలో ఉన్న పరిశీలకుడు ఆ పెట్టె $-\overline{v}$ వేగంతో ప్రయాణిస్తున్నట్లుగా గమనిస్తాడు. ఒక వేళ రైలు త్వరణం $\overline{a}$ తో కదులుతుంటే పెట్టె యొక్క గమన వివరణ ఎలా ఉంటుంది? అప్పుడు ఆ రైలులో ఉన్న పరిశీలకుడికి పెట్టె త్వరణంతో ($-\overline{a}$) కదులుతున్నట్లుగా కనుగొంటాడు. కాని ఈ పరిశీలన పరిశీలకుడి పరంగా మొదటి గమన నియమాన్ని పాటించడంలేదని తెలుస్తుంది.

కాబట్టి, వస్తువు యొక్క గమనాన్ని వర్ణించడానికి నిర్దేశక చట్రాన్ని పరిశీలకుడితో పాటు ఉంచాలి. వస్తువు దృష్ట్యా మరొక నిర్దేశక చట్రం దృష్ట్యా నిర్దేశక చట్రం నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న లేదా రుజుమార్గంలో సమవేగంతో వెళుతున్నా ఆ నిర్దేశక చట్రంలో జడత్వ నియమం సరిపడుతుంది. ఇటువంటి నిర్దేశిక చట్రాన్ని జడత్వ నిర్దేశక చట్రం అంటారు. మరొక వైపు పరిశీలకుడు ఉన్న నిర్దేశక చట్రం త్వరణంతో ఉంటే అప్పుడు ఆ నిర్దేశక చట్రాన్ని అజడత్వ నిర్దేశక చట్రం అంటారు.

అజడత్వ నిర్దేశక చట్రంలో m ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు ($\overline{a}$) త్వరణంతో గమనంలో ఉన్నప్పుడు, ఆ వస్తువుపై మిధ్యా బలం $m\overline{a}$ తీసుకొని న్యూటన్ రెండవ గమన నియమాన్ని అనువర్తించవచ్చు. వస్తువు భ్రమణ చలనంలో ఉన్నప్పుడు ఇదే మిధ్యా బలంను అపకేంద్ర బలంగా తీసుకుంటారు.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 4.5

1. సగం నీటితో నింపబడిన గ్లాసును రైలులో క్షితిజ సమాంతర టేబుల్‌పై ఉంచారు రైలు గమనం ప్రారంభించినప్పుడు గ్లాసులోని నీటి ఉపరితలం క్షితిజ సమాంతరంగానే ఉంటుందా?

2. వృత్తాకార మార్గంలో కారు ప్రయాణించినప్పుడు, మార్గం వెలుపలకు జారుతుంది. కారులో కూర్చుని ఉన్న ప్రయాణీకుడు ఈ కారు గమనాన్ని ఎలా వివరించగలడు? కారు వెలుపల రోడ్డుపైన ఉన్న పరిశీలకుడు ఈ సంఘటనను ఎలా వివరించగలడు?

3. అప కేంద్ర యంత్రంలో నీటితో కూడిన ద్రావకాన్ని $2\pi \times 10^3$ రేడియన్/సెకన్ కోణీయ వేగంతో భ్రమణం చెందించారు. దీనిలో 6×10^{-10} kg ద్రవ్యరాశి గల కణం భ్రమణాక్షం నుండి 4 cm దూరంలో ఉన్న ఆ కణంపై పనిచేసే మొత్తం అపకేంద్ర బలం ఎంత?

4. భూమి ఎంత కోణీయ వేగంతో భ్రమణంచేసినప్పుడు భూమిపై ఉన్న వస్తువులు అపకేంద్ర బలంవల్ల ఉపరితలం నుండి ఎగిరిపోతాయి? $g = 10\ ms^{-2}$ గా తీసుకోండి.

5. 2 kg ద్రవ్యరాశిగల కలిగి స్వేచ్ఛగా పడుతున్న వస్తువుకు ఆపాదించిన నిర్దేశక చట్రం దృష్ట్యా వస్తువుపై పనిచేసే జడత్వ బలం యొక్క దిశ మరియు పరిమాణం ఎంత?

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువు మరియు రుజుమార్గంలో సమవేగంతో వెళుతున్న వస్తువు తమ స్థితిలో మార్పును వ్యతిరేకించే ధర్మమే జడత్వం.
- న్యూటన్ మొదటి గమన నియమం ప్రకారం, బాహ్యబలం ప్రయోగించనంత వరకు నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువు నిశ్చలస్థితిలోనూ, రుజుమార్గంలో సమ వేగంతో వెళుతున్న వస్తువు అదే మార్గంలో, అదే వేగంతోను ప్రయాణిస్తుంది.
- m ద్రవ్యరాశి గల ఒక కణం $\overline{v}$, వేగంతో ప్రయాణించినప్పుడు దాని ద్రవ్యవేగ '$\overline{p}$' సదిశను $\overline{p} = m\overline{v}$ గా నిర్వచిస్తాం.
- న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం నుండి స్థిరమైన ద్రవ్యరాశి గల వస్తువులో ఏర్పడిన త్వరణం నికర బాహ్య బలానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. $\overline{F} = m\overline{a}$.
- న్యూటన్ మూడవ గమన నియమం ప్రకారం, A మరియు B వస్తువులు అన్యోన్యచర్య జరిపినప్పుడు A వస్తువు B వస్తువుపై ప్రయోగించిన బలం, B వస్తువు A వస్తువుపై ప్రయోగించిన బలానికి సమానంగా ఉంటూ, దిశలో వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది.

- ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం ప్రకారం, ఒక వ్యవస్థపై బాహ్యబలాల ప్రభావం లేకపోతే, వ్యవస్థలోని కణాల మధ్య ఎలాంటి బలాలు ఉన్నప్పటికీ వ్యవస్థ యొక్క ఫలిత ద్రవ్యవేగం స్థిరంగా ఉంటుంది.
- ఒక వస్తువు మరొక వస్తువు తలంపై జారుటకు లేదా దొర్లుటకు ప్రయత్నించినప్పుడు ఆ వస్తువుపై పనిచేసే బలాన్ని ఘర్షణ బలం అంటారు. ఘర్షణ బలం ఎప్పుడూ స్పర్శిస్తున్న తలాలకు సమాంతరంగా ఉంటూ వస్తువు యొక్క గమన దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తుంది.
- వస్తువుకు మరియు అది ఉంచబడిన తలానికి మధ్యగల గరిష్ఠ స్థైతిక ఘర్షణ బలం ($f_s^{(\max)}$) వస్తువుపై పనిచేసే అభిలంబ బలం F_N కు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. ఈ గరిష్ఠబలం వస్తువు తలంపై జారుటకు సిద్ధంగా ఉన్నప్పుడు ఏర్పడుతుంది.
- ఒక తలంపై వస్తువు జారునప్పుడు గతిక ఘర్షణ బలం (f_k) యొక్క పరిమాణం $f_k = \mu_k f_N$. ఇక్కడ μ_k అనేది స్పర్శిస్తున్న తలాల మధ్యగల గతిక ఘర్షణ గుణకం.
- దొర్లుడు ఘర్షణ గతిక ఘర్షణ కంటె తక్కువ కావటం వల్ల రోలర్స్ ను (wheels), బాల్‌బేరింగ్‌లను వాడటంవల్ల ఘర్షణ తగ్గుతుంది మరియు శక్తి నష్టం కూడా తగ్గుతుంది.
- న్యూటన్ గమన నియమాలను జడత్వ నిర్దేశక చట్రంలో మాత్రమే అనువర్తించగలం. ఏ నిర్దేశక చట్రంలో వియుక్త వస్తువు యొక్క త్వరణం శూన్యం అవుతుందో ఆ చట్రమే జడత్వ నిర్దేశక చట్రం.
- వస్తువు స్థైతిక సమతాస్థితిలో ఉండాలంటే దానిపై పనిచేసే అన్ని సదిశా బలాల ఫలితం శూన్యం కావాలి. అయితే ఈ నియమం బిందురూప వస్తువులకు మాత్రమే వర్తిస్తుంది.

ముగింపు అభ్యాసం

1. కింది వాటిలో ఏవి ఎప్పుడూ వస్తువుపై పనిచేసే నికర బలం దిశలోనే ఉంటాయి?

   (a) స్థానభ్రంశం (b) వేగం

   (c) త్వరణం (d) ద్రవ్యవేగంలో మార్పు.

2. వస్తువుపై స్థిర నికర బలం పనిచేసినప్పుడు, కింది వాటిలో ఏవి మారవు?

   (a) స్థానం (b) వడి

   (c) వేగం (d) త్వరణం

   మీ సమాధానాన్ని ఉదాహరణతో సమర్థించండి.

3. 0.5 kg ద్రవ్యరాశి గల బంతి భూమిని 4 s కాలంలో చేరునట్లుగా కొంత ఎత్తు నుండి స్వేచ్ఛగా వదిలితే, బంతి ద్రవ్యవేగంలో మార్పుని లెక్కించండి.

4. 2 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువుపై కింది విధంగా బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు ఏ సందర్భంలో ద్రవ్యవేగంలో మార్పు గరిష్ఠంగా ఉంటుంది?

   (a) 10 N బలం వస్తువుపై 1 s కాలం పనిచేసిన

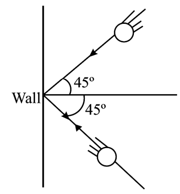
   (b) 10 N బలం వస్తువుపై 1 m దూరం పనిచేసిన

5. 0.2 kg ద్రవ్యరాశి గల బంతి గాలిలో 6 ms^{-2}. త్వరణంతో పడుతున్నది. అయిన వస్తువుపై గాలి వల్ల కలిగిన నిరోధ బలాన్ని కనుక్కోండి.

6. 20 kg ద్రవ్యరాశి గల భారాన్ని తాడు సహాయంతో స్థిర త్వరణంతో పైకి తీసుకు వెళ్ళారు. భారం 2 s కాలంలో 5 m ఎత్తుకు వెళుతుంది. తాడులో గల తన్యతను కనుక్కోండి.

7. రాకెట్ ద్రవ్యరాశి 'm' కాలంతో పాటు మారుతుంది. రాకెట్ విషయంలో న్యూటన్ నియమానికి గణిత రూపాన్ని రాసి, భౌతిక ప్రాధాన్యతను వివరించండి.

8. 0.1 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక బంతి 10 ms^{-1} వడితో ప్రయాణిస్తూ గోడను పటంలో చూపిన విధంగా తాకి తిరిగి అదే వడితో అపవర్తనం చెందింది. అయితే బంతి యొక్క ద్రవ్యవేగ పరిమాణంలో మార్పు ఎంత?



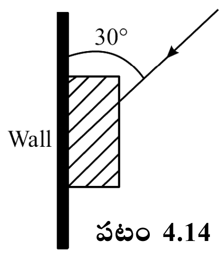
పటం 4.13

9. ఒక మెషీన్ గన్ నిమిషానికి 150 బుల్లెట్లను పేల్చుతుంది. బుల్లెట్ యొక్క వేగం 900 ms^{-1} అయితే మెషీన్ గన్ యొక్క ప్రత్యవర్తక వేగం ఎంత? బుల్లెట్ ద్రవ్యరాశి 12 g.

10. వేగంగా వెళ్ళే బంతిని పట్టుకొనేప్పుడు, చేతులను ఎందుకు వెనకకు లాగుతారో వివరించండి.

11. 2 kg ద్రవ్యరాశి గల నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న వస్తువుపై 20 N స్థిరబలం 2 s కాలం పాటు ప్రయోగించారు. అయిన (a) వస్తువు కదిలిన కాలం 1 s తరవాత (b) వస్తువు కదిలిన కాలం 3 s తరవాత వస్తువు యొక్క వేగాన్ని కనుక్కోండి.

12. పటంలో చూపిన విధంగా దిమ్మెపై పనిచేసే బలం, దిమ్మెను గోడ నుండి కిందకు జారకుండా ఏవిధంగా ఉంచగలుగుతుంది?



పటం 4.14

13. 1.2 kg ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె క్షితిజ సమాంతర తలంపై నిశ్చల స్థితిలో ఉంది. దిమ్మెకు తలానికి మధ్య స్థైతిక ఘర్షణ గుణకం 0.5. కింద తెలపబడిన బాహ్య బలాలు వస్తువు పై క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయోగింపబడినప్పుడు వస్తువు పై పనిచేసే ఘర్షణ బలం పరిమాణం మరియు దిశను కనుక్కోండి.

   (a) 0 N (b) 4.9 N (c) 9.8 N

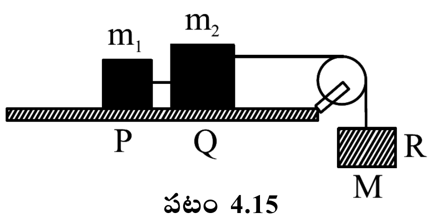
14. దిమ్మె ఒక తలంపై ఉన్నప్పుడు గరిష్ఠ స్థైతిక ఘర్షణ బలం 10 N. నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న ఆ దిమ్మెపై క్షితిజ సమాంతరంగా 5 N బాహ్య బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు దిమ్మెపై గల ఘర్షణ బలంను కనుక్కోండి.

15. 30^0 వాలు కోణం గల వాలు తలంపై 5 kg ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె ఉన్నది. దిమ్మెకు వాలు తలానికి మధ్యగల స్థైతిక ఘర్షణ గుణకం 0.25 అయితే దిమ్మెను నిశ్చలస్థితిలో ఉంచడానికి ఎంత కనిష్ఠ బలం (F) అవసరం అవుతుంది? ($g = 10\ ms^{-2}$)

16. P మరియు Q అనే రెండు దిమ్మెల ద్రవ్యరాశులు వరసగా $m_1 = 2$ kg మరియు $m_2 = 3$ kg. ఇవి పరస్పరం స్పర్శలో ఉంటూ ఘర్షణరహిత క్షితిజ సమాంతర తలంపై ఉన్నాయి. P దిమ్మెపై F = 10 N బాహ్యబలం క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయోగిస్తే,

(a) దిమ్మెల త్వరణాన్ని (b) P దిమ్మె Q దిమ్మెపై ప్రయోగించే బలాన్ని కనుక్కోండి.

17. P మరియు Q దిమ్మెల యొక్క ద్రవ్యరాశులు $m_1 = 2$kg మరియు $m_2 = 4$ kg వీటిని పటం 4.15లో చూపిన విధంగా మరొక దిమ్మె R ద్రవ్యరాశి Mకు కలిపి ఉంచారు. M యొక్క ఎంత గరిష్ఠ విలువకు వ్యవస్థ సమతాస్థితిలో ఉంటుంది? ఇక్కడ P మరియు Q దిమ్మెలపై పనిచేసే ఘర్షణ బలం వాటి అభిలంబ బలానికి సగం ఉంటుంది



పటం 4.15

18. 37^0 వాలు కోణం కలిగిన వాలు తలంపైకి 2 kg ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మెను 20 ms^{-1} వేగంతో తోసారు. అయిన దిమ్మె వాలు తలంపై నిశ్చలస్థితి వచ్చేలోగా ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది? దిమ్మెకు మరియు వాలు తలానికి మధ్యగల గతిక ఘర్షణ గుణకం $g = 10\ ms^{-2}$, $\sin 37° = 0.6$, $\cos 37° = 0.8$. గా తీసుకోండి.

19. కణం రేఖీయ ద్రవ్యవేగం $p = at + b$ అని ఇవ్వబడింది. ఇక్కడ a, b లు ధనాత్మక స్థిరాంకాలు, t-కాలం అయితే కణంపై పనిచేసే బలం ఎంత?

20. నునుపైన సమాంతర తలంపై 10 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే దిమ్మె A ను ఉంచారు. దీనిపై 5 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే దిమ్మె Bను ఉంచారు. రెండు దిమ్మెల మధ్య ఘర్షణ గుణకం 0.2. పటం 4.16లో చూపిన విధంగా 20 N ల క్షితిజ సమాంతర బలాన్ని కింది దిమ్మెపై ప్రయోగించారు. అయితే దిమ్మెల మధ్య పనిచేసే ఘర్షణ బలం ఎంత? ($g = 10\ ms^{-2}$). [$F = (m_1 + m_2)\ a$]

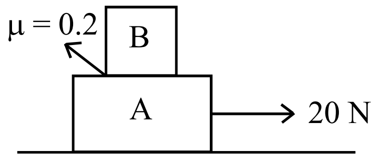
21. 60 kg ద్రవ్యరాశిని కలిగిన వ్యక్తి లిఫ్ట్‌లోని వేయింగ్ మిషన్‌పై నిల్చొని ఉన్నాడు. కింది సందర్భాల్లో అది చూపే భారం రీడింగ్‌లు ఎంత?

(a) లిఫ్ట్ 1.2 ms^{-2} త్వరణంతో పైకి వెళ్తున్నప్పుడు

(b) 1.2 ms^{-2} త్వరణంతో లిఫ్ట్ కిందికి వెళ్తున్నప్పుడు

(c) 5 ms^{-1} సమవేగంతో లిఫ్ట్ పైకి వెళ్తున్నప్పుడు

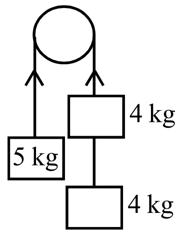
(d) లిఫ్ట్ స్వేచ్ఛగా పడిపోతున్నప్పుడు



పటం 4.16

22. 3 kg, 4 kg ద్రవ్యరాశులతో ఉండే రెండు దిమ్మెలను తేలికైన తీగ చివరలకు కట్టి, ఘర్షణ లేని కప్పీ ద్వారా వేలాడదీశారు. వ్యవస్థ త్వరణం, తీగలోని తన్యతలను కనుక్కోండి. ($g = 10\ ms^{-2}$)

23. నునుపైన తలాన్ని కలిగిన ఒక స్థిర కప్పీపై తేలికైన తీగ రెండు చివరల 5 kg, 4 kg దిమ్మెలను కట్టి వేలాడదీసారు. మరొక తేలికైన తీగతో మరో 4 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే దిమ్మెను పటంలో చూపిన విధంగా 4 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే దిమ్మెకు వేలాడదీసి, వ్యవస్థను నిశ్చల స్థితి నుంచి వదిలివేస్తే, ఉమ్మడి త్వరణం ఎంత? ($g = 10\ ms^{-2}$)



పటం 4.17

24. ఇద్దరు వ్యక్తులు ఒక తాడును ఇరువైపులా F. బలంతో లాగితే తాడులోని తన్యత ఎంత?

25. సైకిల్ బ్రేక్ పనితీరులో ఘర్షణ పాత్రను వివరించండి. ఒకవేళ సైకిల్ రిమ్‌పై కొన్ని చుక్కల నూనెను వేస్తే ఏమౌతుంది?

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

4.1

1. లేదు. అన్ని సందర్భాల్లో నిజం కాదు. వృత్తాకార చలనంలో బలం చలనం(వేగం) దిశకు లంబంగా పనిచేస్తుంది.
2. జడత్వ ద్రవ్యరాశి.
3. అవును, ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో వలె ఉంటుంది.
4. బలం గమనాన్ని మార్చగలదు మరియు వస్తువు స్థితిని, ఆకారాన్ని మార్చగలదు.
5. సాపేక్షమైనవి
6. వస్తువుతో ముడిపడిన ఊహాత్మక నిరూపక వ్యవస్థ

4.2

1. $P = mv =$ స్థిరం

$mv =$ స్థిరం

$$v \propto \frac{1}{m}$$

తక్కువ ద్రవ్యరాశితో ఉండే వస్తువు వేగంగా కదులుతుంది.

2. (a) అవును, (b) లేదు.
3. $p = mv$: m దాని గమన దిశలో గురుత్వాకర్షణ బలం పనిచేయడంవల్ల, వస్తువు వేగం పెరిగి, ద్రవ్యవేగంలో మార్పు కలుగుతుంది.

4. $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} \quad \Rightarrow \Delta p = f \times \Delta t$

సందర్భం (b) లో ద్రవ్యవేగంలో మార్పు గరిష్ఠం. ఇక్కడ $F\Delta t$ లబ్ధం ద్రవ్యవేగంలో మార్పును ఇస్తుంది.

5. లేదు. వడి స్థిరంగా ఉన్నప్పటికీ, దిశ మారుతున్నందున వేగం మారుతుంది కాబట్టి ద్రవ్యవేగం స్థిరంగా ఉండదు.

4.3

1. హైజంపర్ భూమిని వదిలినప్పుడు, భూమిని ఎంత బలంతో కిందికి నెడతాడో అంతే బలం భూమి అతడిపై ప్రయోగించడంవల్ల పైకి ఎగురగలుగుతాడు. హైజంపర్ భూమిపై ప్రయోగించే బలం చర్య అయితే, భూమి అతడిపై ప్రయోగించిన బలం ప్రతిచర్య అవుతుంది.

2. (a) మనిషి ఎంత బలంతో ఫుట్‌బాల్‌ను తన్నాడో అది చర్య మరియు ఫుట్‌బాల్ మనిషిపై ఎంత బలాన్ని ప్రయోగిస్తుందో అది ప్రతిచర్య.

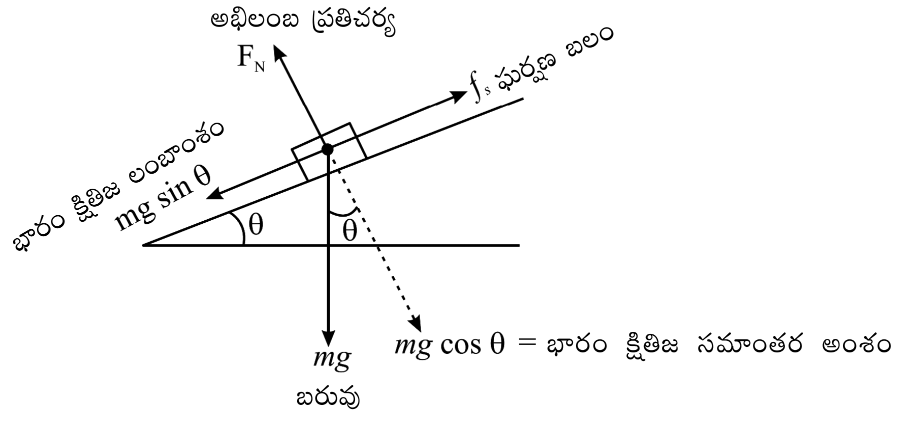
   (b) భూమి, చంద్రుడిని ఎంత బలంతో లాగుతుందో అది చర్య మరియు చంద్రుడు భూమిపై ఎంత బలాన్ని ప్రయోగిస్తుందో అది ప్రతిచర్య.

   (c) బంతి గోడపై కలగచేసే బలం చర్య, అప్పుడు గోడ బంతిపై కలగచేసే బలం ప్రతిచర్య.

3. లేదు. తెలపబడిన వాదన సరియైనది కాదు. వ్యక్తి బీరువాపై ప్రయోగించిన బలం బీరువాకు భూతలానికి మధ్యగల ఘర్షణ బలం కంటె అధికమైనప్పుడు బీరువా కదులుతుంది. వ్యక్తికి భూతలానికి మధ్య గల అధిక ఘర్షణ బలంవల్ల అతను వెనకకు కదలడు. మరియు ఒక వేళ తలం నునుపుగా ఉంటే ఆ వ్యక్తి బీరువాను ముందుకు నెట్టలేడు.

4.4

1.

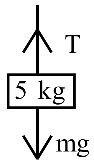


పటం 4.18

2. $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = \dfrac{100N}{(2+3)kg} = 20\,ms^{-2}$

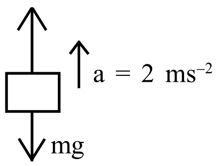
$F = m_1 a = 2 \times 20 = 40\ N$

3. (a)



$$T = mg = (5 \times 9.8)\ N$$
$$T = 49.0\ N$$

(b)



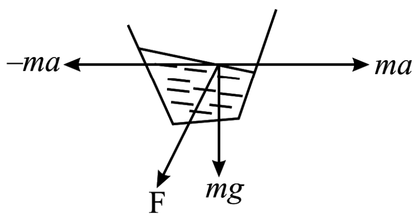
$$T - mg = ma$$
$$T = m\,(g + a)$$
$$= 5\ kg\ (9.8 + 2)$$
$$= 5\ (11.8)\ N$$
$$T = 59\ N$$

4.5

1. రైలు a త్వరణంతో కదిలింది అనుకొంటె, రైలుకు కలపబడిన నిర్దేశక చట్రం దృష్ట్యా నీటిపై పనిచేసే ఫలిత బలం

$$F = mg - ma$$

ఇక్కడ m అనేది గ్లాసు మరియు నీటి యొక్క ద్రవ్యరాశి.



పటం 4.19

పటం (4.19)లో చూపిన విధంగా నీటి ఉపరితలం ఫలిత బలం F కు లంబంగా ఉండే దిశలో కదులుతుంది.

2. కారులో కూర్చున్న వ్యక్తికి కారుపై అపకేంద్ర బలం $\left(\frac{-mv^2}{r}\right)$ పనిచేస్తున్నట్లుగా తెలుస్తుంది. వేగం v ఎక్కువగా ఉన్న r ఎక్కువగా ఉంటుంది. రోడ్డుపై నిల్చున్న వ్యక్తికి కారు వక్రమార్గంలో $\frac{mv^2}{r}$ అభికేంద్ర త్వరణంతో కదులునట్లుగా ఉంటుంది. ఇక్కడ కూడా v ఎక్కువగా ఉన్న వక్ర మార్గం యొక్క r కూడా ఎక్కువగా ఉండును.

3. కణంపై పనిచేసే నికర అపకేంద్ర బలం

$$F = m\omega^2 r = \left(6 \times 10^{-12}\,kg\right)\left(2\pi \times 10^{3}\,rad\,s^{-1}\right)^2 \times \left(0.04\,m\right)$$

$$= 9.6 \times 10^{-4}\ N.$$

4. వస్తువు భూ ఉపరితలం నుండి ఎగిరిపోవాలంటే అపకేంద్ర బలం (= అభికేంద్ర బలం) వస్తువు యొక్క భారానికి సమానంగా ఉండాలి.

భూమి వ్యాసార్ధం r అయిన $\frac{m\text{v}^2}{r} = mg \quad \Rightarrow \quad \text{v} = \sqrt{rg}$

కాని, $\text{v} = r\omega$ కాబట్టి $\omega = \text{v}/r$

కోణీయ వేగం $\omega = \frac{\sqrt{rg}}{r} = \sqrt{\frac{g}{r}}$

5. శూన్యం

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

1. (c)

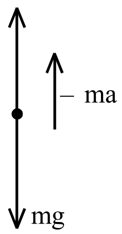
2. (d) ఒక వస్తువు మీద నికర బాహ్యబలం పనిచేస్తున్నంత వరకు త్వరణం పరిమాణం మరియు దిశలు స్థిరంగా ఉంటాయి.

3. v = u + at

v = 0 + (9.8) × 4 $\Rightarrow$ v = 40 ms^{-1}

$$\Delta P = m(\text{v} - u) = 0.5(4.0 - \text{v}) = 20\,\text{kg ms}^{-1}$$

4. 10 N బలం 1s కాలంతో పనిచేసిన, ద్రవ్యవేగంలో మార్పు గరిష్ఠం. ΔP = FΔt.

5. 

∴ గాలి వల్ల కలిగే నిరోధ బలం = mg – ma

= m (g – a)

= 0.2 kg (9.8 – 6) ms^{-2}

= 0.2 × 3.8 kg ms^{-2}

= 0.76 N

6. T = m (g + a)

s = ut + 1/2 at^2 నుండి

s = 0 + 1/2 × a × 2^2 $\Rightarrow$ 5 = 1/2 × a × 4

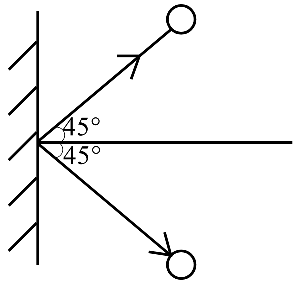
$$a = \frac{5}{2} = 2.5\,ms^{-2}$$

$$\therefore \quad T = 20\,kg(10 + 2.5)\,ms^{-2} = 20\,kg \times 12.5\,ms^{-2}$$

T = 250 kg ms^{-2}

7. $F = \frac{d}{dt}(mv)$. రాకెట్ ద్రవ్యరాశి మారుతుంది. కాబట్టి $F = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$.

8. u, v ల క్షితిజ సమాంతర అంశాలు సమానం. కాబట్టి వేగంలో మార్పు



$(\Delta v) = 2u\cos\theta$.

$\Delta P = m\,\Delta v$

$= 0.1 \times 2 \times 10 \times \cos 45°$

$\Delta P = 2\times\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,kg\,ms^{-1}$

9. $F = \left(\frac{mv}{t}\right)\times n = \frac{12\times10^{-3}kg\times900\,ms^{-1}\times150}{60\,s}$

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{12}}\times 9\times\cancel{15}\times10^{-3}\times10^{3}}{\underset{4}{\cancel{60}}} = 27N$$

10. ప్రచోదనం = బలం × కాలం

కాలం విలువను పెంచితే చేతులపై పనిచేసే బలాన్ని తగ్గించవచ్చు.

11. F = 20 N, m = 2 kg $a = F/m = \frac{20}{2} = 10\,ms^{-2}$

(a) $v = u + at \Rightarrow v = 0 + 10\times1 \Rightarrow v = 10\,m/s$

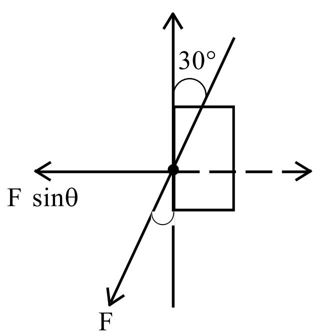
(b) బలం t = 2s మాత్రమే పనిచేస్తుంది. ఘర్షణ లేకపోతే 2 సెకన్ల తరువాత స్థిరవేగంతో చలిస్తుంది.

∴ t = 2 s తరువాత వేగం.

v = 0 + 10 × 2 = 20

∴ v = 20 m/s.

12.



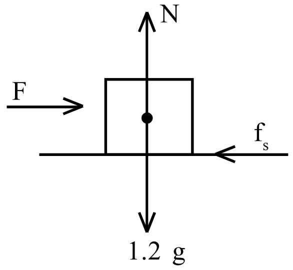
అభిలంబ ప్రతిచర్య N = F sin θ

ఘర్షణ బలం $F = \mu_s N$

$F = \mu_s F \sin\theta$

ఘర్షణ బలం (F), బరువు కంటే ఎక్కువైతే, దిమ్మె కిందికి జారదు.

13.



N = mg = 1.2 kg; g = 10 ms^{-2}

$\therefore$ N = 12 N ; $\mu_s = 0.5$

$f_s = \mu_s N$

$f_s = 0.5 \times 12 = 6$ N

(a) = 0 N

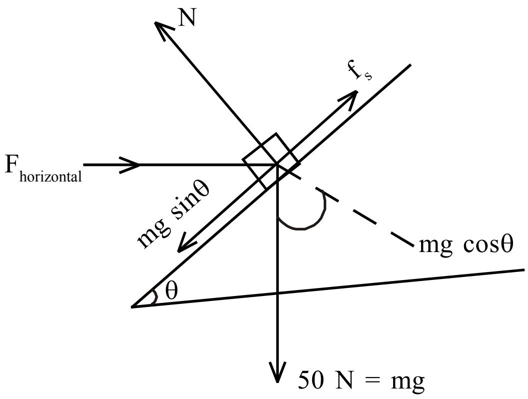
(b) $4.9N < 6N \Rightarrow$ ఘర్షణ $= 4.9N$

(c) 6 N కంటే 9.8 N ఎక్కువ. కాబట్టి గతిక ఘర్షణ $f_k = \mu_k$ N, ఇది స్థైతిక ఘర్షణ $f_s = \mu_s$ N కంటే తక్కువ.

14. $f_s = 10$ N, ప్రయోగించిన బలం (5 N) గరిష్ట ఘర్షణ బలం కంటే తక్కువ. కాబట్టి ఈ సందర్భంలో ఘర్షణ 5 N మాత్రమే.

15. అభిలంబ ప్రతిచర్య N = mg cosθ + F sinθ

ఘర్షణ బలం $f_s = \mu_s N = \mu_s(mg\cos\theta + F\sin\theta)$



$F\cos\theta = \mu_s(mg\cos\theta + F\sin\theta)$,

అయితే వస్తువు సమతాస్థితిలో ఉంటుంది.

$$F \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.25\left(50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + F \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\frac{\sqrt{3}F}{2} - \frac{F}{4\sqrt{2}} = 50 \times 0.25\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4\sqrt{2}}\right] = 25 \times 0.25 \times \sqrt{3}$$

$$F\left[\frac{1.732}{2} - \frac{0.25}{1.414}\right] = 625 \times 1.732 \times 10^{-2}$$

F [0.866 – 0.176] = 10.825

F (0.69) = 10.825

$$F = \frac{10.825}{0.69} = 15.6\,N$$

16. $$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{10}{5} = 2\,ms^{-2}$$

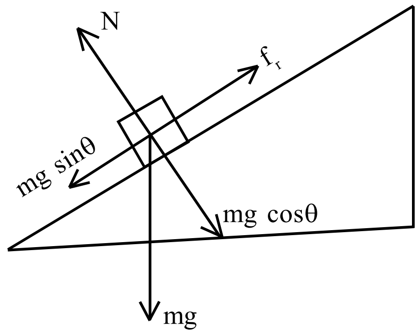
F = ma = 3 × 2 = 6 N

17. $6a = Mg$

$$f_{r_1} = \frac{m_1 g}{2} = \frac{20}{2} = 10\,N \qquad f_{r_2} = \frac{m_2 g}{2} = \frac{40}{2} = 20\,N$$

$$f_{r_1} + f_{r_2} = Mg \quad \Rightarrow \quad 30\,N = M \times 10 \quad \Rightarrow M = 3\,kg.$$

18. $a = m(\sin\theta + \mu\cos\theta)$



$$a = 10(\sin 37° + 0.5\cos 37°) = 10(0.6 + 0.5 \times 0.8)$$

$a = 10\ ms^{-2}$

$v^2 - u^2 = 2as$

$0 - (20)^2 = 2 \times 10 \times s$

$$s = \frac{400}{200} = 20\,m$$

19. $p = at + b$; $\quad F = \dfrac{dp}{dt} = a$

20. $f = (m_1 + m_2)a \quad \Rightarrow \quad 20 = 15a$

$$a = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}ms^{-2}$$

$$f_r = m_2 a = 5 \times \frac{4}{3} = 6.6\,N$$

21. (a) $W = m(g + a) = 60\,(9.8 + 1.2) = 60 \times 11 = 660\,N$

(b) $W = m(g - a) = 60(9.8 - 1.2) = 60(8.6) = 516\,N$

(c) $a = 0 \quad W = mg = 60 \times 9.8 = 588\,N$

(d) $W = m\,(g - a) = m\,(g - g) = 0.$

22. $$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)g = \left(\frac{4-3}{7}\right) \times 10 = 1.4\,ms^{-2}$$

$$T = \left(\frac{2\,m_1\,m_2}{m_1 + m_2}\right)g = \left(\frac{2 \times 3 \times 4}{7}\right) \times 10 = 34.2\,N$$

23. 5 kg దిమ్మెకు $T - 50 = 5a$

మిగతా రెండు దిమ్మెలకు $80 - T = 8a$

$$a = \frac{30}{13} = 2.4\,ms^{-2}$$

24. $T = F$.

25. రిమ్‌కి, బ్రేక్ బ్లేడుల మధ్య ఘర్షణ వల్ల సైకిల్‌కి బ్రేకులు వేస్తే ఆగుతుంది. రిమ్‌పై నూనె చుక్కలు వేస్తే రిమ్ నునుపుగా మారి ఘర్షణ తగ్గి, బ్రేకులు సరిగా పనిచేయవు.

5

పని, శక్తి మరియు సామర్థ్యం

పరిచయం

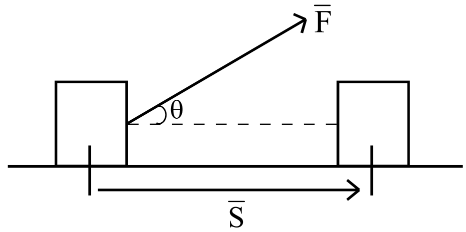
న్యూటన్ గమన నియమాలు 'బలం' అనే పదం చుట్టూ తిరుగుతాయి. బలం వస్తువుకు చలనాన్ని కలిగించడంతో పాటు, దాని ఆకార పరిమాణాల్లో మార్పును తెస్తుంది. ఈ అధ్యాయంలో మీరు పని, శక్తి భావనలను గురించి నేర్చుకొంటారు. మన నిజజీవితంలో పనిని ఎన్నో సందర్భాల్లో చేస్తుంటాం ఉదాహరణకు ఆఫీసులో టైపింగ్ పని, ఇంట్లో వంట పని మొదలగునవి. కాని ఈ పనులన్నీ భౌతికశాస్త్రం దృష్ట్యా పనులు కాక, విభిన్నమైనవి. పని చేసేందుకు శక్తి అవసరమని మీరు నిర్ధారణకు వస్తారు. పని అనే పదం బలం, స్థానభ్రంశం మరియు ఆ రెండు సదిశల మధ్య ఉండే కోణాలతో ముడిపడి ఉంటుంది. ప్రకృతిలో ఎన్నో రకాల శక్తులు ఉన్నాయని మనకు తెలుసు. ఉదాహరణకు సౌరశక్తి, పవనశక్తి, భూగర్భ ఉష్ణశక్తి మొదలగునవి. శక్తి, పనులు పరస్పరం మార్పిడికి గురయ్యే పదాలే కాక, ఒకానొక సందర్భంలో సర్వసమానాలు. నిర్ణీత సమయంలో వినియోగించిన శక్తిని లేదా చేసిన పనిని సామర్థ్యం (power) అంటారు.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరవాత మీరు కింది విషయాలు తెలుసుకుంటారు.

- బలం వల్ల జరిగిన పనిని నిర్వచించటం, మరియు పనికి ప్రమాణం తెలపడం.
- బాహ్యబల ప్రయోగంవల్ల జరిగిన పనిని లెక్కించడం.
- పని-శక్తి సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించడం.
- ఒక వ్యవస్థ సామర్థ్యం నిర్వచించడం.
- కొంత ద్రవ్యరాశి ఒక బిందువు నుండి మరొక బిందువుకు కదిలినప్పుడు గురుత్వాకర్షణ వల్ల జరిగిన పనిని గణించడం.
- శక్తి యొక్క అర్థాన్ని వివరించడం.
- గురుత్వ స్థితిశక్తికి మరియు స్థితిస్థాపక స్థితిశక్తులకు సమాసాలు ఉత్పాదించడం.
- భౌతిక వ్యవస్థలకు, శక్తినిత్యత్వ నియమాన్ని అనువర్తించడం
- స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలకు శక్తి నిత్యత్వ నియమాన్ని మరియు ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని అనువర్తించడం.

5.1 పని



పటం 5.1 : ఒక దిమ్మెపై గల బలం $\bar{F}$ దానిని $\bar{S}$ క్షితిజ సమాంతర దూరం కదిలించింది. బల దిశ క్షితిజ సమాంతర దిశతో కోణం చేస్తున్నది

వేరు వేరు వ్యక్తులకు పని అనే పదం వేరు వేరు అర్థాలను కలిగి ఉంటుంది. మీరు చదువుతూ ఉంటే మానసికంగా పనిచేస్తారు. ఒక కార్మికుడు బస్తాను, తలపై మోస్తూ దూరంగా తీసుకొని వెడుతుంటే అతను గురుత్వ బలానికి వ్యతిరేకంగా శారీరక పనిచేస్తాడు. కాని విజ్ఞానశాస్త్ర పరంగా పనికి ఒక ప్రత్యేక అర్థం ఉంది. పని యొక్క సాంకేతిక అర్థం ఎల్లప్పుడూ సాధారణ అర్థం లాగ ఉండదు. పనిని కింది విధంగా నిర్వచిస్తారు.

ఒక స్థిరబలం **F** ఒక వస్తువుపై పనిచేసి దానికి S స్థానభ్రంశం కలిగించింది అనుకుందాం. అంటే పటం 5.1 లో చూపినట్లు క్షితిజ తలంపై సరళరేఖ వెంబడి S దూరం కదులుతుంది. ఒక బలం చేసిన పని వస్తు స్థానభ్రంశ దిశలో బలం యొక్క అంశం పరిమాణానికి వస్తువు స్థానభ్రంశానికి గల లబ్ధానికి సమానం.

బలం **F** వస్తువు స్థానభ్రంశం $\bar{\mathbf{S}}$ పరంగా θ కోణం చేస్తూ ఉంటే, $\bar{\mathbf{S}}$ దిశ వెంబడి దాని అంశం $\mathbf{F}\cos\theta$ అవుతుంది. అప్పుడు బలం **F** చేసిన పని

$$W = \bar{\mathbf{F}}.\bar{\mathbf{S}} = FS\cos\theta = (F\cos\theta)S \qquad (5.1)$$

సదిశా రూపంలో జరిగిన పని,

$\bar{\mathbf{F}}$, $\bar{\mathbf{S}}$ ల మధ్య బిందు లబ్ధానికి సమానం.

$$W = \bar{\mathbf{F}}.\bar{\mathbf{S}}$$

పై సమీకరణం నుండి $S = 0$ అయితే $W = 0$ అని గమనించవచ్చు. అంటే బల పరిమాణం ఎంతైనాగాని, స్థానభ్రంశం లేకపోతే, ఆ బలంవల్ల జరిగిన పని శూన్యం. అంతేకాక బలం మరియు స్థానభ్రంశం రెండూ సదిశలు, పని ఒక అదిశ అని గమనించాలి.

కృత్యం 5.1

మీరు మరియు మీ స్నేహితులు ఒక గది యొక్క గోడను నెట్టడానికి ప్రయత్నించండి. ప్రయోగించిన బలంతో నిమిత్తం లేకుండా ఆ గోడ కదలదు. అంటే పని జరగలేదని అంటాం.

సమీకరణం 5.1 ను ఉపయోగించి పని యొక్క ప్రమాణాలను నిర్వచించవచ్చు. ప్రయోగించిన బలం న్యూటన్‌లలోను, స్థానభ్రంశం మీటర్‌లలోను ఉంటే అప్పుడు పని యొక్క ప్రమాణం జౌల్.

(బల ప్రమాణం) × (స్థానభ్రంశం ప్రమాణం) = న్యూటన్ మీటర్ = న్యూ మీ(Nm)

ఈ ప్రమాణానికి ప్రత్యేకమైన పేరు జౌల్ అని ఇవ్వబడినది. దీనిని J తో సూచిస్తారు.

ఒక న్యూటన్ బలం ఒక మీటరు స్థానభ్రంశాన్ని కలగచేస్తే అది చేసిన పనిని జౌల్ అంటారు. ఇదే జౌల్‌కు నిర్వచనం. పని యొక్క SI ప్రమాణం జౌల్.

ఉదాహరణ 5.1

పని యొక్క మితి ఫార్ములాను కనుక్కోండి.

సాధన :

W = బలం × స్థానభ్రంశం

= ద్రవ్యరాశి × త్వరణం × స్థానభ్రంశం

పని యొక్క మితి $= [M] \times [LT^{-2}] \times [L]$

$= [ML^2T^{-2}]$

విద్యుత్ కొలతల్లో, కిలోవాట్-గంట (kW h) ను పనికి ప్రమాణంగా ఉపయోగిస్తారు. ఇది జౌల్‌తో కింది విధంగా సంబంధం కలిగి ఉంటుంది.

$$1 \text{ kW h} = 3.6 \times 10^5 \text{ J}$$

దీని గురించి మరింత వివరంగా తరవాత అధ్యయనం చేస్తారు.

ఉదాహరణ 5.2

ఒక వస్తువుపై క్షితిజ సమాంతరంతో 60^0 కోణం చేస్తూ, 6N ల బలం ప్రయోగించబడింది. ఆ వస్తువు క్షితిజ సమాంతర దిశలో 2 మీ. స్థానభ్రంశం చెందితే, జరిగిన పనిని లెక్కించండి.

సాధన :

సమీకరణం 5.1 నుండి

$$W = FS \cos \theta$$
$$= 6 \times 2 \times \cos 60^\circ$$
$$= 6 \times 2 \times (½)$$
$$= 6 \text{ J}$$

ఉదాహరణ 5.3

ఒక వ్యక్తి 5 కి.గ్రా బంగాళాదుంపలను కింది అంతస్థు నుండి 4 మీ ఎత్తులో గల మొదటి అంతస్థుకు తీసుకు వెళ్లాడు. జరిగిన పనిని గణించండి.

సాధన :

బంగాళదుంపలను పైకి తీసుకొని వెళ్ళడంవల్ల అతను గురుత్వాకర్షణ బలానికి వ్యతిరేకంగా పనిచేస్తాడు. కాబట్టి,

బలం = mg

$= 5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$= 49 \text{ N}$

జరిగిన పని $= 49 \times 4 \text{ (N m)}$

$= 196 \text{ J}$

5.1.1 వివిధ సందర్భాల్లో బలం చేసిన పని

మనం పనికి నిర్వచనాన్ని $W = FS \cos \theta$ అని తెలుసుకొన్నాం. ఇక్కడ బలం, స్థానభ్రంశాల మధ్యకోణం. కాబట్టి పని స్వభావాన్ని తెలుసుకోవడంలో బలం, స్థానభ్రంశాలతో పాటు, వాటి మధ్యకోణం కూడా ముఖ్యమైనదే.

$$W = FS \cos \theta$$

1. $\theta = 0°$ అయితే $\cos \theta° = 1$

$$\therefore W = FS$$

కాబట్టి ఈ సందర్భంలో పని ధనాత్మకం. ఉదాహరణకు కారు వేగాన్ని పుంజుకునే సమయంలో ఇంజిన్ చేసే పని ఈ సందర్భంలో బలం, స్థానభ్రంశాలు రెండూ ఒకే దిశలో ఉంటాయి.

2. $\theta = 180°$, అయితే $\cos 180° = -1$

$$\therefore W = -FS$$

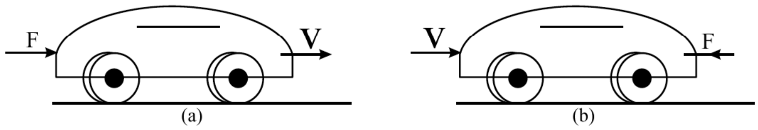
ఇందులో బలం చేసిన పని రుణాత్మకం. ఉదాహరణకు కారుకు బ్రేకులు వేసినప్పుడు బలం, స్థానభ్రంశాలు పరస్పరం వ్యతిరేక దిశల్లో ఉంటాయి.

$\theta = 180°$ వద్దనే కాకుండా 180^0 నుంచి 270^0 మధ్య ఉండే అన్ని θ విలువలకు పని రుణాత్మకం.

3. $\theta = 90°$ అయితే $\text{Cos } 90° = 0$

$$W = 0$$

ఉదా: రైల్వే ప్లాట్ ఫాం పై, తల మీద సూటుకేసు పెట్టుకొని చాలా దూరం నడిచే కూలీ చేసిన పని శూన్యం. కాని అతని కండరాల శక్తితో పని జరుగుతుంది.



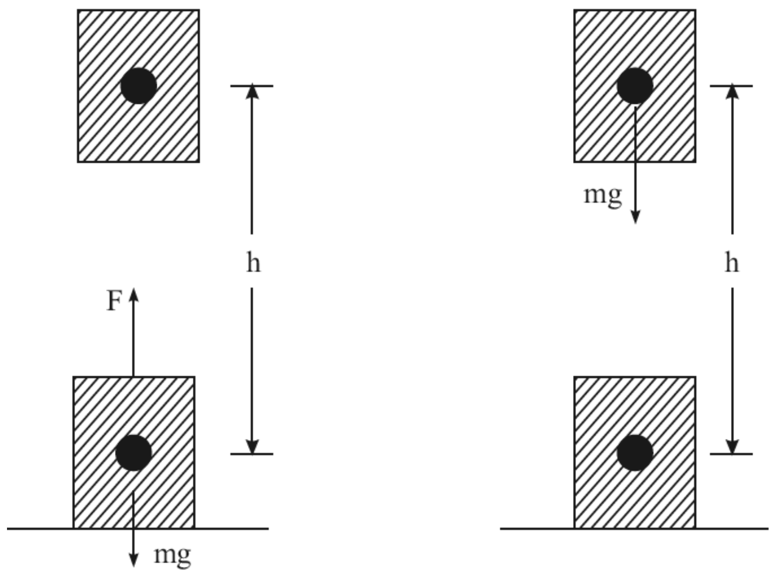
పటం 5.2 : క్షితిజ సమాంతర తలంపై చలిస్తున్న కారు. (a) కారు చలిస్తున్న దిశలో బలం ప్రయోగించబడింది. అది త్వరణీకరించబడుతుంది. (b) కారు చలిస్తున్న దిశ వ్యతిరేక దిశలో F బలం ప్రయోగించబడింది. కాబట్టి కొంత దూరం ప్రయాణించిన తరువాత కారు నిశ్చల స్థితికి వచ్చింది.

5.1.2 గురుత్వ బలం వల్ల జరిగిన పని

పటం. 5.3 (a) లో చూపిన విధంగా m ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు h ఎత్తుకు ఎత్తబడింది. పటం. 5.3 (b) లో చూపిన విధంగా m ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు h ఎత్తు నుండి కిందకు దింపబడింది. ఈ రెండు సందర్భాల్లో కూడా వస్తువు యొక్క భారం mg. కిందటి అధ్యాయంలో చెప్పిన విధంగా వస్తువుపై భూమి యొక్క ఆకర్షణ బలమే దాని భారం అని గుర్తుకు తెచ్చుకోవచ్చు.

పటం. 5.3 (a), లో బలం mg క్షితిజ లంబంగా కిందకు, స్థానభ్రంశం పైకి ఉండటం వల్ల వాటి మధ్యకోణం $\theta = 180°$. ఈసందర్భంలో గురుత్వాకర్షణ బలానికి వ్యతిరేకంగా జరిగిన పని

$$W = FS \cos 180°$$
$$= mgh\ (-1)$$
$$\therefore\ W = -\ mgh \qquad (5.2)$$



(a) వస్తువును గురుత్వాకర్షణ బలానికి వ్యతిరేకంగా పైకి ఎత్తడం

(b) వస్తువును భూమివైపుగా కిందకు దింపడం

పటం 5.3

పటం 5.3 (b) లో, వస్తువును భూమివైపుగా కిందకు దింపడం వల్ల బలం mg మరియు S స్థానభ్రంశాలు ఒకే దిశలో ఉన్నాయి. కాబట్టి $\theta = 0^0$ ఈ సందర్భంలో జరిగిన పని

$$\therefore\ W = FS \cos 0°$$
$$W = +\ mgh \qquad (5.3)$$

పై ఫలితాలు అర్థ వివరణ ఇచ్చేటప్పుడు మీరు చాలా జాగ్రత్తగా ఉండాలి. ఎందుకంటే ఒక వస్తువును పైకి ఎత్తుతున్నప్పుడు, భూమి యొక్క గురుత్వాకర్షణ బలంవల్ల జరిగిన పని రుణాత్మకం. కాని ఆ వస్తువును పైకి ఎత్తిన వ్యక్తి చేసిన పని ధనాత్మకం. ఒక వస్తువును భూమివైపుగా కిందకు తీసుకువచ్చేటప్పుడు గురుత్వాకర్షణ బలంవల్ల జరిగిన పని ధనాత్మకం కాని కిందకు తీసుకురావడానికి వ్యక్తి చేసిన పని రుణాత్మకం. ఈ రెండు సందర్భాల్లోను వస్తువు త్వరణం లేకుండా చలిస్తుంది అని ఊహిస్తాం.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 5.1

1. ఒక కణం వృత్తాకార మార్గంలో భ్రమణం చెందుతున్నప్పుడు, దానిపై ఒక అభికేంద్ర బలం పనిచేస్తుంది. కణంపై పనిచేసే ఆ బలంవల్ల జరిగిన పనిని లెక్కించండి.
2. కింది వాటికి ఒక్కొక్క ఉదాహరణ ఇవ్వండి. ఒక బలం వల్ల జరిగిన పని

   (a) సున్నా (b) రుణాత్మకం (c) ధనాత్మకం

3. 2 కి.గ్రా. ద్రవ్యరాశిగల ధాన్యం 5 మీ. ఎత్తుకు ఎత్తబడినది

(a) ఎత్తిన బలం వల్ల జరిగిన పని ఎంత?

(b) గురుత్వాకర్షణ బలం వల్ల జరిగిన పని ఎంత?

4. ఒక బలం $\mathbf{F} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ N బలం, $\bar{\mathbf{S}} = (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$ m. స్థానభ్రంశాన్ని కలగచేసింది. జరిగిన పనిని గణించండి.

5. ఒక బలం $\mathbf{F} = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ N. ఒక వస్తువుపై పనిచేసి, దానికి $\bar{\mathbf{S}} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$ m. స్థానభ్రంశాన్ని కలగచేసింది.

(a) స్థానభ్రంశం యొక్క పరిమాణాన్ని లెక్కించండి.

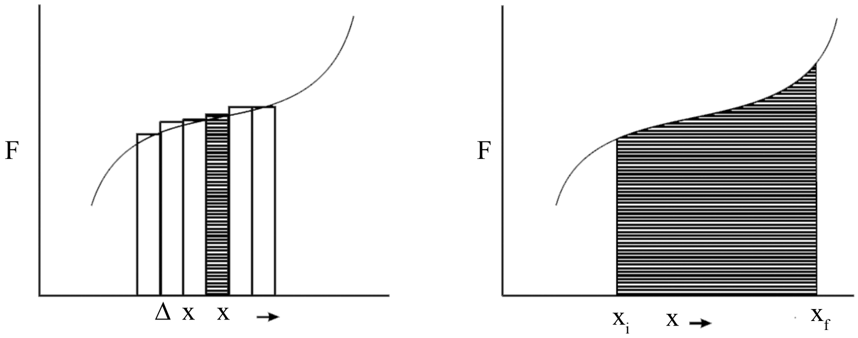
(b) బలం యొక్క పరిమాణాన్ని లెక్కించండి.

(c) ఆ బలం వల్ల జరిగిన పని ఎంత?

5.2 చర బలంవల్ల జరిగిన పని

ఒక వస్తువుపై పనిచేస్తున్న బలం స్థిరబలం అయిన సందర్భాలను మాత్రమే చదివాం. కాని ప్రతీ సందర్భంలోను ఇది నిజం కాకపోవచ్చు. కొన్ని సందర్భాల్లో పని జరగడానికి కారణమైన బలం కాలంతోపాటు మారుతూ ఉండవచ్చు. వస్తువు యొక్క స్థానం x తోపాటు పరిమాణం మారుతున్న బలం F(x) పనిచేస్తున్న ఒక సందర్భాన్ని తీసుకుందాం. ఇప్పుడు ఈ చర బలంవల్ల జరిగిన పనిని లెక్కిద్దాం. వస్తువు యొక్క స్థానభ్రంశం x_i నుండి x_f వరకు అని ఊహిద్దాం. ఇక్కడ x_i మరియు x_f లు వస్తువు యొక్క తొలి, తుది స్థానాలు. ఇటువంటి పరిస్థితులలో మొత్త స్థానభ్రంశాన్ని అత్యధిక సంఖ్యలో గల అత్యల్ప వ్యవధులు గల స్థానభ్రంశాలు Δxగా విభజించి, జరిగిన పనిని గణిస్తారు. నిజానికి Δx ఎంత అత్యల్పంగా తీసుకుంటారంటే, ప్రతి స్వల్ప స్థానభ్రంశ అవధిలోను బలం F(x) స్థిరంగా ఉన్నట్లుగా ఊహించవచ్చు. అత్యల్ప స్థానభ్రంశం Δx పర్యంతంలో జరిగిన పని

$$\Delta W = F(x)\ \Delta x \qquad (5.4)$$



పటం 5.4 : ఒక చర బలం (F) వస్తువును తొలిస్థానం x_i నుండి తుదిస్థానం x_f కు కదిలించింది. పటంలో చర బలం – దూరంలకు గీయబడిన రేఖా పటం దట్టమైన వక్రరేఖగా (అనియత)గా చూపబడింది. జరిగిన పని సంఖ్యాత్మకంగా గీతలు గీయబడిన వైశాల్యానికి సమానం

$F(x)\,\Delta x$ అనేది సంఖ్యాత్మకంగా పటం 5.4 (a) లో చూపిన విధంగా గీతలతో గీచిన చిన్న వైశాల్యానికి సమానం. x_i మరియు x_f ల నడుమ గల అటువంటి చిన్న చిన్న వైశాల్యాల మొత్తం బలం చేసిన మొత్తం పనికి సమానం అవుతుంది. (అటువంటి చీలికల పట్టీల వైశాల్యాలన్నీ కలపడంవల్ల వస్తుంది).

$$W = \Sigma\Delta W$$

$$= \Sigma F\,(x)\,\Delta x \qquad (5.5)$$

ఈ చీలికల యొక్క మందం వీలైనంత చిన్నదిగా ఉండాలి. ఇటువంటి అన్ని చీలికల యొక్క వైశాల్యాలను కలిపితే వచ్చిన వైశాల్యం x_i మరియు x_f ల మధ్య బంధించబడిన మొత్తం వైశాల్యానికి సమానం అవుతుంది. ఇది x_i మరియు x_f ల మధ్య బలం వల్ల జరిగిన పని మొత్తాన్ని ఇస్తుంది.

$$W = \sum_{\lim \Delta x \to 0} F(x)\,\Delta x \qquad (5.6)$$

$$\therefore \qquad W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx\,. \qquad (5.7)$$

ఉదాహరణ 5.4

ఒక కణంపై $F = -kx$ అనే బలం x-అక్షం దిశలో పనిచేస్తోంది. కణాన్ని $x = a$ నుంచి $x = 2a$ వరకు స్థానభ్రంశం చెందించడంలో బలం చేసిన పని ఎంత. ఇక్కడ k ఒక ధన స్థిరాంకం.

సాధన :

$$W = \int_{x=a}^{x=2a} F(x)\,dx$$

$$= \int_{x=a}^{2a} (-kx)\,dx = -k\int_{x=a}^{x=2a} x\,dx$$

$$= -k\left[\frac{x^{1+1}}{1+1}\right]_a^{2a} = -k\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^{2a} \quad \left[\because \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\right]$$

$$= \frac{-k}{2}\left[(2a)^2 - a^2\right] = \frac{k}{2}\left[4a^2 - a^2\right] = \frac{-3a^2}{2}$$

5.2.1 స్ప్రింగ్ వల్ల జరిగిన పని

చర బలానికి అతిసాధారణ ఉదాహరణ స్ప్రింగ్‌చే ప్రయోగించబడిన బలం. ఈ సందర్భంలో జరిగిన పనికి సమాసాన్ని ఉత్పాద్దిద్దాం.

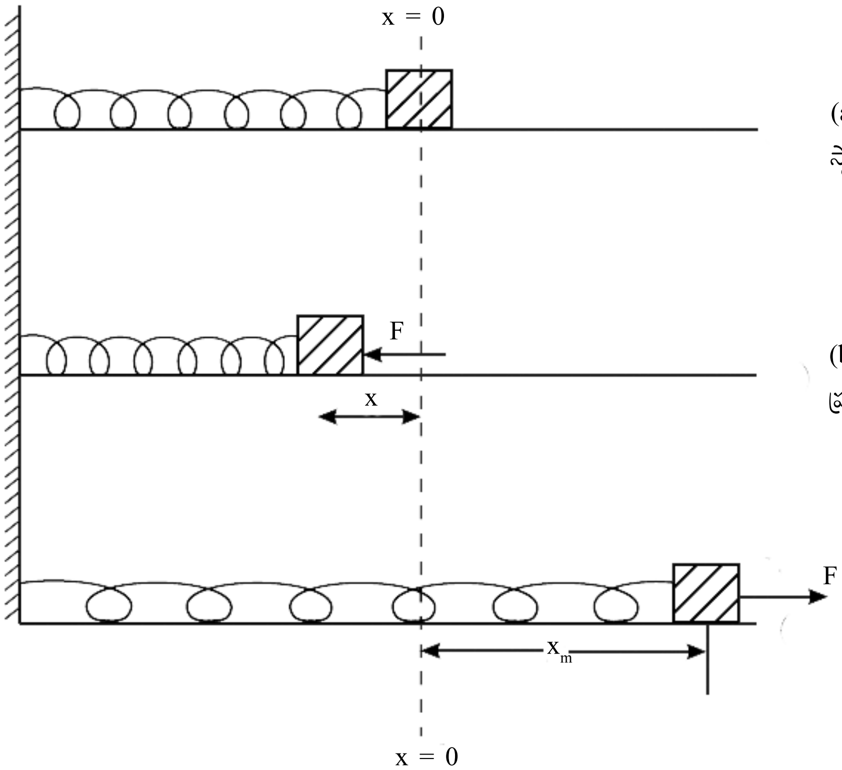
పటం 5.5(a) లో చూపినట్లు ఒక తేలికైన స్ప్రింగ్‌ను ఒక దృఢ ఆధారం నుండి వేలాడదీసి, దాని యొక్క స్వేచ్ఛాకొనకు m ద్రవ్యరాశిగల దిమ్మెను తగిలించారు. ఈ వ్యవస్థను నునుపైన క్షితిజసమాంతర బల్లపై

ఉంచారు. ఈ క్షితిజ సమాంతర దిశను x అక్షంగా తీసుకుందాం. $x = 0$ స్థానం వద్ద ద్రవ్యరాశి m ఉందనుకుందాం. ఇప్పుడు స్ప్రింగ్‌ను F అనే బాహ్యబలంతో సంపీడనం (లేదా వ్యాపనం) చెందించాం. వెంటనే స్ప్రింగ్‌లోపల దాని స్తితిస్థాపక ధర్మం వలన కొంత అంతర్గత బలం F_s జనిస్తుంది. x విలువ పెరిగిన కొలది ఈ అంతర్గత బలం F_s విలువ పెరుగుతూ, సంపీడనం (లేదా వ్యాపనం) $x = x_m$ వద్ద గరిష్ఠం అయినపుడు అది F కు సమానం అవుతుంది.

హుక్ నియమం ప్రకారం (x తక్కువగా ఉన్నప్పుడు మాత్రమే సరిపడుతుంది).

$|\mathbf{F}_s| = kx$, ఇచ్చట K ను స్ప్రింగ్ స్థిరరాంకం అంటారు. $\mathbf{F}_s$ దిశ ఎల్లప్పుడు సంపీడనము (లేదా వ్యాపనము) నకు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటుంది కాబట్టి, పై సమీకరణాన్ని ఇలా వ్రాయవచ్చు.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s = -k\mathbf{x} \qquad (5.8)$$



(a) స్ప్రింగ్ స్వేచ్ఛాకొన యొక్క విరామ స్థానం $x = 0$

(b) స్ప్రింగ్ పై F అనే బాహ్యబలం ప్రయోగించడం వల్ల సంపీడనం చెందింది

(c) స్ప్రింగ్ పై F అనే బాహ్యబలం ప్రయోగించడం వల్ల వ్యాపనం చెందింది గరిష్ట సంపీడనం / వ్యాపనం x_m అవుతుంది.

పటం 5.5 : ఒక చివర దృఢ ఆధారానికి బిగించిన స్ప్రింగ్-ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ, ద్రవ్యరాశి m క్షితిజ సమాంతరతలంపై నిశ్చలస్థితిలో ఉంది

ఇప్పుడు ఇక్కడ జరిగిన పనిని గణిద్దాం, అంతే కాదు ఈ జరిగిన పని ధనాత్మకమా లేదా రుణాత్మకమా పరీక్షిద్దాం. స్ప్రింగ్‌ను సంపీడనం చెందించిన సందర్భంలో బాహ్యబలం **F** ఎడమవైపుకు పనిచేస్తుంది. మరియు స్థానభ్రంశం కూడా ఎడమవైపుకు పనిచేస్తుంది. కాబట్టి బాహ్యబలం వల్ల జరిగిన పని ధనాత్మకం. ఏమైనప్పటికిని అదే దిశలో స్థానభ్రంశం ఉన్నప్పుడు, స్ప్రింగ్‌లో జనించిన పునఃస్థాపక బలం కుడివైపుకు పనిచేస్తుంది. అంటే **F** మరియు **x**లు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటాయి. స్ప్రింగ్ బలం చేసిన పని రుణాత్మకం అవుతుంది. స్ప్రింగ్‌లో సాగుదల వచ్చిన సందర్భంలో మీరు పరిశీలించినా పై ఫలితాలు మాత్రమే సంభవిస్తాయి. అంటే స్ప్రింగ్‌పై

బాహ్యబలం వల్ల జరిగిన పని ధనాత్మకం, స్ప్రింగ్‌లో పునఃస్థాపక బలం వల్ల జరిగిన పని రుణాత్మకం. జరిగిన పని యొక్క పరిమాణం **$(½)\,kx_m^2$**.

ఇక్కడ జరిగిన పనికి సమాసాన్ని ఉత్పాదించడానికి ఒక సరళ గణనం చేస్తాం. $x = 0$, వద్ద బలం $\mathbf{F}_s = 0$. x విలువ పెరుగుతున్నకొద్దీ, బలం **F** కూడా పెరుగుతూ ఉంటుంది. $x = x_m$ అయినప్పుడు, ఈ బలం విలువ **F** కు సమానం అవుతుంది. స్థానభ్రంశంతోపాటు బలంలోని మార్పు రేఖీయంగా ఉంటుంది కాబట్టి స్ప్రింగ్‌ను సంపీడనం (లేదా వ్యాపనం) చెందించడంలో సరాసరి బలం $\left(\frac{0 + F_s}{2}\right) = \frac{F_s}{2}$ కు ఇంచుమించుగా సమానం. ఈ బలంవల్ల జరిగిన పని

$$W = \text{బలం} \times \text{స్థానభ్రంశం}$$

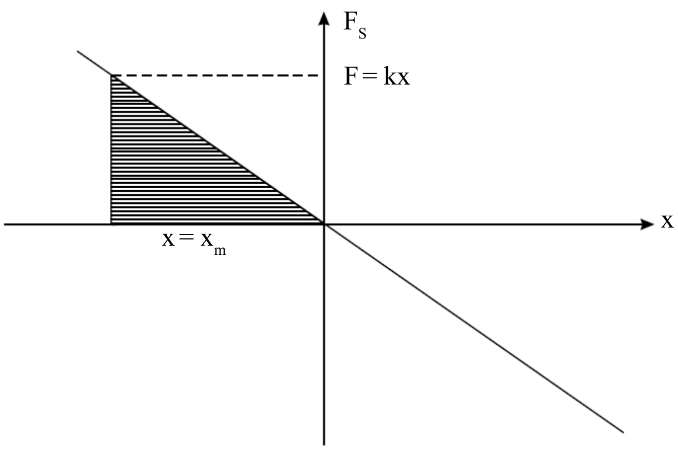
$$= \frac{F_s}{2}.x,$$

కాని, | Fs | = k | xm |. కాబట్టి

$$W = \frac{1}{2}kx_m \times x_m$$

$$= \frac{1}{2}kx_m^2 \qquad (5.9)$$

ఈ జరిగిన పనిని రేఖా చిత్రం ద్వారా కూడా పొందవచ్చు. దీన్ని కింద పటంలో చూపించబడింది.



పటం 5.6 : గీతలతో చూపిన త్రిభుజ వైశాల్యం సంఖ్యాత్మకంగా జరిగిన పనికి సమానం అవుతుంది.

గీతలతో చూపిన త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}$

$$= \frac{1}{2}x_m \times kx_m$$

$$W = \frac{1}{2}kx_m^2 \qquad (5.10)$$

ఈ సమీకరణం బీజీయ విధానంలో ఉత్పాదించిన సమీకరణం (5.9)తో సమానం.

దీన్నే $W = \int_{x=0}^{x=x_m} F(x)\,dx.$ ఉపయోగించి పొందవచ్చు.

ఇక్కడ dx స్ప్రింగ్‌లో వచ్చే చిన్న సాగుదల

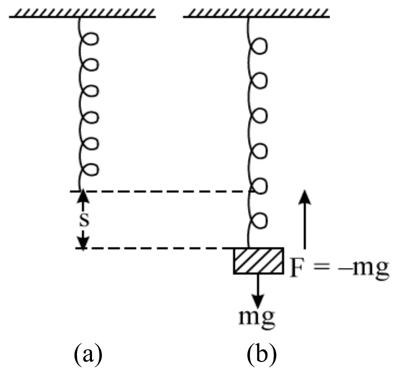
$$W = \int_{x=0}^{x=x_m} kx\,dx = k\int_{x=0}^{x=x_m} x\,dx = k\left[\frac{x_m^2}{2}\right]_0^x$$

$$\therefore \quad W = \frac{1}{2}kx_m^2$$

కృత్యం 5.2

స్ప్రింగ్ స్థిరాంకాన్ని కనుగొనుట

పటం 5.7(a) లో చూపినట్లు ఒక స్ప్రింగ్‌ను నిట్ట నిలువుగా వేలాడదీసారు. దాని కింది కొనకు m ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మెను తగిలించారు. ఇలా చేయటంవల్ల స్ప్రింగ్ కొంత దూరం సాగుతుంది. ఆ సాగుదలను లెక్కించండి. పటం 5.7 (b)లో చూపినట్లు ఆ సాగుదలను s అనుకుందాం. ఇప్పుడు స్ప్రింగ్ ఇంకా ఎందుకు సాగటంలేదు అని ఆలోచించండి. ఎందుకంటే స్ప్రింగ్ బలం (పునఃస్థాపకబలం)పై దిశలో పనిచేస్తూ వస్తువు యొక్క భారం mg ను సంతులనం చేస్తుంది. అందువల్ల స్ప్రింగ్ సమతాస్థితిలో ఉంటుంది. పై విలువలను కింది సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి స్ప్రింగ్ స్థిరాంకాన్ని కనుక్కోవచ్చు.



పటం 5.7 : భారగ్రస్త స్ప్రింగ్ యొక్క సాగుదల

$$F_s = k.s$$

లేదా $$mg = k.s.$$

అంటే, $$k = \frac{mg}{s} \qquad (5.11)$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 5.2

1. స్ప్రింగ్ స్థిరాంకాన్ని నిర్వచించి, దాని SI ప్రమాణాలను వ్రాయండి.
2. 10 N బలం ఒక స్ప్రింగ్‌ను 1 cm సాగదీసింది. అయితే స్ప్రింగ్‌ను 5 cm సాగదీయడానికి కావలసిన బలం ఎంత? ఈ బలం వల్ల జరిగిన పని ఎంత?
3. వస్తువుపై పనిచేసే చర బలాన్ని y-అక్షంపై, అది పొందిన స్థానభ్రంశాన్ని x-అక్షంపై తీసుకొని గ్రాఫ్ గీస్తే, గ్రాఫ్ వక్రంచే ఆవృతం అయ్యే వైశాల్యం దేన్ని సూచిస్తుంది.

5.3 పని మరియు గతిజశక్తి

పనిచేసే స్తోమతనే శక్తి అంటారు అని మీకు తెలుసు. ఒక వ్యవస్థకు శక్తి ఉంటే అది పని చేయగలిగి ఉంటుంది. కారు లాంటి వాహనం ఇంధనంలోని రసాయన శక్తిని ఉపయోగించుకొని నడుస్తుంది. చలనంలో ఉండే వస్తువు కలిగి ఉండే శక్తిని "గతిజశక్తి" అంటారు.

'm'ద్రవ్యరాశి కలిగిన వస్తువువేగం $\vec{v}$ అయితే, దాని గతిజ శక్తి

$$K = \frac{1}{2}m\left(\vec{v}.\vec{v}\right) = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (5.12)$$

గతిజశక్తి ఒక అదిశా రాశి.

వేగం శూన్యం అయితే వస్తువుకు గతిజశక్తి ఉండదు.

పై సమీకరణాన్ని కింది విధంగా రాబట్టవచ్చు.

m ద్రవ్యరాశితో ఉండే వస్తువు పై F బలం పనిచేయడంతో దాని వేగం 't' కాలంలో u నుంచి v కి పెరిగిందని అనుకొనుము. ఈ కాలంలో వస్తువు s దూరం ప్రయాణిస్తే,

$$v^2 - u^2 = 2as \quad \text{ఉపయోగించి} \qquad (5.13)$$

$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

దీన్ని F = ma లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$F = m\left(\frac{v^2 - u^2}{2s}\right) \qquad (5.14)$$

బలం చేసిన పని $W = F.s. = m\left(\frac{v^2 - u^2}{2s}\right) \times s$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \qquad (5.15)$$

$$W = KE_{final} - KE_{initial}$$

$$W = \Delta KE \qquad (5.16)$$

బలం చేసిన పని గతిజశక్తిలో వచ్చే మార్పుకు సమానం. దీన్నే "పని - శక్తి సిద్ధాంతం" అంటారు.

తొలివేగం 'u' శూన్యం అయితే బలం చేసిన పని $W = \frac{1}{2}mv^2$ మరొక రకంగా ఇదే వస్తువు గతిజశక్తి అవుతుంది.

$$\therefore \quad KE = \frac{1}{2}mv^2$$

పని - శక్తి సిద్ధాంతం

వస్తువు మీద ప్రయోగించిన అన్ని బలాల ఫలిత బలం చేసిన పని వస్తువు గతిజశక్తిలో వచ్చే మార్పుకి సమానం.

ఉదాహరణ 5.5

10 kg ద్రవ్యరాశిగల ఒక వస్తువు తొలిగా 4.0 మీసె$^{-1}$ వడితో చలిస్తుంది. 30 N పరిమాణం గల ఒక బలం ఆ వస్తువుపై 2 సెకన్ల కాలంపాటు పనిచేసింది.

(i) రెండు సెకన్ల కాలం తరవాత ఆ వస్తువు తుది వడి ఎంత?

(ii) ఈ వ్యవధిలో జరిగిన పని ఎంత?

(iii) తొలి గతిశక్తి ఎంత?

(iv) తుది గతిశక్తి ఎంత?

(iv) ఈ కాల వ్యవధిలో వస్తువు ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?

(vi) జరిగిన పని గతిశక్తిలోని భేదానికి సమానం అని చూపండి.

సాధన:

(i) బలం (F) = ma

లేదా $a = F/m$

$= 30/10$

$= 3$ మీసె$^{-2}$

తుది వడి $v_2 = v_1 + at$

$= 4 + (3 \times 2) = 10 \text{ m s}^{-1}$

(ii) 2 సె కాలంలో ప్రయాణించిన దూరం

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= (4 \times 2) + \frac{1}{2}(3 \times 4)$$

$$= 8 + 6 = 14 \text{ m}$$

జరిగిన పని $W = F \times S$

$= 30 \times 14 = 420 \text{ J}$

(iii) తొలి గతిశక్తి

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$= \frac{1}{2}(10 \times 16) = 80 \text{ J}$$

(iv) తుది గతిశక్తి

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$= \frac{1}{2}(10 \times 100) = 500 \text{ J}$$

(v) పైన గణించిన విధంగా 2 సె కాలంలో ప్రయాణించిన దూరం = 14 మీ

(vi) గతిశక్తిలోని భేదం $K_2 - K_1 = (500 - 80) = 420$ J.

ఇది జరిగిన పనికి సమానం.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 5.3

1. ఒక వస్తువు రుణాత్మక గతిశక్తిని కలిగి ఉండే అవకాశం ఉందా? ఎందుకు?
2. ఆ కణం గతిశక్తి ఏవిధంగా మారుతుంది?

   a) ఒక కణం యొక్క వడి v ను 2v చేస్తే

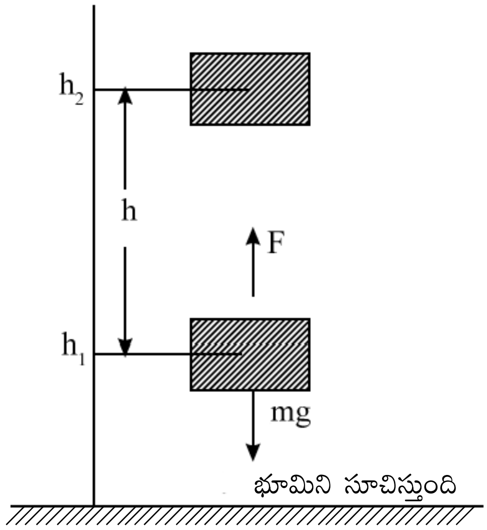
   b) ఒక కణం యొక్క ద్రవ్యరాశి m ను $\frac{m}{2}$ చేస్తే
3. ఒక కణం 3.6 J గతిశక్తితో చలిస్తూ, బల స్థిరాంకం 180 Nm^{-1}. గల ఒక స్ప్రింగ్‌ను ఢీకొన్నది. స్ప్రింగ్‌లో గరిష్ఠ సంపీడనాన్ని లెక్కించండి.
4. ఒక బాహ్యబలం ఒక స్ప్రింగ్‌ను సంపీడనం చెందించడానికి చేసిన పని 375 J అయితే, ఆ స్ప్రింగ్ తనంతట తాను చేసిన పని ఎంత?

5.4 స్థితిజ శక్తి భావన

కిందటి పాఠ్యాంశం ద్వారా కదిలే వస్తువులు గతిజ శక్తిని కలిగి ఉంటాయని చర్చించాం. 'స్థితిజ శక్తి' అనేది నిల్వ ఉన్న శక్తిని సూచించే భౌతికరాశి. వస్తువు అభీష్టానికి వ్యతిరేకంగా చేసిన పని 'నిల్వ శక్తి' లేదా స్థితిజ శక్తిగా మారుతుంది. సంపీడ్యం లేదా సాగదీసిన స్ప్రింగ్, ఇంటిపై ఉండే ట్యాంక్ లేదా ఆనకట్టలో నిల్వచేసిన నీటికి, ఎత్తులో ఎగిరే వస్తువుకి, ధనస్సు నుంచి విడుదలకి సిద్ధంగా ఉన్న బాణానికి స్థితిజశక్తి ఉంటుంది. స్థితిజ శక్తిని మన స్థిరవిద్యుత్తులో కూడా చూస్తాం.

వస్తువుకి స్థానం లేదా విన్యాసం (configuration) వల్ల వచ్చే శక్తి – స్థితిజ శక్తి. గురుత్వ క్షేత్రంలోని వస్తువు పొందే గురుత్వ స్థితిజ శక్తి దీనికి ఒక ముఖ్యమైన తార్కాణం. దీన్ని మరింత అర్థం చేసుకొందాం.

5.4.1 గురుత్వ క్షేత్రంలో స్థితిజశక్తి



పటం 5.8 : భూమి ఉపరితలం నుండి h_1 ఎత్తున ఉన్న m ద్రవ్యరాశి h_2 ఎత్తుకు తీసుకువెళ్ళబడింది.

ఒక వ్యక్తి m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువును భూమి యొక్క ఉపరితలంపై h_1 ఎత్తు నుండి h_2 ఎత్తుకు తీసుకువెళ్ళాడు అనుకుందాం. అంతే కాకుండా గురుత్వ త్వరణం విలువ స్థిరంగా ఉంటుందని ఊహిద్దాం. గురుత్వాకర్షణ బలానికి వ్యతిరేకంగా ద్రవ్యరాశిని స్థానభ్రంశం చెందించిన దూరం $h = (h_2 - h_1)$. ఈ గురుత్వాకర్షణ బలం యొక్క పరిమాణం mg. ఇది కింది దిశలో పనిచేస్తుంది. అందువల్ల ఆ వ్యక్తి చేసిన పని

W = బలం × దూరం

$$W = mgh \quad \ldots \quad (5.17)$$

ఇక్కడ జరిగిన పని ధనాత్మకం మరియు ఇది m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువులో శక్తిగా నిల్వ ఉంటుంది. ప్రదేశంలో తన స్థానంవల్ల వస్తువుకు వచ్చిన ఈ శక్తిని గురుత్వ స్థితిజశక్తి అని అంటారు. ఇది పనిచేసే సామర్థ్యాన్ని కలిగి ఉంటుంది. ఈ ద్రవ్యరాశిని స్వేచ్ఛగా వదిలివేస్తే, అది కిందకు పడిపోతుంది మరియు కిందకు పడేటప్పుడు కూడా కొంత పనిచేయగలుగుతుంది. ఉదాహరణకు ఈ ద్రవ్యరాశిని కప్పీ మీదుగా పోయిన ఒక తీగకు సక్రమంగా కలిపితే అది మరొక ద్రవ్యరాశిని పైకి ఎత్తగలుగుతుంది.

వస్తువు యొక్క తొలి ఎత్తు h_1 ను మన ఇష్ట ప్రకారం ఎంచుకోవచ్చు. ఇక్కడ ఎత్తులోని మార్పు $(h_2 - h_1)$ మాత్రమే ప్రాముఖ్యత గలది. ఇక్కడ శూన్య స్థితిజశక్తి స్థానం అనేది మన ఇష్ట ప్రకారం ఎంచుకోవచ్చు. ప్రదేశంలో ఏ బిందువునైనా శూన్య స్థితిజశక్తి స్థానంగా ఎన్నుకోవచ్చు. సాధారణంగా భూమి ఉపరితలంపై ఉన్న ఒక బిందువును శూన్య స్థితిజశక్తి గల నిర్దేశ బిందువుగా తీసుకొంటాం.

5.4.2 స్ప్రింగ్ స్థితిజ శక్తి

సహజ స్థితికి వ్యతిరేకంగా, స్ప్రింగ్‌ని సాగదీస్తే, దాన్లో స్థితిజ శక్తి నిల్వ ఉంటుంది.

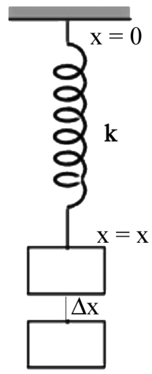
$$F = -kx \qquad (5.18)$$

$$W = \int_{x=0}^{x=x} F.dx \qquad (5.19)$$

$$W = \int -kx.dx = \frac{1}{2}kx^2$$

ఇదే స్ప్రింగ్‌లో స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తిగా నిల్వ ఉంటుంది.

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (5.20)$$



పటం 5.9 : స్ప్రింగ్ – ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ విషయంలో స్థితిస్థాపక స్థితిజ శక్తి

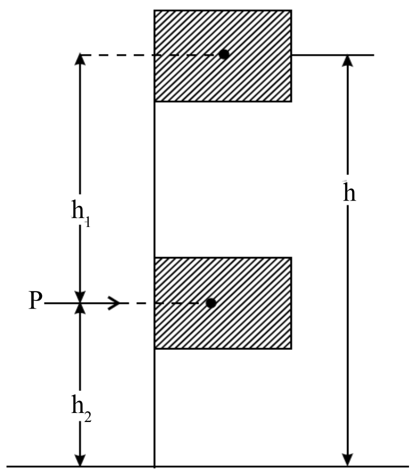
స్ప్రింగ్‌ని వదిలితే, దాన్లోని స్థితిజశక్తి గతిజశక్తిగా మారి అది ముందుకి వెనక్కి కదులుతుంది. పేల్చడానికి సిద్ధంగా ఉన్న తుపాకీలో మరియు ఎక్కుపెట్టిన బాణంలో ఇదే సూత్రాన్ని చూడవచ్చు.

5.5 శక్తి నిత్యత్వం

మన చుట్టూ చూస్తే అనేక రకాల శక్తులు ఉంటాయి. కాని వాటిలో కొన్ని మాత్రమే మిగతావాటి కంటే మనకు బాగా తెలిసినవి. ఉదాహరణకు విద్యుత్‌శక్తి, ఉష్ణశక్తి, గరుత్వశక్తి, రసాయన శక్తి మరియు అణుశక్తి మొదలైనవి. ఈ శక్తుల మధ్య దగ్గర సంబంధం ఉంది. అంటే శక్తులను ఒక రూపం నుండి మరొక రూపంలోకి మార్చవచ్చు ఇక్కడ శక్తి గురించిన ఒక ప్రాథమిక నియమం ఉంది. దీన్నే శక్తి నిత్యత్వ నియమం అంటారు. **"ఇది ఒక వియుక్త వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం శక్తి ఎప్పుడూ స్థిరంగా ఉంటుంది"** అని నిర్వచించవచ్చు. శక్తి తన రూపాన్ని మార్చుకోవచ్చు. ఇది ఒక రూపంలో నుండి మరొక రూపంలోకి మార్పు చెందవచ్చు. కాని వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి మాత్రం మార్పు చెందదు. ఒక వియుక్త వ్యవస్థలో ఏదో ఒక రూపంలోని శక్తి నష్టపోతే అంతే పరిమాణంగల శక్తి మరొక రూపంలోకి తిరిగి పొందుతాం. ఆ విధంగా శక్తిని సృష్టించలేం మరియు నాశనం చేయలేం. ఈ విశ్వం కూడా ఒక వియుక్త వ్యవస్థే. ఎందుకంటే దీనికి వెలుపల మరేమీ లేదు. అందుకే ఈ విశ్వంలో ఉన్న శక్తిలో ప్రతిక్షణం అనేక మార్పులు జరుగుతూ ఉన్నప్పటికిని విశ్వంలోని మొత్తం శక్తి స్థిరంగా ఉంటుంది. ఇది గొప్ప ప్రాముఖ్యతగల నియమం. ఇది విజ్ఞాన శాస్త్రంలో అనేక కొత్త ఆవిష్కరణలకు దారి చూపింది. ఇంతవరకు ఇది విఫలం కాలేదు.

థర్మల్ విద్యుత్ కేంద్రంలో నేల బొగ్గు యొక్క రసాయన శక్తి విద్యుత్‌శక్తిగా మార్పు చెందుతుంది. ఈ విద్యుత్ శక్తి యంత్రాలను నడుపుతుంది. ఈ యంత్రాల్లో విద్యుత్ శక్తి యాంత్రిక శక్తిగా, కాంతి శక్తిగా లేదా ఉష్ణశక్తిగా మార్పు చెందుతుంది.

ఈ శక్తి నిత్యత్వ నియమం మనం ఆలోచించే ఊహించేదానికంటే అతిసరళమైనది. ఈ నియమం అతిపెద్ద గ్రహాలు, నక్షత్రాల నుండి అతిచిన్న కేంద్రక కణాల వరకు అనువర్తించబడుతుంది.



పటం 5.10 : భూమి ఉపరితలంపై నుండి ద్రవ్యరాశిని h ఎత్తుకు తీసుకెళ్ళాడు. తరువాత h_2 ఎత్తు వద్ద గల P బిందువు వద్దకు వచ్చి P బిందువు వద్ద మొత్తం శక్తి h ఎత్తు వద్ద మొత్తం శక్తికి సమానం

(a) స్వేచ్ఛాపతన వస్తువు విషయంలో యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వం : యాంత్రిక శక్తి విషయంలో శక్తి నిత్యత్వ నియమం పాటించబడటాన్ని పరీక్షిద్దాం. ఇది మనకెంతో ఆసక్తి కలిగించే అంశం.

భూమి ఉపరితలంపై ఉన్న m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువును h ఎత్తుకు తీసుకు వెళ్లాం అనుకోండి. జరిగిన పని mgh, అవుతుంది. ఇది స్థితిశక్తిగా నిల్వ ఉంటుంది. ఇప్పుడు ఈ వస్తువును స్వేచ్ఛగా పతనం చెందించాము అనుకోండి. ఈ వస్తువు h_1 దూరం పడిన తరవాత, ఆ వస్తువు యొక్క శక్తిని గణిద్దాం. భూమి ఉపరితలం నుండి ఈ వస్తువు యొక్క ఎత్తు $h_2 = (h - h_1)$ ఉంటుంది పటం (5.10). ఈ బిందువు P వద్ద వస్తువు స్థితిశక్తి $= mgh_2$.

వస్తువు స్వేచ్ఛగా పడుతున్నప్పుడు వస్తువు త్వరణం చెంది వడిని పొందుతుంది. h ఎత్తు నుండి వస్తువు h_1 దూరం పడిన తరవాత ఆ వస్తువు వడిని కనుగొందాం.

చలన సమీకరణం $v^2 = u^2 + 2gs$ (5.21)

ఇక్కడ h ఎత్తువద్ద తొలివేగం u, అంటే, u = 0 మరియు $s = h_1$. కాబట్టి (వస్తువు P బిందువు వరకు ప్రయాణం చేసిన దూరం)

అందువల్ల $v^2 = 2gh_1$

$\therefore$ P బిందువు వద్ద గతిశక్తి

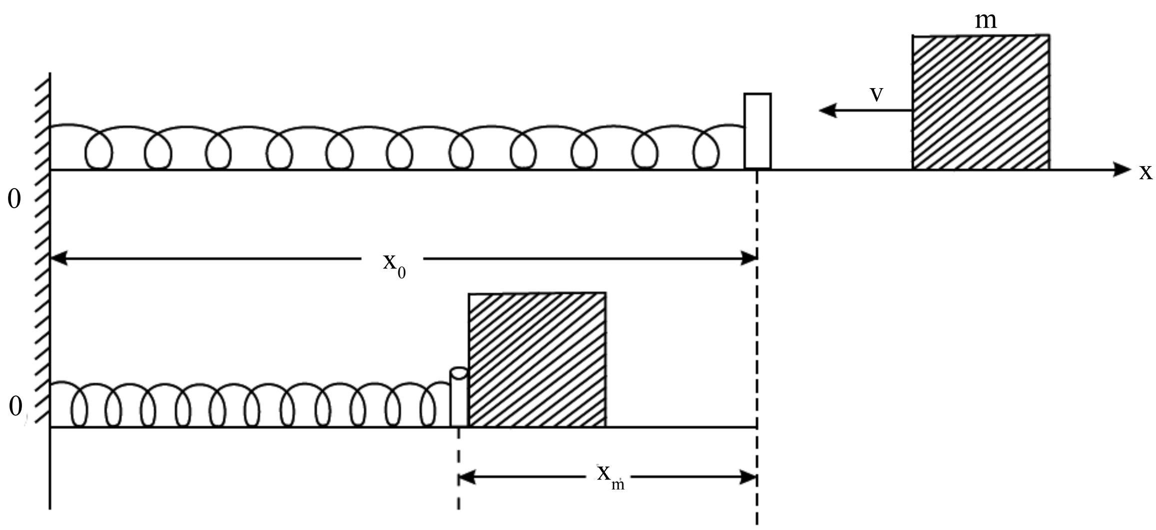
$$K.E = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{m}{2} \times 2gh_1$$
$$= mgh_1 \quad (5.22)$$

P బిందువు వద్ద మొత్తం శక్తి

$$\text{గతిశక్తి} + \text{స్థితిశక్తి} = mgh_1 + mgh_2$$
$$= mgh \quad (5.23)$$

ఇది గరిష్ఠ బిందువు వద్ద గల స్థితిశక్తితో సమానంగా ఉంది. అంటే మొత్తం శక్తి నిత్యత్వం కాబడింది.

(b) స్ప్రింగ్ నుండి డోలనం చెందుతున్న ద్రవ్యరాశికి శక్తి నిత్యత్వం: పటం 5.11 లో చూపిన విధంగా క్షితిజ సమాంతర తలంపై ఉన్న ఒక స్ప్రింగ్ యొక్క ఒక కొనను ఒక దృఢమైన గోడకు బిగించి, దాని రెండవ కొనకు ఒక చెక్క దిమ్మెను తగిలించారు. స్ప్రింగ్ విరామ స్థితిలో ఉన్నప్పుడు, స్ప్రింగ్ యొక్క స్వేచ్ఛాకొన x_0 వద్ద ఉంది. m ద్రవ్యరాశి కలిగిన ఒక దిమ్మె v వడితో స్ప్రింగ్ గల సరళరేఖ దిశలో చలిస్తూ స్ప్రింగ్ స్వేచ్ఛాకొనతో అభిఘాతంచెంది స్ప్రింగ్‌ను x_m సంపీడనం చెందించింది. ఇదే గరిష్ఠ సంపీడనం. x_0 వద్ద స్ప్రింగ్-ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం శక్తి $\frac{1}{2}mv^2$. ఇది ఆ ద్రవ్యరాశి యొక్క గతిశక్తి. ఇక్కడ స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితిశక్తి శూన్యం. గరిష్ఠ సంపీడన బిందువు వద్ద స్ప్రింగ్ స్థితిశక్తి $\frac{1}{2}k\,x_m^2$ మరియు దిమ్మె గతిశక్తి శూన్యం. ఇప్పుడు మొత్తం శక్తి $\frac{1}{2}k\,x_m^2$ అవుతుంది.



పటం 5.11 : m ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె క్షితిజ సమాంతర తలంపై v వేగంతో చలిస్తూ స్ప్రింగ్‌తో అభిఘాతం చెందింది. గరిష్ఠ సంపీడనం x_m ఉంది

అనగా,

$$\frac{1}{2}k\,x_m^2 = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (5.24)$$

గతిశక్తి + స్థితిశక్తి (అభిఘాతానికి ముందు) = గతిశక్తి + స్థితిశక్తి (అభిఘాతానికి తరవాత)

$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_m^2 \qquad (5.25)$$

అంటే, మొత్తం శక్తి నిత్యత్వం అయ్యింది.

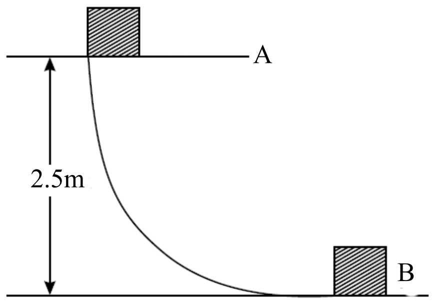
కేంద్రక చర్యల్లో ద్రవ్యరాశి-శక్తి నిత్యత్వం

అణుశక్తి ఇతర శక్తులకు భిన్నమైనది. ఇతర శక్తులను మార్పుచేసి దీన్ని పొందలేము. ద్రవ్యరాశిని శక్తిగా మార్చడంవల్ల మాత్రమే అణుశక్తిని పొందగలం.

అందుచే కేంద్రక చర్యల్లో ద్రవ్యరాశి నిత్యత్వ నియమం శక్తి నిత్యత్వ నియమం ఐక్యమై ద్రవ్యరాశి-శక్తి నిత్యత్వ నియమం అనే ఏకనియమంగా తయారవుతుంది.

ఉదాహరణ 5.6

0.5 kg ద్రవ్యరాశిగల ఒక దిమ్మె 2.5 మీ ఎత్తు నుండి, ఒక నునుపైన వక్రతలంపై కిందకు జారుతూ, క్షితిజ సమాంతర తలంపై గల B అనే బిందువును చేరింది. (పటం 5.12) శక్తి నిత్యత్వ నియమం ప్రకారం (i) A బిందువు వద్ద దిమ్మె యొక్క శక్తి మరియు (ii) B బిందువు వద్ద దిమ్మె వడిని గణించండి.



పటం 5.12 : వక్రతలంపై జారే దిమ్మె. A వద్ద మొత్తం శక్తి స్థితిజ శక్తి, B వద్దకు రాగానే మొత్తం శక్తి గతిజ శక్తిగా మారుతుంది.

సాధన:

(i) A వద్ద స్థితిశక్తి

$= mgh = (0.5) \times (9.8) \times 2.5$ J

$= 4.9 \times 2.5$ J $= 12.25$ J

A వద్ద గతిశక్తి = 0 and

మొత్తం శక్తి = 12.25 J

(ii) A బిందువు వద్ద దిమ్మె యొక్క మొత్తం శక్తి, B బిందువు వద్ద దిమ్మె యొక్క మొత్తం శక్తితో సమానం కావాలి.

A బిందువు వద్ద మొత్తం శక్తి (P.E. + K.E.) = 12.25 J

B బిందువు వద్ద మొత్తం శక్తి(P.E. + K.E.) = $\frac{1}{2}mv^2$

B బిందువు వద్ద స్థితిశక్తి శూన్యం కాబట్టి, మొత్తం శక్తి గతిశక్తి మాత్రమే

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv^2 = 12.25$$

$$v^2 = \frac{12.25 \times 2}{0.5} = 12.25 \times 4$$

$$v^2 = 49.00$$

$$v = 7.0 \ ms^{-1}$$

గమనిక: దీనిని చలన సమీకరణం నుండి కూడా రాబట్టవచ్చు.

$$v^2 = v_0^2 + 2gx$$

$$= 0 + 2 \times 9.8 \times 2.5$$

$$v^2 = 49$$

$$v = 7 \ ms^{-1}$$

5.6 సామర్థ్యం

మీరు ఇంతకు ముందు ఒక బలం వల్ల జరిగిన పనిని గణించి ఉన్నారు. ఆ గణనలో, జరిగిన పని ఒక సెకనులో జరిగిందా లేక ఒక గంటలో జరిగిందా అనే విషయాన్ని పరిగణించలేదు. కాని మన నిజ జీవితంలో ఒక నిర్దిష్టమైన పని చేయడానికి పట్టే సమయం చాలా ప్రాముఖ్యమైనది. ఉదాహరణకు ఒక వ్యక్తి ఒక ట్రక్కులో సిమెంటు బస్తాలు నింపడానికి అనేక గంటల సమయాన్ని తీసుకుంటే, అదే పనిని ఒక యంత్రం అతి తక్కువ సమయంలో చేయగలుగుతుంది. కాబట్ట పని ఏ రేటున జరుగుతుంది అనేది తెలుసుకోవడం ముఖ్యం.

పని జరిగే రేటునే సామర్థ్యం అంటారు.

$$\text{సామర్థ్యం} = \frac{\text{జరిగిన పని}}{\text{కాలం}} = \frac{\text{వినియోగించిన శక్తి}}{\text{కాలం}}$$

గణిత రూపంలో కింది విధంగా వ్రాస్తాము.

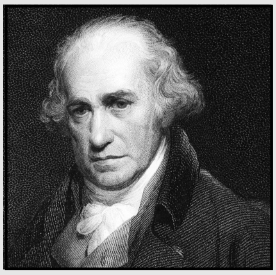
$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \qquad (5.26)$$

పని జరిగే రేటు స్థిరంగా ఉండకుండా, కాలంతోపాటు ఇది మారుతూ ఉండవచ్చు. అటువంటప్పుడు మనం తక్షణ సామర్థ్యం P ను నిర్వచిస్తాం.

$$\text{తక్షణ సామర్థ్యం } P = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right) = \frac{dW}{dt} \qquad (5.27)$$

- సామర్థ్యాన్ని బలం వేగాల బిందు లబ్ధంగా రాయవచ్చు. $P = \overline{\mathbf{F}} \cdot \overline{\mathbf{V}}$
- సామర్థ్యం SI ప్రమాణం J/s. దీన్నే వాట్ (W) అని కూడా అంటారు. ఆవిరి యంత్రాన్ని ఆవిష్కరించిన జేమ్స్ వాట్ జ్ఞాపకార్థం సామర్థ్యానికి 'వాట్' అనే ప్రమాణాన్ని పెట్టారు.

జేమ్స్ వాట్ (James Watt) (1736–1819)



మెకానికల్ ఇంజనీర్, స్కాటిష్ ఇన్వెంటర్ అయిన జేమ్స్‌వాట్ ఆవిరి యంత్రం యొక్క దక్షతను అభివృద్ధిచేసిన ప్రముఖుడు. ఈ ఘటన యాంత్రిక విప్లవానికి దారితీసింది. ఇతడు సామర్థ్యానికి ప్రమాణంగా అశ్వ సామర్థ్యం పరిచయంచేశాడు. ఇతడి గౌరవార్థం సామర్థ్యానికి SI ప్రమాణాలు వాట్‌గా నామకరణం చేసారు. జేమ్స్‌వాట్ ఆవిష్కరణల్లో ముఖ్యమైనవి ఆవిరి యంత్రం మరియు టెలిస్కోప్ ద్వారా దూరాన్ని కొలవడానికి టెలిస్కోపుకు జతపరిచే సాంకేతికత.

సామర్థ్యానికి పెద్ద ప్రమాణం అశ్వసామర్థ్యం(hp)

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

సామర్థ్యం ప్రమాణం (W)ని ఉపయోగించి పని(శక్తి)కి ప్రమాణాన్ని నిర్వచించారు. అది కిలోవాట్ – గంట (kwh), దీన్ని విద్యుత్ శక్తి వినియోగ యూనిట్‌గా వాడుతాం.

$$1 \text{ kwh} = 1 \times 10^3 \times \text{ J/s} \times 60 \times 60 \text{s}$$

$$1 \text{kwh} = 36 \times 10^5 \text{J} = 3.6 \text{ MJ} \text{ (మెగా జౌల్స్)}$$

- సామర్థ్యాన్ని సందర్భోచితంగా కింది విధంగా కూడా రాస్తారు.

$$P = \frac{\text{గతిశక్తి}}{\text{కాలం}} = \frac{1/2\,mv^2}{t} \qquad (5.28)$$

$$P = \frac{\text{స్థితిజ శక్తి}}{\text{కాలం}} = \frac{mgh}{t} \qquad (5.29)$$

ఉదాహరణ 5.7

ఒక ట్రక్కు పంచదార బస్తాలతో నింపబడింది. పంచదార మరియు ట్రక్కుల మొత్తం ద్రవ్యరాశి 1,00,000 కి.గ్రా. ఈ ట్రక్కు వంపు మార్గంలో 700 మీ ఎత్తుగల ఒక పర్వతం పైకి 1 గంటలో వెళ్లగలదు. సామాగ్రిని ఎత్తడంలో ఇంజన్ ఎంత సగటు సామర్థ్యాన్ని ఉత్పత్తి చేయగలదు?

సాధన :

$$W = mgh$$
$$= (100{,}000 \text{ kg}) \times (9.8 \text{ m s}^{-2} \times 700 \text{ m})$$
$$= 9.8 \times 7 \times 10^7 \text{ J}$$
$$= 68.6 \times 10^7 \text{J}$$

$$\text{పట్టిన కాలం} = 1 \text{ hour} = 60 \times 60 \text{ s}$$
$$= 3600 \text{ s}$$

సగటు సామర్థ్యం P = W / t

$$= \frac{68.6 \times 10^7 \text{ J}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 1.91 \times 10^5 \text{ watt}$$

కాని, 746 W = 1 hp అని మనకు తెలుసు.

$$P = \frac{1.91 \times 10^5}{746} = 2.56 \times 10^2 = 256 \text{hp}$$

ఉదాహరణ 5.8

జల విద్యుత్ కేంద్రంలో పడుతున్న నీటిని ఒక శక్తి వనరుగా ఉపయోగించుకుని టర్బైన్, విద్యుత్‌ను ఉత్పత్తి చేస్తుంది. ఒక జల విద్యుత్ కేంద్రంలో 1 సెకను కాలంలో 1000 $\times 10^3$ కిగ్రా నీరు 51 మీ ఎత్తు నుండి పడుతున్నది.

(i) ఆ పడుతున్న నీరువల్ల జరిగిన పని ఎంత?

(ii) ఆదర్శ పరిస్థితుల్లో ఉత్పత్తి చేసిన విద్యుత్ ఎంత?

సాధన:

(i) ఎత్తులో ఉన్నప్పుడు నీటి యొక్క స్థితిశక్తి

$$PE = \text{Work} = mgh$$

$$= (1000 \times 10^3 \text{ kg}) \times (9.8 \text{ms}^{-2}) \times (51 \text{ m})$$

$$PE = W = 500 \times 10^6 \text{ J}$$

(ii) నీరు తన మొత్తం స్థితిశక్తిని కోల్పోతుంది. ఈ మొత్తం శక్తి టర్బైన్ చక్రాలను తిప్పడానికి కావలసిన శక్తిగా మార్పు చెందుతుంది. కాబట్టి, ఒక సెకనులో జరిగిన పని

$$P = \frac{W}{t} = \frac{500 \times 10^6 \text{ J}}{1 \text{s}}$$

$$= 500 \times 10^6 \text{ watt}$$

$$PE = 500 \text{ MW}$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 5.4

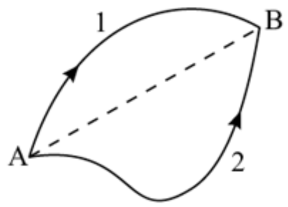
1. 100 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు 10 s కాలంలో 8 m ల ఎత్తుకు ఎత్తబడింది. ఎత్తిన వ్యక్తి యొక్క సామర్థ్యాన్ని లెక్కించండి.
2. 10hp ని కిలోవాట్‌లోకి మార్చండి.

3. 1000 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే కారు 90 kmh^{-1} వడితో ప్రయాణిస్తోంది. బ్రేకులు వేసిన తరువాత అది 15 m ప్రయాణించి ఆగిపోతుంది. బ్రేకులు కలుగజేసిన సగటు బలం ఎంత? బ్రేకులు వేసిన 25 సెకన్లకు కారు ఆగిపోతే బ్రేకుల సగటు సామర్థ్యం ఎంత?

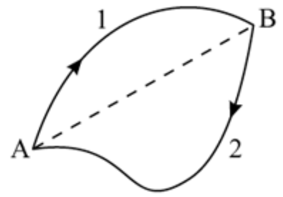
4. కారు యంత్రం ప్రయోగించిన 4000 N బలంతో కారు 72 kmph వడితో కదిలితే, యంత్రం సామర్థ్యం ఎంత?

5.7 నిత్యత్వ, అనిత్యత్వ బలాలు

(a) నిత్యత్వ బలాలు : ఒక వస్తువుపై గురుత్వాకర్షణ బలాలు చేసిన పని ఆ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు నిలువు స్థానభ్రంశాల లబ్ధంపై ఆధారపడి ఉంటుంది అని మీకు తెలుసు. ఒక వస్తువును గురుత్వంలో A అనే బిందువు నుండి B అనే బిందువుకు కదిలిస్తే (పటం 5.13(a)) గురుత్వం చేసిన పని కేవలం ఆ రెండు బిందువుల మధ్య నిటారు దూరంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. A నుండి B బిందువుకు చేరడానికి వెళ్లే మార్గంపై ఆధారపడి ఉండదు. ఈ నియమాన్ని పాటించే బలాన్ని నిత్యత్వ బలం అని అంటారు. గురుత్వాకర్షణ బలం, స్థితిస్థాపక, స్థిరవిద్యుత్ బలం వంటివి నిత్యత్వ బలాలకు కొన్ని ఉదాహరణలు.



(a) వస్తువు A నుండి B కు రెండు వేరు వేరు మార్గాల్లో చలించింది.



(b) A నుండి B కు 1వ మార్గంలో ప్రయాణించిన, 2వ మార్గం వెంబడి వెనకకు తీసుకురాబడింది.

పటం 5.13

ఒక నిత్యత్వ బలం చేసిన పని వస్తువు ప్రయాణించిన మార్గంపై ఆధారపడి ఉండదు. ఇదే నిత్యత్వ బలం ధర్మం. పటం 5.13(a) లో

W_{AB} (1 వెంబడి) = W_{AB}(2 వెంబడి) పటం 5.13b లో కూడా వస్తువు రెండు స్థానాలను చూపబడ్డాయి.

వస్తువు A నుండి Bకు 1వ మార్గంలో చలించి, తిరిగి B నుండి A కు రెండవ మార్గంలో తిరిగి వచ్చింది. నిర్వచనం ప్రకారం 1 వ మార్గం వెంబడి నిత్యత్వ బలం వల్ల జరిగిన పని, 2వ మార్గం వెంబడి నిత్యత్వ బలం వల్ల జరిగిన పనికి సమానం మరియు వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది.

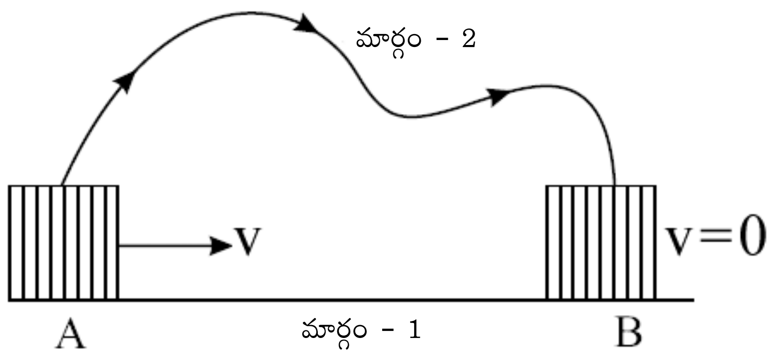
W_{AB} (1వ మార్గం వెంబడి) = $-W_{AB}$(2వ మార్గం వెంబడి)

లేదా $W_{AB} + W_{BA} = 0$

ఈ ఫలితం నిత్యత్వ బలం యొక్క ఒక ముఖ్య ధర్మాన్ని తెలియచేస్తుంది. అది ఏమిటంటే, వస్తువు ఒక సంవృత పథంలో తిరుగుతూ, తిరిగి తన తొలి స్థానానికి చేరుకుంటే, ఆ వస్తువుపై నిత్యత్వ బలంవల్ల జరిగిన పని శూన్యం.

(b) అనిత్యత్వ బలం: ఘర్షణ బలం అనేది అనిత్యత్వ బలానికి ఒక మంచి ఉదాహరణ. పటం 5.14 ఒక గరుకు క్షితిజ సమాంతర తలాన్ని సూచిస్తుంది. ఈ తలంపై m ద్రవ్యరాశిగల ఒక దిమ్మె A బిందువు నుండి v వడితో చలిస్తున్నది.

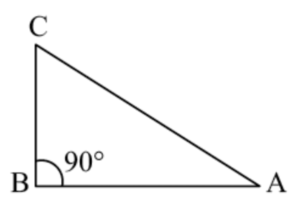
సరళరేఖా మార్గంలో కొంత దూరం ప్రయాణించిన తరవాత, B బిందువు వద్ద దిమ్మె ఆగిపోయింది. ఆ దిమ్మెకు A బిందువు వద్ద గతిశక్తి $E = \frac{1}{2}mv^2$ ను కలిగి ఉంది. B బిందువు వద్ద ఆ దిమ్మె స్థితిశక్తి గాని, గతిశక్తిగాని కలిగి ఉండదు. ఆ దిమ్మె మొత్తం శక్తిని కోల్పోయింది. ఈ శక్తి ఏమయిందో మీకు తెలుసా? అది రూపాన్ని మార్చుకుంది. ఘర్షణ బలానికి వ్యతిరేకంగా పని జరిగింది లేదా ఘర్షణ బలం దిమ్మెపై రుణాత్మక పని చేసింది. ఇక్కడ వస్తువు యొక్క గతిశక్తి వ్యవస్థలో ఉష్ణశక్తిగా మార్పుచెందింది. ఇప్పుడు అంతే గతిశక్తి E కలిగిన దిమ్మెను A నుండి B కు మరొక పొడవైన మార్గం 2 వెంబడి తీసుకువెళ్ళండి. ఇది B బిందువును చేరలేకపోవచ్చు. అది B బిందువు చేరక ముందే ఆగిపోవచ్చు. దీని అర్థం ఏమిటంటే, ఈ మార్గంలో ప్రయాణించటానికి ఎక్కువ పని చేయవలసి వస్తుంది. అంటే ప్రయాణించే మార్గంపై జరిగేపని ఆధారపడి ఉంటుంది.



పటం 5.14 గరుకు క్షితిజ సమాంతర తలంపై ఉన్న ఒక దిమ్మెకు v తొలి వేగం ఇవ్వటంవల్ల అది 1వ మార్గం వెంబడి ప్రయాణించి, B వద్ద నిశ్చలస్థితికి వచ్చింది. ఇది A వద్ద అదే వేగంతో బయలుదేరి 2వ మార్గం వెంబడి ప్రయాణించింది

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 5.5

1. ABC అనేది ఒక త్రిభుజం. ఇక్కడ AB క్షితిజ సమాంతరం మరియు BC లంబం. భూజాల పొడవులు వరసగా $AB = 3$ m, $BC = 4$ m, మరియు $AC = 5$ m, 2 kg ద్రవ్యరాశిగల దిమ్మె A వద్ద నిశ్చలస్థితిలో ఉంది. అయితే ఆ దిమ్మె యొక్క స్థితిశక్తిలోని మార్పు ఎంత?
   - (a) దిమ్మెను A నుండి B కు తీసుకెళ్తే
   - (b) B నుండి C కు తీసుకెళ్తే
   - (c) C నుండి A తీసుకువచ్చినప్పుడు
   - (d) B నుండి C కు కదిలించినప్పుడు గురుత్వాకర్షణ బలం వల్ల జరిగిన పని ఎంత? (ధనాత్మకమా లేదా రుణాత్మకమా?)



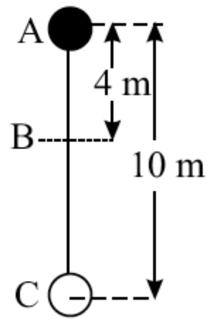
పటం. 5.15

2. భూమి ఉపరితలం నుండి 10 మీ ఎత్తులో A బిందువు వద్ద 0.5 కి్రగా ద్రవ్యరాశిగల బంతి ఉంది. పని-శక్తి సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి కింది ప్రశ్నలను సాధించండి? స్వేచ్ఛా పతనంలో

(a) B బిందువు వద్ద వస్తువు వడి ఎంత?

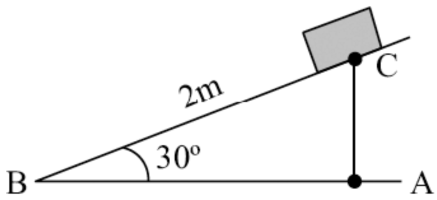
(b) C బిందువు వద్ద వస్తువు వడి ఎంత?

(c) ఆ వస్తువును A నుండి C కు తీసుకురావడానికి గురుత్వాకర్షణ బలంవల్ల జరిగిన పని ఎంత? (సరైన గుర్తును ఇవ్వండి)



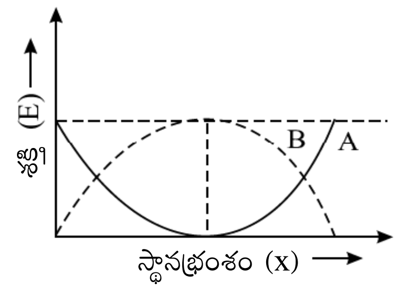
పటం. 5.16

3. ఒక దిమ్మె వాలుతలంపై నుండి కిందకు జారుతుంది. వాలుతలం పొడవు BC = 2 m . ఇది క్షితిజ సమాంతరంతో 30^0 కోణం చేస్తుంది. దిమ్మె ద్రవ్యరాశి 2 కి|గ్రా B బిందువు వద్ద దిమ్మె గతిశక్తి 15.6 J. అనిత్యత్వ బలం (ఘర్షణ బలం) వల్ల నష్టపోయిన స్థితిశక్తి ఎంత? ఘర్షణ బలం యొక్క పరిమాణం ఎంత?



పటం 5.17

4. పటం 5.18 లో సరళహరాత్మక చలనం చేస్తున్న ఒక లఘులోలకం యొక్క శక్తి (E) మరియు స్థానభ్రంశం x ల మధ్య గల వక్రాలు A మరియు B లను సూచిస్తుంది. ఇందులో ఏ వక్రం లోలకం యొక్క స్థితిశక్తిని సూచిస్తుంది. ఎందువల్ల?



పటం 5.18

5. ఒక వ్యవస్థపై అనిత్యత్వ బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు మొత్తం యాంత్రికశక్తి స్థిరంగా ఉంటుందా?

6. నిత్యత్వ బలం వస్తువుపై ధనాత్మక పనిని చేస్తే, వస్తువు స్థితిజ శక్తికి ఏమి అవుతుంది?

5.8 స్థితిస్థాపక, అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు

మన నిత్య జీవితంలో వాహనాల మధ్య, సుత్తి - మేకు మధ్య, బంతి - బ్యాట్ మొదలగు వాటి మధ్య అభిఘాతాలను చూస్తుంటాం. కనిపించే వస్తువుల మధ్యే కాకుండా, కనిపించని పరమాణువులు, కణాలు, కేంద్రకాల మధ్య అభిఘాతాలు జరగడం సర్వసాధారణం.

విశ్లేషణ సరళతరం చేయటానికి రెండు గోళాల మధ్య అభిఘాతం గురించి ప్రారంభిద్దాం. ఇచ్చట ముఖాముఖి అభిఘాతాలు లేదా కేంద్రీయ అభిఘాతాలు తీసుకుందాం. ఈ అభిఘాతాల్లో, అభిఘాతం చెందే వస్తువులు వాటి కేంద్రాలను కలిపి రేఖ వెంబడి చలిస్తాయి. ఈ అభిఘాతాలు రెండు రకాలు.

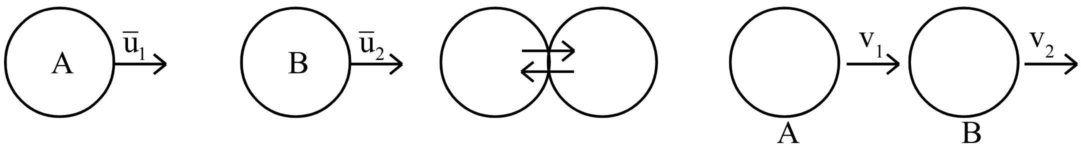
(i) పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు : రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం గతిజశక్తి నిత్యత్వ నియమాన్ని పాటించే అభిఘాతాలు అంటే అభిఘాతానికి ముందు, తరువాత మొత్తం ద్రవ్యవేగం మరియు మొత్తం గతిజశక్తులు మారకుండా ఉంటాయి.

(ii) పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు : ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని పాటించి, గతిజశక్తి నిత్యత్వ నియమాన్ని పాటించని అభిఘాతాలు వీటిలో ఢీకొనే వస్తువులు అభిఘాతం చెందిన తరువాత ఒకదానికి ఒకటి అతుక్కొని, కలసి ఉమ్మడి వేగంతో ప్రయాణిస్తాయి.

ఈ రెండు రకాల అభిఘాతాల్లో శక్తి నిత్యత్వ నియమం పాటించబడుతుంది.

5.8.1 స్థితిస్థాపక అభిఘాతం

m_1, m_2 ద్రవ్యరాశి గల రెండు బంతులు A, B తొలి వేగాలు $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ లతో ప్రయాణిస్తూ, పటం 5.19లో చూపిన విధంగా ఢీకొన్నాయని అనుకుందాం. అభిఘాతం తరువాత వాటి వేగాలు $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$, $u_1 > u_2$ అనుకుందాం.



అభిఘాతానికి ముందు　　　　అభిఘాతానికి తరువాత

పటం 5.19 : స్థితిస్థాపక ముఖాముఖి అభిఘాతం

ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని అనుసరించి, అభిఘాతానికి ముందు మొత్తం ద్రవ్యవేగం = అభిఘాతం తరువాత మొత్తం ద్రవ్యవేగం

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
$$m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (u_2 - v_2) \qquad (5.30)$$

గతిజశక్తి నిత్యత్వ నియమం నుంచి

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_1 \left(u_1^2 - v_1^2\right) = m_2 \left(u_2^2 - v_2^2\right) \qquad (5.31)$$

5.31 సమీకరణాన్ని 5.30 సమీకరణంతో భాగిస్తే

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2 \text{ వస్తుంది.}$$

లేదా
$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1 \qquad (5.32)$$

ఇది అభిగమన సాపేక్ష వేగం, నిగమన సాపేక్ష వేగానికి సమానం అని సూచిస్తుంది.

(5.32) నుంచి

$$v_2 = u_1 - u_2 + v_2 \qquad (5.33)$$

(5.33) ని 5.30 లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(u_1 - u_2 + v_1 - u_2)$$
$$m_1u_1 - m_1v_1 = m_2u_1 + m_2v_1 - 2\ m_2u_2$$
$$v_1(m_1 + m_2) = u_2(m_1 - m_2) + 2\ m_2u_2$$

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2 \qquad (5.34)$$

అదేవిధంగా $v_1 = v_2 + u_2 - u_1$ (5.30) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)u_1 + \left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)u_2 \qquad (5.35)$$

మనం కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలను చూద్దాం.

సందర్భం - I

బంతుల ద్రవ్యరాశులు సమానం అయితే $m_1 = m_2 = m$ (5.32), (5.33) ల నుంచి

$$v_1 = u_2$$
$$v_2 = u_1$$

అంటే బంతులు అభిఘాతం తరువాత తమ వేగాలను పరస్పరం బదిలీ చేసుకొంటాయి.

ఒకవేళ బంతి B నిశ్చల స్థితిలో ఉంటే, $u_2 = 0$.

$$v_1 = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)u_1$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)u_1$$

$m_1 = m_2$ అయితే $v_1 = 0$, $v_2 = u_1$ అవుతుంది.

అంటే, అభిఘాతం తరువాత A నిశ్చల స్థితిలోకి వస్తే, B మాత్రం, అభిఘాతానికి ముందు A కు ఉన్న వేగంతో ముందుకు చలిస్తుంది.

అభిఘాతం తరువాత గతిజ శక్తుల విషయంలో కింది విధంగా చెప్పవచ్చు. A బంతి కోల్పోయిన పూర్తి లేదా పాక్షిక గతిజశక్తి, B బంతి పొందిన గతిజశక్తికి సమానం. కేంద్రక రియాక్టర్లలో న్యూట్రాన్ల వేగాన్ని తగ్గించడంలో ఈ సూత్రాలను అనువర్తిస్తారు.

సందర్భం - II

రెండు విభిన్న ద్రవ్యరాశి కణాల మధ్య అభిఘాతం మరింత ఆసక్తికరంగా ఉంటుంది.

(i) నిశ్చల స్థితిలో ఉండి m_1 కంటే m_2 చాలా ఎక్కువగా ఉన్న సందర్భంలో

$$m_2 >> m_1 \qquad u_2 = 0$$

m_2 తో పోల్చితే m_1 ద్రవ్యరాశిని ఉపేక్షించవచ్చు.

$$v_1 = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)u_1 = -u_1 \; (\because m_1 \simeq 0\, m_1 + m_2 \simeq m_2)$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)u_1$$

$$v_2 = 0 \left(\because \quad m_1 << m_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0 \right)$$

అభిఘాతం తరువాత బరువైన కణం నిశ్చల స్థితిలోనే కొనసాగితే తేలికైన కణం తన తొలివేగం తోనే వెనక్కి తిరుగుతుంది.

ఈ సందర్భానికి ఉదాహరణ, బాలుడు బంతిని గోడకేసి కొట్టడం.

పరమాణు భౌతికశాస్త్రంలో ఈ అనువర్తనాలను చూడవచ్చు. ఉదాహరణకు α - కణం బరువైన యురేనియం లాంటి కేంద్రకాన్ని ఢీ కొట్టడంలో చూడవచ్చు.

5.8.2 ప్రత్యావస్థాన గుణకం (e)

రెండు వస్తువులు పరస్పరం విడిపోయే (నిగమన), సమీపించే (అభిగమన) సాపేక్ష వేగాల నిష్పత్తిని ప్రత్యావస్థాన గుణకం అంటారు.

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \qquad (5.36)$$

ఇక్కడ u_1, u_2 లు రెండు వస్తువుల తొలి వేగాలు; v_1, v_2 లు అభిఘాతం తరువాత వాటి తుది వేగాలు

e కి ప్రమాణాలు, మితులు లేవు.

అభిఘాతం చెందే వస్తువుల స్వభావంపై 'e' ఆధారపడుతుంది. పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి $e = 1$; పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి $e = 0$ కాని e ప్రయోగాత్మక విలువ 0, 1 మధ్య ఉంటుంది..

5.8.3 ప్రత్యావస్థాన గుణకాన్ని నిర్ధారించుట

రెండు పదార్థాల మధ్య ఉండే ప్రత్యావస్థాన గుణకాన్ని నిర్ధారించుటకై అందులో ఒకదాన్ని బంతి రూపంలో మరొక దాన్ని పలక రూపంలో తీసుకోవాలి. పలకపై బంతిని h_1 ఎత్తు నుంచి వదలాలి. అభిఘాతం తరువాత బంతి h_2 ఎత్తుకు లేస్తుందని అనుకోండి.

అప్పుడు, ప్రత్యావస్థన గుణకం $e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$ (5.37)

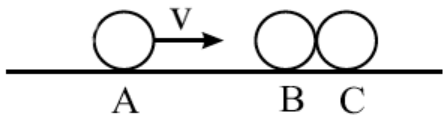
పాఠంలోని ప్రశ్నలు 5.6

1. రెండు దృఢ వస్తువులు అభిఘాతం చెందాయి. వాటిలో ఒకటి నిశ్చలస్థితిలో ఉంది.

   (a) అభిఘాతం తరవాత రెండు వస్తువులు నిశ్చలస్థితిలో ఉండే అవకాశం ఉందా?

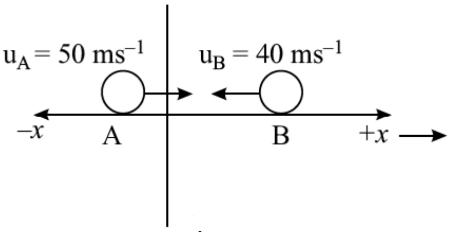
   (b) అభిఘాతం తరవాత వాటిలో ఒకటి నిశ్చల స్థితిలో ఉండే అవకాశం ఉందా?

2. ఇక్కడ చూపిన విధంగా ఒక రేఖపై ఒకే విధంగా ఉన్న మూడు బంతులు A, B, C లు గల వ్యవస్థ ఉంది. B మరియు Cలు నిశ్చలస్థితిలో కలసి ఉన్నాయి. A అనే బంతి vవేగంతో చలిస్తూ B తో ముఖాముఖి అభిఘాతం చెందింది. అభిఘాతం తరవాత A, B, C ల విడివిడి వేగాలు ఎంత? వివరించండి.



పటం 5.20

3. 2 kg ద్రవ్యరాశిగల A అనే బంతి 4 kg ద్రవ్యరాశిగల B అనే వస్తువుతో ముఖాముఖి అభిఘాతం జరిపింది. A + x అక్షం దిశలో 50 ms^{-1} వడితోను, B, –x అక్షం దిశలో 40 ms^{-1} వడితోను చలిస్తున్నాయి. అభిఘాతం తరవాత A మరియు Bల యొక్క వేగాలు ఎంత? ఈ అభిఘాతం స్థితిస్థాపక అభిఘాతం.



పటం 5.21

4. 1 కి|గ్రా ద్రవ్యరాశిగల తుపాకి గుండు పేల్చబడింది. మరియు ఇది నిశ్చల స్థితిలోగల 1 kg ద్రవ్యరాశిగల చెక్క దిమ్మెలో చొచ్చుకుపోయింది. అభిఘాతానికి ముందు తుపాకీ గుండు వేగం 90 ms^{-1}.
   (a) అభిఘాతం తరవాత ఆ వ్యవస్థ యొక్క వేగం ఎంత?
   (b) అభిఘాతం ముందు తరవాత గతిశక్తులను లెక్కించండి.
   (c) ఇది స్థితిస్థాపక అభిఘాతమా? లేదా అస్థితిస్థాపక అభిఘాతమా?
   (d) ఈ అభిఘాతంలో ఎంత శక్తి నష్టపోయింది?
5. రెండు బంతుల మధ్య స్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో, అభిఘాతం తరవాత ప్రతి బంతి గతిశక్తి మార్పు చెందుతుందా?
6. రెండు బంతులు పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి లోనైతే, అభిఘాతం తరువాత వాటి సాపేక్ష వేగం ఎంత?
7. స్థితిస్థాపక అభిఘాతంతో ముడిపడిన బలాలు ఏ స్వభావాన్ని కలిగి ఉంటాయి?
8. ఏ తరహా అభిఘాతంలో, యాంత్రిక శక్తి ఇతర శక్తి రూపాల్లోకి మారుతుంది?
9. ఒక బంతి కొంత ఎత్తు నుండి కింద పడి భూమిని తాకి తిరిగి పైకి లేస్తుంది. ఈ ప్రక్రియలో రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని వివరించే అంశం ఏమిటి?

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- ఒక స్థిరబలం F వల్ల జరిగిన పని

$$W = \bar{\mathbf{F}} . \bar{\mathbf{S}} = FS\cos\theta$$

ఇక్కడ θ అనేది $\bar{\mathbf{F}}$, $\bar{\mathbf{S}}$ ల మధ్యగల కోణం. పని యొక్క ప్రమాణం జౌల్. పని అనేది అదిశరాశి.

- పని అనేది సంఖ్యాత్మకంగా F మరియు x లకు గీసిన గ్రాఫ్ కింది వైశాల్యానికి సమానం.

- హుక్ నియమాన్ని పాటిస్తున్న స్థితిస్థాపక బలంవల్ల జరిగిన పని $W = \frac{1}{2}kx^2$. ఇక్కడ k స్థితిస్థాపక వస్తువు (స్ప్రింగ్) యొక్క బల స్థిరాంకం. ఇక్కడ బాహ్య బలం స్ప్రింగ్‌పై పనిచేస్తే జరిగిన పని W గుర్తు ధనాత్మకం. స్ప్రింగ్‌లో ఏర్పడే పునఃస్థాపక బలం చేసే పని రుణాత్మకం. x అనేది స్ప్రింగ్ యొక్క సంపీడనం లేదా వ్యాపనం.

- k యొక్క ప్రమాణాలు Nm^{-1}

- వ్యవస్థ యొక్క యాంత్రిక శక్తి రెండు రూపాల్లో ఉంటుంది. (i) గతిశక్తి మరియు (ii) స్థితిశక్తి.

- చలించే వస్తువుకు గతిజశక్తి ఉంటుంది. అది

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

- వస్తువు స్థానం, విన్యాసం వల్ల కలిగే శక్తి స్థితిజ శక్తి. గురుత్వ స్థితిజశక్తి PE = mgh.

- శక్తి అదిశరాశి, పని ప్రమాణాలే, శక్తికి కూడ ప్రమాణాలు.

- m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు v వడితో చలిస్తుంటే, దాని గతిశక్తి $E = \frac{1}{2}mv^2$. ఇది ఒక అదిశరాశి.

- **పని-శక్తి సిద్ధాంతం** ఈ నిర్వచనం ప్రకారం అన్ని బలాల వల్ల జరిగిన మొత్తం పని వస్తువు యొక్క గతిశక్తిలోని మార్పుకు సమానం.

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

పని జరిగే రేటును సామర్థ్యం అంటారు. P = W/t దీని ప్రమాణం జౌ/సె అంటే, వాట్ (W).

- ఒక కణంపై నిత్యత్వ బలం వల్ల జరిగిన పని, ఆ కణం యొక్క యాంత్రికశక్తిలోని మార్పుకు సమానం అంటే గతిశక్తిలోని మార్పు + స్థితిశక్తిలోని మార్పు. మరొక విధంగా చెప్పాలంటే నిత్యత్వ బలాల పరిధిలో యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వం అవుతుంది.

$$\Delta E = (\Delta E)_{KE} + (\Delta E)_{PE}$$

- వస్తువు యొక్క సంవృత పథానికి, నిత్యత్వ బలంవల్ల ఆ వస్తువుపై జరిగిన పని శూన్యం (వస్తువు తిరిగి తన తొలి స్థానానికి చేరుకుంటే)

- నిత్యత్వ బలంవల్ల జరిగిన పని వస్తువు ప్రయాణించిన మార్గంపై ఆధారపడదు. ఇది కేవలం వస్తువు యొక్క తొలి మరియు తుది స్థానాలపై మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది.
- అనిత్యత్వ బలం చేసిన పని ప్రయాణం చేసిన మార్గంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఇందులో మొత్తం యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వం.
- స్ప్రింగ్‌లో సంపీడనం లేదా వ్యాపనం వల్ల స్ప్రింగ్‌లో నిల్వ ఉన్న శక్తిని స్థితిస్థాపక స్థితిశక్తి అని అంటారు. దీని $PE_{elastic} = \frac{1}{2}kx^2$ ఇక్కడ k స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం మరియు x స్థానభ్రంశం..
- ఒక వియుక్త వ్యవస్థలో శక్తిని ఒక రూపం నుండి మరొక రూపానికి మార్చవచ్చు. కాని దీనిని సృష్టించలేం, నాశనం చేయలేము. మొత్తం శక్తి ఎప్పుడూ స్థిరంగా ఉంటుంది. దీన్నే శక్తి నిత్యత్వ నియమం అంటారు.
- అన్ని రకాల అభిఘాతాల్లో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం పాటించబడుతుంది.
- స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలలో గతిశక్తి నిత్యత్వం అవుతుంది. కాని అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలలో గతిశక్తి నిత్యత్వం కాదు.
- శక్తి నిత్యత్వ నియమాన్ని అన్ని రకాల అభిఘాతాలు పాటిస్తాయి.
- నిగమన, అభిగమన సాపేక్ష వేగాల నిష్పత్తిని ప్రత్యావస్థాన గుణకం (e) అంటారు.

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1}$$

- పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి $e = 1$

  పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి $e = 0$
- e ప్రాయోగాత్మక విలువలు 0 మరియు 1 మధ్య ఉంటాయి.

ముగింపు అభ్యాసం

1. రెండు కణాల గతిశక్తులు సమానం అయితే, వాటి ద్రవ్యవేగాలు కూడా సమానం అవుతాయా? వివరించండి.
2. చలనంలో ఉన్న ఒక కణం, నిశ్చల స్థితిలో గల మరొక కణంతో అభిఘాతం చెందింది. అభిఘాతం తరవాత రెండు కణాలు నిశ్చలస్థితిలో ఉండే అవకాశం ఉందా?
3. ఒక వ్యవస్థపై అనిత్యత్వ బలాలు (దుర్వ్యయ బలాలు) పనిచేస్తున్నప్పుడు, ఆ వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరంగా ఉంటుందా?
4. ఒక పిల్లవాడు ఒక బంతిని 20 ms^{-1} వేగంతో నిట్టనిలువుగా పైకి ప్రక్షిప్తం చేసాడు.

   (a) ఏ బిందువు వద్ద గతిశక్తి గరిష్ఠం?

   (b) ఏ బిందువు వద్ద స్థితిశక్తి గరిష్ఠం?

5. 3 kg ద్రవ్యరాశిగల ఒక దిమ్మె $20 m\ s^{-1}$ వేగంతో చలిస్తూ, $1200\ N\ m^{-1}$ స్ప్రింగ్ స్థిరాంకంగల ఒక స్ప్రింగ్‌తో అభిఘాతం చెందింది. స్ప్రింగ్‌లోని గరిష్ఠ సంపీడనాన్ని లెక్కించండి.

6. 5వ ప్రశ్నలో దిమ్మె యొక్క గతిశక్తి, స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితిస్థాపక స్థితిశక్తికి రెట్టింపు అయిన సందర్భంలో, స్ప్రింగ్‌లో సంపీడనం ఎంత ఉంటుంది?

7. ఒక విద్యుత్ బల్బు సామర్థ్యం 60 W. ఆ విద్యుత్ బల్బును రోజుకు 12 గంటల పాటు వెలిగిస్తే, 30 రోజుల్లో ఆ బల్బు వినియోగించిన విద్యుత్ శక్తి ఎంత?

8. ప్రతి సెకనుకు 1000 kgల ద్రవ్యరాశిగల నీరు 120 m. ఎత్తు నుండి పడుతున్నది. ఈ పడుతున్న నీటి శక్తిని విద్యుత్‌శక్తి జనింపచేయటానికి ఉపయోగిస్తున్నారు. శక్తి నష్టం లేదని ఊహించి, విద్యుత్ జనకం యొక్క సామర్థ్యాన్ని లెక్కించండి.

9. ఒక హైవే పై 1200 kg ల ద్రవ్యరాశి గల ఒక కారు వడి $90\ km\ h^{-1}$. దాని డ్రైవర్ కారును ఆపుటకు బ్రేకులను ప్రయోగించాడు. ఆ కారు మూడు సెకన్లలో నిశ్చల స్థితికి వచ్చింది. బ్రేకుల యొక్క సగటు సామర్థ్యాన్ని లెక్కించండి.

10. 400 g ద్రవ్యరాశి గల ఒక బంతి $5\ ms^{-1}$ వడితో చలిస్తూ నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న 600 g ద్రవ్యరాశిగల గోళంతో ముఖాముఖి అభిఘాతం చెందింది. అభిఘాతం తరవాత గోళం వడిని లెక్కించండి.

11. 10 g ద్రవ్యరాశిగల ఒక తుపాకీ గుండు $500\ ms^{-1}$ తొలివేగంతో పేల్చబడింది. ఇది నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న 20 kg ల ద్రవ్యరాశిగల చెక్క దిమ్మెను ఢీకొని, దిమ్మెలోకి చొచ్చుకొనిపోయింది.

(a) అభిఘాతం తరవాత దిమ్మె వేగాన్ని లెక్కించండి.

(b) ఈ అభిఘాతంలో శక్తి నష్టం ఎంత?

12. 6 kgల ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు క్షితిజ సమాంతర తలంపై నిశ్చలస్థితిలో ఉంది. 15 N పరిమాణం గల ఒక క్షితిజ సమాంతర బలం ఆ వస్తువుపై స్థిరంగా ప్రయోగించబడింది. ఆ వస్తువు 10 s కాలంలో 100 m దూరం ప్రయాణించింది.

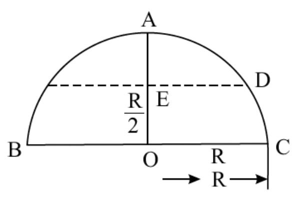
(a) ప్రయోగించిన బలం చేసిన పని ఎంత?

(b) 10 సెకన్ల తరవాత ఆ దిమ్మె గతిజశక్తి ఎంత?

(c) ఘర్షణ బలం యొక్క పరిమాణం మరియు దిశ ఏమిటి (ఒక వేళ ఏమైనా ఉంటే)

(d) వస్తువు చలిస్తున్నప్పుడు నష్టపోయిన శక్తి ఎంత?

13. నేలపై బోర్లించిన అర్థగోళాకారపు కప్పుపైA, B, C మరియు D అనేవి నాలుగు బిందువులు. వ్యాసం BC = 50 cm A బిందువు వద్ద 250 g ద్రవ్యరాశిగల కణం నిశ్చలస్థితిలో ఉండి, కప్పు యొక్క నునుపైన తలం వెంబడి కిందకు జారింది. ఇప్పుడు



(a) B బిందువు పరంగా A బిందువు వద్ద స్థితిశక్తి ఎంత?

(b) B బిందువు వద్ద వడి (అట్టడుగు బిందువు)

(c) D బిందువు వద్ద గతి మరియు స్థితిశక్తులు లెక్కించండి.

దిమ్మె యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వం అవుతుంది అని నీవు కనుగొనగలవా? ఎందువల్ల?

14. ఒక స్ప్రింగ్ యొక్క బల స్థిరాంకం 400 N/m^{-1}. (a) 6.0 cm వరకు (b) x = 4.0 cm నుండి x = 6.0 cm వరకు, (x = 0 స్ప్రింగ్ విరామస్థానం) స్ప్రింగ్‌ను సాగదీయడానికి చేయవలసిన పని ఎంత?

15. ఒక కారు ద్రవ్యరాశి 1000 kg. ఇది నిశ్చల స్థితి నుండి బయలుదేరి 3.0 సెకన్లల్లో 15 ms^{-1} వడిని పొందింది. అయితే

    (a) ఇంజన్ సగటు సామర్థ్యం

    (b) ఇంజన్ వల్ల కారుపై జరిగిన పనిని లెక్కించండి.

16. 2 m/s వడితో ప్రయాణిస్తున్న 0.6 kg ద్రవ్యరాశి గల బంతి, నిశ్చల స్థితిలోని 0.8 kg బంతిని ఢీకొట్టింది. ఈ అభిఘాతం పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతం అయితే బంతుల తుదివేగాలను కనుక్కోండి.

17. 0.2 kg ద్రవ్యరాశితో ఉండే బంతిని సమతలంపై 1 m ఎత్తు నుంచి జారవిడిచారు. అభిఘాతం తరువాత బంతి 0.64 m. ఎత్తుకు లేచింది. బంతి, సమతలాల మధ్య ప్రత్యావస్థాన గుణకం ఎంత?

18. నిశ్చల స్థితిలోని బాంబు 1 kg, 2 kg ద్రవ్యరాశులు గల రెండు ముక్కలుగా పేలిపోయింది. చిన్న ముక్క వడి 200 ms^{-1} అయితే, రెండవ ముక్క వడి ఎంత?

19. ఒక మెషిన్‌గన్ నిమిషానికి 240 బుల్లెట్లను పేల్చుతుంది. ఒక్కొక్క బుల్లెట్ వేగం 500 ms^{-1}. గన్ను సామర్థ్యం 2.5 kW అయితే బుల్లెట్ ద్రవ్యరాశి ఎంత?

20. 70 kg ద్రవ్యరాశిని కలిగిన ప్రయాణికుడు తలపై 30 kg ద్రవ్యరాశి గల బ్యాగ్‌ను మోస్తూ రైల్వే ప్లాట్‌ఫాంపై ఉన్న బ్రిడ్జి మెట్లను ఎక్కుతున్నాడు. ఒక్కొక్కటి 30 cm ఎత్తున్న 30 మెట్లను అధిరోహించడంలో, గురుత్వానికి వ్యతిరేకంగా అతను చేసిన పనిని లెక్కించండి. ($g = 10ms^{-2}$)

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

5.1

1. కణం యొక్క చలన దిశకు బలం ఎప్పుడూ లంబదిశలో పనిచేస్తుంది. కాబట్టి ఈ బలం వల్ల పని జరగలేదు.

   $W = FS \cos \theta$

   $W = FS \cos 90° = 0$

2. (a) బలం ప్రయోగించినా స్థానభ్రంశం శూన్యం అయినప్పుడు

   ఉదా: బాలుడు కోట గోడను కదిలించే ప్రయత్నం చేస్తే

   (b) బలం, స్థానభ్రంశాల మధ్య కోణం (θ) 180° – 270° మధ్య ఉన్నది.

   ఉదా: ఘర్షణ వలన జరిగే పని

(c) $\theta < 90°$.

ఉదా: ఫుట్‌బాల్ ఆటగాడు బంతిని గోల్ చేసేందుకు తన్నినప్పుడు

3. (a) W = mgh = + 98J

(b) W = mgh = – 98J

4. $\mathbf{F} = \left(2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}\right)\text{N},\ S = \left(-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$

$$W = F.S = \left(2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}\right).\left(-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$= 2 \times -1\left(\hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{i}}\right) + 3 \times 2\left(\hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$= \left(2 \times -1\right) + \left(3 \times 2\right)$$

$$W = -2 + 6 = 4$$

$$W = 4J$$

5. $F = \left(5\hat{i} + 3\hat{j}\right)\text{N};\ \overline{\mathbf{S}} = \left(3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$

(a) $|S| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\,\text{m}$

(b) $|F| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} = 5.83\,\text{N}$

(c) $W = \overline{\mathbf{F}}.\overline{\mathbf{S}} = \left(5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}\right).\left(3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}}\right)$

$$= 15 + 12 = 27$$

$\therefore \quad W = 27\,J$

5.2

1. ప్రమాణ స్థానభ్రంశానికి గల పునఃస్థాపక బలాన్ని స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం అని నిర్వచిస్తారు. దానిని Nm^{-1} ప్రమాణాల్లో కొలుస్తారు.

2. $k = \dfrac{10\,\text{N}}{10^{-2}\,\text{m}} = 1000\,\text{Nm}^{-1}$

$F = kx$ కాబట్టి, $x = 5\text{ cm} = 5 \times 10^{-2}\text{ m}$

$$F = 1000 \times 5 \times 10^{-2}$$

$$F = 50\text{ N}$$

3. బలం చేసిన పని.

5.3

1. గతిశక్తి $K = \frac{1}{2}mv^2$ ఇది ఎప్పటికి రుణాత్మకం కాదు. ఎందువల్ల అంటే, m మరియు v^2 లలో ఏదీ రుణాత్మకం కాదు కనుక.

2. (a) KE 4 రెట్లవుతుంది.

   (b) KE సగం అవుతుంది.

3. గతిశక్తి $PE = \frac{1}{2}4x^2 = 3.6J$

$$x^2 = \frac{2 \times 3.6}{k} = \frac{2 \times 3.6}{180} = 0.04\,m$$

$$x = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}.$$

4. – 375J

5.4

1. $PE = mgh = 100 \times 9.8 \times 8$

   $t = 10$ s

   సామర్థ్యం $= \frac{mgh}{t} = \frac{100 \times 9.8 \times 8}{10}\,W = 784\,W$

2. $10\,hp = 10 \times 746\,watts = \frac{10 \times 746}{1000}$ కిలోవాట్లు

$$= 7.46 \text{ KW}$$

3. $v^2 - u^2 = 2as \;\; u = 0; \;\; u = 90\,km/h = 25\,ms^{-1}$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{25 \times 25}{2 \times 15} = 20.83\,ms^{-2}$$

$$F = ma = 1000 \times 20.83 = 20830 \text{ N}.$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{20830}{25} = 12498\,W$$

4. $P = F.V = 4000 \times \left(\frac{\overset{4}{\cancel{72}} \times 5}{\cancel{18}} \text{m/s} \right)$

$= 4000 \times 20 = 80000 = 80 \text{ KW}$

5.5

1. (a) స్థితిశక్తిలో మార్పు ఉండదు.

   (b) స్థితిశక్తిలోని మార్పు $mgh = 2 \times 9.8 \times 4 = 78.4 \text{ J}$

   (c) స్థితిశక్తిలో మార్పు ఉండదు. $\Delta PE = 78.45$

   (d) -78.4 J

2. (a) స్థితిశక్తిలో మార్పు $\Delta PE = mgh = 0.5 \times 9.8 \times 4 = 19.6\text{J}$

   B వద్ద గతిశక్తి $KE = \frac{1}{2}mv^2 = 19.6\text{J}$

   $v^2 = \frac{19.6 \times 2}{0.5} = 78.4$

   $v = \sqrt{78.4} = 8.85\text{ms}^{-1}$

   (b) $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14\text{ms}^{-1}$

   (c) $W = mgh = +49 \text{ J}.$

3. $BC = 2\text{m} \; ; \sin 30° = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{2}$

   $AC = 2\sin 30° = 2 \times \frac{1}{2} = 1\text{m}$

   C నుండి B వరకు స్థితిశక్తిలోని మార్పు $= mgh = 2 \times 9.8 \times 1 = 19.6 \text{ J}$

   కాని B వద్ద గతిశక్తి $= 15.6 \text{ J}$

   శక్తి నష్టం $= (19.6 - 15.6) \text{ J} = 4 \text{ J}.$

   ఘర్షణ బలం వల్ల శక్తిలో ఈ నష్టం వస్తుంది.

   $4 \text{ J} = F \times S = F \times 2$

   $F = 2\text{N}.$

4. సామాన్య లోలకం గుండు కంపిస్తున్నప్పుడు, $x = 0$ వద్ద గరిష్ఠగతి శక్తిగనూ (KE) $x = x_m$ వద్ద కనిష్ఠంగనూ ఉంటుంది. స్థితిశక్తి (PE) $x = 0$ వద్ద కనిష్ఠంగాను $x = x_m$ వద్ద గరిష్ఠంగాను ఉంటుంది. అందువల్ల A వక్రం PE ని సూచిస్తుంది.

5. కాదు

6. స్థితిజ శక్తి PE తగ్గుతుంది. $du = -fdx$

$$U_f - U_i = -dW$$

5.6

1. (a) కాదు, ఎందుకంటే, ఇది రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమానికి విరుద్ధంగా వెళ్తుంది.

   (b) అవును.

2. $v_A = 0$; $v_B = 0$; $v_c = v$

   ఈ షరతు కేవలం (1) రేఖీయ ద్రవ్యవేగం (2) మొత్తం గతిశక్తుల నిత్యత్వ నియమాలను మాత్రమే సంతృప్తిపరుస్తుంది.

3. 5.34 & 5.35 సమీకరణం నుండి

$$v_A = -35ms^{-1}$$

$$v_B = 20\,m/s$$

4. (a) $1.76\ ms^{-1}$ (b) 81 J and 1.58 J

   (c) అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం (d) 79.42 J

5. అవును

6. శూన్యం

7. నిత్యత్వ బలాలు

8. అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం

9. బంతి, భూమి; ఎత్తు నుండి పడిన బంతి భూమిని తాకి తిరిగి పైకి లేస్తుంది.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

1. సమానం కాదు. $KE = \frac{p^2}{2m}$; $KE_1 = KE_2$

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_2^2}{2m_2} \Rightarrow p_1 \neq p_2 \text{ as } m_1 \neq m_2$$

2. సాధ్యం కాదు

3. స్థిరం కాదు

4. (a) తొలి బిందువు వద్ద

   (b) గరిష్ట ఎత్తు వద్ద

5. $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$

$$3 \times (20)^2 = 1200 \times x^2$$

$$3 \times 400 = 1200x^2 \Rightarrow x = 1m$$

6. 0.707 m

7. $P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt$

$$= 60 \times 30 \times 12 \times 60 \times 60 \text{ joules}$$

$$E = \frac{60 \times 30 \times 12 \times 60 \times 60}{36 \times 10^5} KWh$$

$= 21.6$ KWh $= 21.6$ యూనిట్లు.

8. $P = \frac{mgh}{t} = \frac{1000 \times 9.8 \times 120}{1} = 1176000 \, J/s$

$\simeq 1.2$ మెగా వాట్

9. $W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1200 \times \left(\frac{90 \times 5}{18}\right)^2$

$$= \frac{1}{2} \times 1200 \times (25)^2$$

$$= 600 \times 625 = 375000 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{375000}{3} = 125000\,W$$

$$= 125\ KW.$$

10. $$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 = \frac{(-200)}{1000} \times 5 = -1\ m/s$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 = \frac{(2 \times 400)}{1000} \times 5\ ms^{-1} = 4\,ms^{-1}$$

11. (a) $m_1 u_1 = (m_1 + m_2)v$

$$v = \frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2} = \frac{10^{-2} \times 500}{10^{-2} + 20} = \frac{5}{20 + 0.01}\ ;\ 0.25\,ms^{-1}$$

(b) $\Delta KE = \frac{1}{2}\left[m_1 u_1^2 - (m_1 + m_2)v^2\right] = 1249.4J$

12. (a) 500 J

(b) 1200 J

(c) 3 N, చలన దిశకు వ్యతిరేకంగా

(d) 300 J

13. (a) mgh = 0.625 J

(b) $PE = \frac{1}{2}mv^2$

(c) 0.313 J

14. (a) k = 400 n/m $W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times (0.06)^2$

(b) $W = \frac{1}{2}\left[x_2^2 - x_1^2\right] = 0.4\ J$

15. (a) $$W = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{t} = \frac{1}{2} \times \frac{1000 \times 15 \times 15}{3} = 37.5\,kW$$

(b) $W = p \times t = 1.125 \times 10^5\ J$

16. $v_1 = 0.28\,m/s \quad v_2 = 1.72\,m/s$

(సూచన : $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$; $u_1 - u_2 = v_1 - v_2$)

17. $e = 0.8 \left(\because \quad e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \right)$

18. $-100\,m/s \left(0 = m_1v_1 + m_2v_2\right)$

19. $m = 5g \left(\because \quad P = \frac{\frac{1}{2}mnv^2}{t} \right)$

20. $W = (m_1 + m_2)\ gh$

$= 100 \times 10 \times \left(0.3\,m\right) \times 30$

$= 1000 \times 9$

$= 9$ KJ

6

కణాల వ్యవస్థ, భ్రమణ చలనం

పరిచయం

ఇప్పటివరకు మీరు ఒక వస్తువు చలనం గురించి మాత్రమే నేర్చుకున్నారు. సాధారణంగా దీనిని బిందురూప లేదా ఒక్క కణం ద్రవ్యరాశిగా తీసుకుంటారు. యాంత్రికశాస్త్ర నియమాలను నేర్చుకొనేటప్పుడు ఈ సూక్ష్మీకరణం ఎంతగానో ఉపయోగపడుతుంది. కాని నిజ జీవితంలో వస్తువు అనేక కణాలతో నిండి ఉంటుంది. ఒక చిన్న గులకరాయి అనేక మిలియన్ల కణాలను కలిగి ఉంటుంది. అపుడు ప్రతీ కణానికి సమీకరణాలు రాయాలా? లేక ఏదన్నా సులభమైన మార్గం ఉందా? ఈ ప్రశ్నకు సమాధానాన్ని కనుగొనే ప్రక్రియలో మీరు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం (centre of mass) మరియు స్థానాంతర చలనంలో ద్రవ్యరాశి పాత్రను భ్రమణ చలనంలో నిర్వహించే, జడత్వ భ్రామకం గురించి తెలుసుకుంటారు.

అలాగే భౌతికశాస్త్రంలో మరో ముఖ్యమైన భావనైన కోణీయ ద్రవ్యవేగం గురించి కూడా చదువుతారు. భ్రమణవ్యవస్థ మీద బాహ్యబలాలు పనిచేయనపుడు దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వమవుతుంది. ఇది భౌతికశాస్త్రంలో చాలా ముఖ్యమైన భావన. ఈతగాళ్ళు డైవింగ్ బల్ల నుంచి నీటిలోకి డైవ్ చేస్తూ పల్టీలు ఎలా కొట్టగలరో అర్థం చేసుకోవడానికి ఉపకరిస్తుంది.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరవాత ఈ కింది విషయాలను తెలుసుకొంటారు.

- దృఢ వస్తువును, ఇతర వస్తువుల నుంచి వేరు చేయుట
- దృఢ వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, గురుత్వ కేంద్రాలను నిర్వచించుట
- దృఢ వస్తువుకు ఉండే చలనాలను వివరించగలగడం
- స్థానాంతర చలనం, భ్రమణ చలనాల మధ్య తేడాను గుర్తించడం.
- జడత్వ భ్రామకం నిర్వచనం, సమాంతరాక్ష మరియు లంబాక్ష సిద్ధాంతాల నిర్వచనాలు.
- టార్క్‌ను నిర్వచించి అది ఏర్పరచే భ్రమణ దిశను కనుగొనడం.
- దృఢ వస్తువు గమనానికి సమీకరణాలు రాయగలగడం.
- కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వనియమం తెలియజేయడం.
- వాలుతలం మీద గమనంలో ఉన్న దృఢవస్తువు పొందిన అంతిమ వేగాన్ని లెక్కించడం.

6.1 దృఢ వస్తువు

ఇంతకు ముందు చెప్పుకొన్నట్టుగా బిందు ద్రవ్యరాశి అనేది సరళత కొరకు తీసుకొన్నదే. కాని, నిజానికి అన్ని వస్తువులకు కొంత పరిమాణం ఉంటుంది. వీటినే విస్తృత వస్తువులు అంటారు. రెండు విస్తృత వస్తువులు పరస్పరం చర్యలో పాల్గొన్నప్పుడు, వాటి పరిమాణాల కంటే, వాటి మధ్య దూరం చాలా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు పరిమాణాలను ఉపేక్షించి, వాటిని బిందు ద్రవ్యరాశులుగా పరిగణిస్తాం. గ్రహాలు, నక్షత్రాలు ఇతర ఖగోళ వస్తువుల పరిమాణం చాలా ఎక్కువైనప్పటికీ వాటి మధ్య ఉండే అధిక దూరం వల్ల వాటిని బిందు ద్రవ్యరాశు లుగానే పరిగణిస్తాం. వస్తువు ఒక అక్షం చుట్టూ భ్రమణం చెందేటప్పుడు, దాని పరిమాణాన్ని పరిగణించడం ముఖ్యం. ఫుట్‌బాల్ లాంటి పెద్ద వస్తువులను పరిగణించినప్పుడు 'ద్రవ్యరాశి కేంద్రం' చే వాటిని సూచిస్తాం. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం అనేది ఫుట్‌బాల్‌లోని అన్ని ద్రవ్యకణాలకు ప్రతినిధి.

భ్రమణ చలనం చేసే వస్తువును ఒక కణాల వ్యవస్థగానే పరిగణిస్తాం.

విస్తృత వస్తువును దృఢ వస్తువుగా పరిగణించడం ఒక ఆదర్శభావన. నిజానికి మన సామీప్యంలో ఎలాంటి దృఢ వస్తువులు లేవు. వస్తువుపై అధిక పరిమాణంలో బలాన్ని ప్రయోగించినప్పటికీ, దాన్లోని ఏ రెండు బిందువుల మధ్య సాపేక్ష దూరం మారకుండా ఉంటే దాన్ని "దృఢ వస్తువు" అంటారు. విరూపణ బలం ప్రయోగించినప్పటికి వస్తువు ఆకారం, పరిమాణాల్లో ఏలాంటి మార్పులు రాని వస్తువు "దృఢ వస్తువు" కాని ఎన్నో వస్తువులను, దాని విరూపణాన్ని ఉపేక్షించి, దృఢ వస్తువులుగానే పరిగణిస్తాం. ఉదా: క్రికెట్ బంతి, స్టీలు చక్రం, భూమి, చంద్రుడు. బకెట్‌లో ఉన్న నీటిని దృఢ వస్తువుగా భావించవచ్చా? బకెట్‌ను కదలిస్తే దానిలోని నీటి ఆకారం మారుతుంది కనుక బకెట్‌లో ఉన్న నీరు దృఢ వస్తువు కాదు.

దృఢ వస్తువు గురించి మీరు ఏం నేర్చుకున్నారో పరిశీలించుకోండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 6.1

1. ఒక ఫ్రేము ఆరు కడ్డీలతో తయారైంది. ఆ కడ్డీలు ఒక దానికొకటి గట్టిగా అతకబడి ఉన్నాయి. ఈ వ్యవస్థను దృఢ వస్తువుగా భావించవచ్చా?
2. ఇసుక కుప్పను దృఢ వస్తువుగా భావించవచ్చా? మీ సమాధానాన్ని వివరించండి.

6.2 దృఢ వస్తువు విషయంలో దవ్యరాశి కేంద్రం

ఒక దారం సహాయంతో మీరు ఒక మీటరు స్కేలును సమాంతరంగా పైకి ఎత్తాలంటే, దారాన్ని మీటరు స్కేలుపై ఎక్కడ ముడి వేస్తారు? స్కేలు ఒక చివరన మరొక భారాన్ని వేలాడదీస్తే, ముడి స్థానం మార్చకుండా, మీరు స్కేలును సమాంతరంగా ఎత్తగలరా? దీనికి సమాధానం ఈ విధంగా ఉంటుంది.

1. స్కేలు ఏకరీతి మందాన్ని కలిగి ఉంటే, దాన్ని సమాంతరంగా పైకి ఎత్తాలంటే, మీరు దారాన్ని మధ్యలో అంటే 50 cm వద్ద ముడివేస్తారు.

2. స్కేలు చివరకు అదనంగా భారాన్ని చేర్చితే, దారం ముడి స్థానాన్ని మార్చకుండా, సమాంతరంగా స్కేలును ఎత్తలేరు.

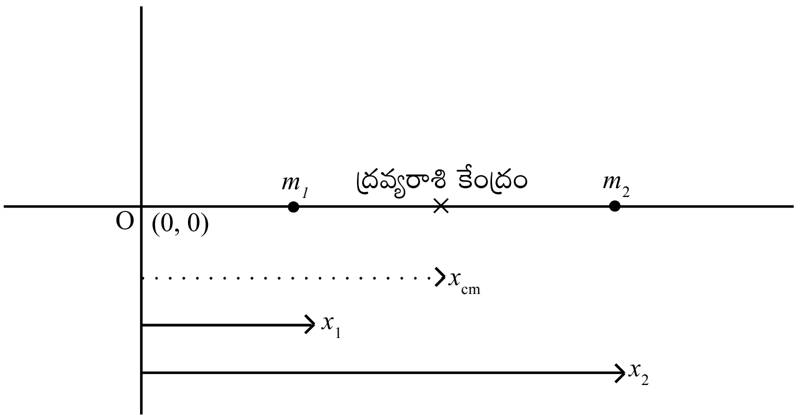
మొదటి సందర్భంలో, మీరు దారాన్ని ఒకే బిందువుకు కట్టినా, మీరు స్కేలును పైకి ఎత్తడమే కాకుండా, మొత్తం స్కేలు ద్రవ్యరాశిని ఎత్తిన అనుభూతిని పొందుతారు. 50వ విభాగం వద్ద చిన్న ముక్కను కోస్తే, దాని ద్రవ్యరాశి మాత్రం స్కేలు ద్రవ్యరాశికి సమానం కాదని తెలుసుకొంటారు. కాబట్టి, వస్తువు మొత్తం ద్రవ్యరాశి ఏ బిందువు వద్ద కేంద్రీకృతం అయినట్టుగా కనిపిస్తోందో అదే "ద్రవ్యరాశి కేంద్రం(CM)".

అదే స్కేలు రెండు చివరల సమాన ద్రవ్యరాశులను కడితే, ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానం, స్కేలు మధ్య బిందువు వద్దనే ఉంటుంది.

వస్తువులోని కణాల వైయుక్తిక చలనాలు చాలా సంక్లిష్టంగా ఉంటాయి. కాబట్టి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వస్తువు చలనాన్ని సులభతరం చేస్తుంది. ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని చదవడానికి రెండు కణాల వ్యవస్థను పరిగణిద్దాం. m_1, m_2 ద్రవ్యరాశి కలిగిన రెండు అతి చిన్న కణాలు X-అక్షంపై మూలబిందువు నుంచి దూరాల్లో x_1, x_2 (పటంలో చూపిన విధంగా) ఉన్నాయి అనుకుందాం.

ఈ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం మూల బిందువు నుంచి X_{cm} దూరంలో ఉంటే

$$X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \qquad (6.1)$$



పటం 6.1 : రెండు కణాల వ్యవస్థ

m_1, m_2, m_3 ...... m_n ద్రవ్యరాశులతో n సంఖ్యలోని కణాల మూలబిందువు నుంచి x_1, x_2, x_3, ... x_n దూరాల్లో ఉంటే, ఆ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానం

$$X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_nx_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \qquad (6.2)$$

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i x_i$$

M = $\sum$m = వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యరాశి

ద్విమితీయ వ్యవస్థలో m_1, m_2, m_3 .... m_n ద్రవ్యరాశి కణాలు XY తలంలో $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ .... (x_n, y_n) నిరూపక బిందువుల వద్ద ఉంటే, ఆ ద్విమితీయ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రక నిరూపకం

$$\left(X_{cm}, Y_{cm}\right) = \left(\frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}\right) \tag{6.3}$$

ఇదేవిధంగా త్రిమితీయ వ్యవస్థకు

$$\left(X_{cm}, Y_{cm}, Z_{cm}\right) = \left(\frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}\right) \tag{6.4}$$

$m_1, m_2, m_3 \,......... \, m_n$ లతో గల ద్రవ్యరాశి కణాల స్థానాలను వాటి స్థాన సదిశలు $\overline{r}_1, \overline{r}_2, \overline{r}_3 \,........ \overline{r}_n$ లచే సూచిస్తే, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థాన సదిశను కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\overline{r}_{cm} = \frac{m_1\overline{r}_1 + m_2\overline{r}_2 + ... m_n\overline{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} \tag{6.5}$$

లోహ గోళంలో ద్రవ్యరాశి అవిచ్ఛిన్నంగా పంపిణీ అవుతుంది. కాబట్టి అందులోని కణాలను, వాటి సాపేక్ష స్థానాలను గుర్తించడం అసాధ్యం. ఇలాంటి సందర్భాల్లో గణిత సమాకలనాన్ని ఉపయోగించి ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానాన్ని రాస్తారు.

$$\left(X_{cm}, Y_{cm}, Z_{cm}\right) = \left(\frac{1}{M}\int xdm, \frac{1}{M}\int ydm, \frac{1}{M}\int zdm\right) \tag{6.6}$$

ఉదాహరణ 6.1

భూమి ద్రవ్యరాశి, చంద్రుడి ద్రవ్యరాశికి 81 రెట్లు. భూమి, చంద్రుల మధ్య దూరం 3.84×10^5 km. భూమి - చంద్రుడి వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానాన్ని, భూమి దృష్ట్యా కనుక్కోండి.

సాధన :

చంద్రుడి ద్రవ్యరాశి 'm' అనుకుందాం.

భూమి ద్రవ్యరాశి = 81 m

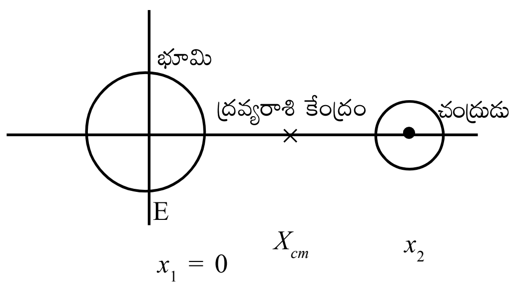
భూమి, X అక్షంపై మూలబిందువు వద్ద ఉన్నదనుకుంటే

$x_1 = 0$

$x_2 = 3.84 \times 10^5$ km

$$X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$X_{cm} = \frac{81m\times0 + m\times3.84\times10^5}{81m + m}$$



పటం 6.2

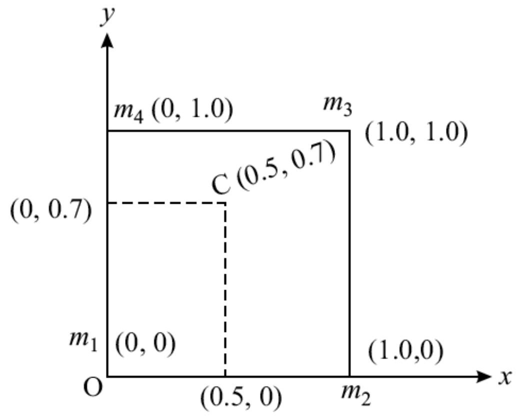
$$X_{cm} = \frac{m\times3.84\times10^5}{82m} = \frac{3.84\times10^5}{82} km \simeq 4700\, km$$

ఉదాహరణ 6.2

భుజం పొడవు 1 m గాగల చతురస్రం నాలుగు మూలల్లో 1 kg, 2 kg, 3 kg మరియు 4 kg ల ద్రవ్యరాశులను ఉంచారు. దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రంను కనుక్కోండి.

సాధన :

ఒక తలంలో ఉన్న చతురస్రాన్ని తీసుకుందాం. ఈ తలాన్ని (x, y) తలం అనుకొందాం. నిరూపక వ్యవస్థ మూలబిందువుతో ఒక బిందువు ఏకీభవిస్తూ చతురస్రం రెండు భుజాలు x, y - అక్షాల వెంబడి ఉన్నాయనుకుందాం. నాలుగు ద్రవ్యరాశుల నిరూపకాలు m_1 (0, 0), m_2 (1.0, 0), m_3 (1.0, 1.0) మరియు m_4 (0, 1.0) ఇక్కడ దూరాలన్నీ మీటర్లలో ఇచ్చారు పటం (6.3) సమీకరణం (6.3) నుండి



పటం 6.3 : నాలుగు మూలల వద్ద ద్రవ్యరాశులను కలిగిన చతురస్రం ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని గుర్తించడం

$$x = \frac{1.0\times0+2.0\times1.0+3.0\times1.0+4.0\times0}{1.0+2.0+3.0+4.0} m \;=\; 0.5\ m$$

$$y = \frac{1.0\times0+2.0\times0+3.0\times1.0+4.0\times1.0}{1.0+2.0+3.0+4.0} m \;=\; 0.7m$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలు (0.5m, 0.7 m) పటం 6.3 లో C గా గుర్తించారు. చతురస్రం సౌష్ఠవ పటమైనా కూడా ద్రవ్యరాశి కేంద్రం మధ్యలో లేని విషయం గమనించండి. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం మధ్యలో లేకపోవడానికి గల కారణ మేమిటి? దీన్ని కనుక్కోవడానికి అన్ని ద్రవ్యరాశులు సమానంగా ఉన్నపుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలను గణించండి.

ఉదాహరణ 6.3

1 kg, 3 kg ద్రవ్యరాశులు గల రెండు వస్తువుల స్థాన సదిశలు వరుసగా $\left(2\bar{\mathbf{i}}+5\bar{\mathbf{j}}+13\bar{\mathbf{k}}\right)m$, $\left(-6\bar{\mathbf{i}}+4\bar{\mathbf{j}}-2\bar{\mathbf{k}}\right)m$. ఈ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థాన సదిశను కనుక్కోండి.

$$\bar{r}_{cm} = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2}{m_1 + m_2}$$

CM

$$= \frac{1\left(2\bar{\mathbf{i}}+5\bar{\mathbf{j}}+13\bar{\mathbf{k}}\right)+3\left(-6\bar{\mathbf{i}}+4\bar{\mathbf{j}}-2\bar{\mathbf{k}}\right)}{1+3}$$

$$= \frac{1}{4}\left(2\bar{\mathbf{i}}+5\bar{\mathbf{j}}+13\bar{\mathbf{k}}-18\bar{\mathbf{i}}+12\bar{\mathbf{j}}-6\bar{\mathbf{k}}\right)m$$

$$\bar{r}_{cm} = \frac{1}{4}\left(-16\bar{\mathbf{i}}+17\bar{\mathbf{j}}+7\bar{\mathbf{k}}\right)m$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని క్లుప్తంగా ఎందుకు నిర్వచించాలి?

స్థానభ్రంశంలోని మార్పురేటు వేగం, వేగంలోని మార్పురేటు త్వరణం అని మరొకసారి జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి. ద్రవ్యరాశి కేంద్ర నిర్వచించనం ప్రకారం $m_1, m_2, ..., m_3$ ద్రవ్యరాశులు గల కణాలు, x-అక్షం మీద మూలబిందువు నుండి వరసగా $x_1, x_2, ..., x_n$ దూరాలలో ఉన్న వ్యవస్థను తీసుకుంటే

$$X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 .....+m_nx_n}{M}$$

$$MX_{cm} = m_1x_1 + m_2x_2 +.....+m_nx_n$$

పై సమీకరణాన్ని కాలం దృష్ట్యా అవకలనం చేయగా

$$M\frac{dx_m}{dt} = m_1\frac{dx_1}{dt} + m_2\frac{dx_2}{dt} +.......+m_n\frac{dx_n}{dt} \qquad (6.7)$$

కానీ $\frac{dx}{dt} =$ వేగం

$$MV_{cm} = m_1v_1 + m_2v_2 +......+m_nv_n \qquad (6.8)$$

మరొకసారి అవకలనం చేస్తే, త్వరణం వస్తుంది.

$$M\frac{dv_{cm}}{dt} = m_1\frac{dv_1}{dt} + m_2\frac{dv_2}{dt} +.......+m_n\frac{dv_n}{dt}$$

$$Ma_{cm} = m_1a_1 + m_2a_2 +......+m_na_n \qquad (6.9)$$

కాని $ma =$ బలం.

$$\therefore\ F_{cm} = f_1 + f_2 +.......+ f_n \qquad (6.10)$$

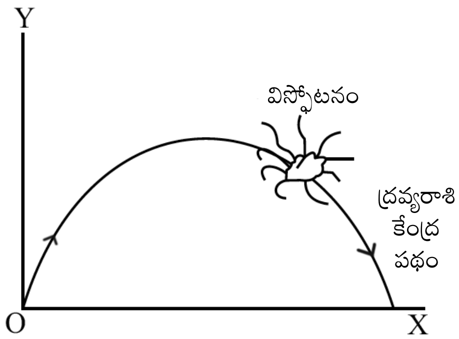
ఒక్కద్రవ్యరాశి కేంద్రంపై ప్రయోగించిన బలం అన్ని కణాలపై ప్రయోగించిన బలాలకు సమానం.

ఇక్కడ $\mathrm{F_{cm} = F_{బాహ్య} = Ma_{cm}}$

దృఢవస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్ర చలనంపై అంతర బలాల ప్రభావం ఉండదు.

విసరబడిన బాంబు తన ప్రయాణ మార్గం మధ్యలో ఒక చోట (పటం 6.4) అంతర బలాల వల్ల పేలిపోతుంది. దాని శకలాలు వేరు వేరు దిశల్లో ప్రయాణిస్తాయి. కానీ, మిగిలిపోయిన ద్రవ్యరాశి కేంద్ర భాగం, తన పరావలయ మార్గాన్ని కొనసాగించి భూమిపై పడిపోతుంది.

బాహ్యబలాల ప్రభావంలో ద్రవ్యరాశి కేంద్ర చలనానికి ఇదొక నిరూపణ. ఈ సందర్భంలో బాంబుపై పనిచేసే బాహ్యబలం 'గురుత్వాకర్షణ బలం'.



పటం 6.4 : ప్రక్షేపకం ద్రవ్యరాశి కేంద్ర చలనం

6.2.1 ద్రవ్యరాశి కేంద్ర అభిలక్షణాలు

1. ద్రవ్యరాశి కణాలు, వాటి సాపేక్ష స్థానాలపై మాత్రమే CM స్థానం ఆధారపడుతుంది. అంటే అది ద్రవ్యరాశి వితరణపై ఆధారపడుతుందని అర్థం.

2. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం దృష్ట్యా కణాల ద్రవ్యరాశి భ్రామకాల (ద్రవ్యరాశి $\times$ దూరం) బీజీయ మొత్తం శూన్యం. $\Sigma m_i x_i = 0$.

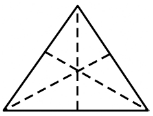
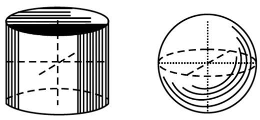
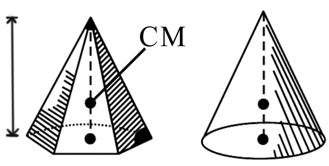
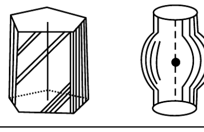
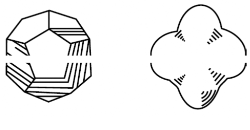
3. ద్రవ్యరాశి – కేంద్రం ఉండే చోట ఎలాంటి ద్రవ్యరాశి (ద్రవ్యం) ఉండాల్సిన అవసరం లేదు. వృత్తాకార లోహ రింగు కేంద్రం వద్ద ద్రవ్యరాశి – కేంద్రం ఉంటుంది. క్కడ ఎలాంటి పదార్థం (ద్రవ్యరాశి) ఉండదు.

4. ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానం ఎంచుకొన్న నిర్దేశక చట్రంపై ఆధారపడదు.

6.2.2 కొన్ని వస్తువుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాలు

అనేక కణాలతో నిర్మితమైన వస్తువును అంటే విస్తృత వస్తువులలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రంను అంత సులభంగా కనుక్కోలేము. దృఢ వస్తువులోని కణాల ద్రవ్యరాశులు సమానమై అవి ఏకరీతిగా అమరి ఉంటే ద్రవ్యరాశి కేంద్రంను కనుక్కోవడం కొంత సులభం. వస్తువు ఒక క్రమాకారం కలిగి ఉండి కొంత సౌష్టవంగా ఉంటే, అంటే గోళాకారంగా లేదా స్తూపాకారంగా ఉంటే కొంచెం సులభంగా గుర్తించవచ్చు. అయినా కూడా ఆ లెక్కలన్నీ ఈ పుస్తక పరిధిలో చెప్పలేము. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ప్రాముఖ్యతను దృష్టిలో ఉంచుకొని పట్టిక 6.1లో కొన్ని క్రమాకార, సౌష్టవ వస్తువులకు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానాలను ఇచ్చాం.

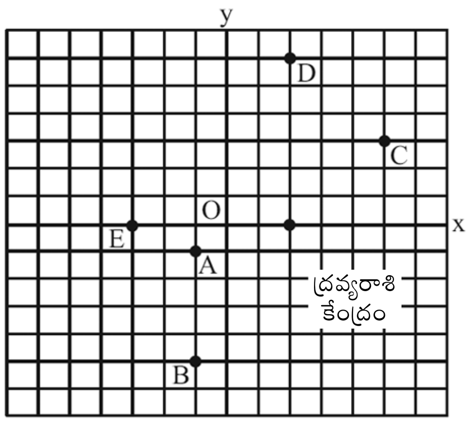
పట్టిక - 6.1 : కొన్ని క్రమాకార, సౌష్టవ వస్తువుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం

పటం	ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం
	త్రిభుజాకారపు పలక మూడు మీడియన్‌ల ఖండన బిందువు వద్ద.
	క్రమాకార బహుభుజి మరియు వృత్తాకార పలక. జ్యామితీయకేంద్రం వద్ద.
	స్తూపం మరియు గోళం జ్యామితీయ కేంద్రం వద్ద.
	పిరమిడ్ మరియు శంకు శీర్షం నుండి ఆధారం యొక్క కేంద్రంతో కలిపే రేఖ వెంబడి, ఆధారం నుండి కొలిచిన ఎత్తు h/4 వద్ద.
	సౌష్టవ అక్షంతో ఉన్న వస్తువు సౌష్టవ అక్షం మీద ఒక బిందువు వద్ద
	సౌష్టవ కేంద్రం గల వస్తువు సౌష్టవ కేంద్రం వద్ద.

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గురించి రెండు విషయాలను గుర్తు పెట్టుకోవాలి. 1. రింగు లాంటి వస్తువులలో అది వస్తువు బయట కూడా ఉండవచ్చు. 2. రెండు వస్తువులు ఒక దాని చుట్టూ ఒకటి పరిభ్రమిస్తున్నపుడు అవి వాటి ఉమ్మడి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ పరిభ్రమిస్తాయి. ఉదాహరణకు జంట నక్షత్రాలు వాటి ఉమ్మడి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ పరిభ్రమించడం. భూమి–సూర్యుడు వ్యవస్థలో కూడా అవి వాటి ఉమ్మడి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ పరిభ్రమిస్తూ ఉంటాయి. సూర్యుడి ద్రవ్యరాశి, భూమి ద్రవ్యరాశి కంటే చాలా ఎక్కువ కాబట్టి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం సూర్యుడికి అతి సమీపంలో ఉంటుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 6.2

1. ఇక్కడ చూపించిన గ్రిడ్‌లో A, B, C, D మరియు E కణాల ద్రవ్యరాశులు వరుసగా 1.0 kg, 2.0 kg, 3.0 kg, 4.0 kg మరియు 5.0 kg. వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలను గణించండి.



పటం 6.5

2. 1 m భుజం పొడవుగల సమబాహు త్రిభుజం మూడు మూలల్లో $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg ద్రవ్యరాశులు ఉన్నపుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలను రాబట్టండి.

3. రెండు కణాల వాటి ఉమ్మడి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం దృష్ట్యా వాటి దూరాల నిష్పత్తి, వాటి ద్రవ్యరాశుల నిష్పత్తికి విలోమానుపాతంలో ఉంటుందని చూపండి.

4. దృఢ వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రంపై బాహ్యబలం పని చేస్తునప్పుడు వ్యవస్థలోని కణాల మొత్తం ద్రవ్యవేగంలో ఏమైనా మార్పు ఉంటుందా?

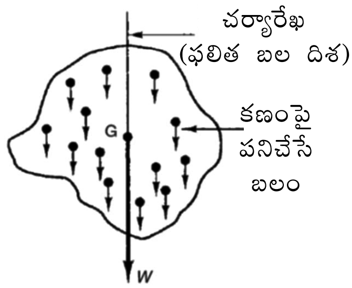
6.3 గురుత్వ కేంద్రం

వ్యవస్థలోని కణాలన్నింటికి ఎంతో కొంత ద్రవ్యరాశి ఉంటుంది. కాబట్టి వాటిని భూమి గురుత్వాకర్షణ వల్ల ఆకర్షిస్తుంది. భూమి ద్రవ్యరాశిని ఆకర్షించే బలమే దాని భారం.

$$F = ma$$

$$a = g \text{ అయితే } \quad F = W$$

$$\therefore \quad W = mg \qquad (6.11)$$



పటం 6.6 : గురుత్వకేంద్రం దిశలో ఫలిత భారం పని చేస్తుంది

కణాల భారాలు సదిశలు. ఇవి సమాంతరంగా ఉంటూ, భూమివైపు పనిచేస్తాయి. అన్ని కణాల భారాల (సదిశల) ఫలిత సదిశ ఒక బిందువు వద్ద పనిచేస్తుంది. ఏ బిందువు వద్దనైతే వ్యవస్థ మొత్తం భారం కేంద్రీకృతం అయినట్టుగా కనిపిస్తుందో ఆ బిందువును "గురుత్వకేంద్రం" లేదా గరిమనాభి అంటారు.

చిన్న, ఏకరీతి మందంతో ఉండే వస్తువులను ఏకరీతి గురుత్వక్షేత్రంలో ఉంచితే వాటి గరిమనాభి ద్రవ్యరాశి కేంద్రంతో ఏకీభవిస్తుంది. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వ్యవస్థ చలనాన్ని సులభంగా వివరిస్తే, గురుత్వ కేంద్రం వస్తువు యొక్క స్థిరత్వాన్ని వివరిస్తుంది.

ఫలిత భారం లేదా బల సదిశల ఫలితం వస్తువు ఆధారం నుంచి వెళ్తే, ఆ వస్తువుకు స్థిరత్వం ఎక్కువగా ఉంటుంది. అందువల్లనే, పొట్టి, వెడల్పాటి వాహనాలకు (ఉదా: రేసు కార్లు) స్థిరత్వం ఎక్కువ.

- పొడవాటి స్తంభాలకు తాడును కట్టి, దానిపై నడిచేందుకు ప్రయత్నించే బాలిక తన చేతిలోని పొడవాటి కర్ర సహాయంతో తాడుపై నుంచి పడిపోకుండా ప్రయత్నం చేస్తుంది. కర్ర, బాలికల మొత్తం భారం (చర్యా రేఖ) సన్నని తాడునుంచి వెళ్లే విధంగా బాలిక కర్ర స్థానాన్ని మార్చుతూ ముందుకు నడుస్తుంది.
- పర్వతారోహకుడు, పర్వతాన్ని ఎక్కేటప్పుడు ముందుకు వంగుతాడు. దీంతో అతని భార సదిశ ఎల్లప్పుడు అతని కాళ్ల మధ్య నుండే వెళ్తుంటుంది.

6.4 దృఢ వస్తువు స్థానాంతర మరియు భ్రమణచలనాలు : ఒక పోలిక

దృఢ వస్తువులోని అన్ని కణాల పథాలు సమాంతరంగా ఉండి, దృఢ వస్తువు కూడా అదే పథంలో చలిస్తూ ఉంటే ఆ చలనాన్ని స్థానాంతర చలనం లేదా రేఖీయ చలనం అంటారు.

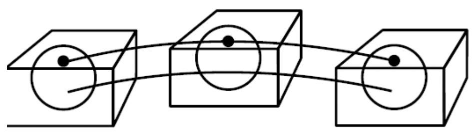
అన్ని కణాలు ఒకే రకమైన చలనాన్ని కలిగి ఉన్నాయి. కాబట్టి దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చలనం కూడా అదే పథం వెంబడి ఉంటుంది. వస్తువు రేఖీయ చలనాన్ని దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చలనం అభిలక్షణంగా చెప్పవచ్చు. ఈ చలనాన్ని సమీకరణం (6.10) లో మీరు చూశారు.

$$M\,\mathbf{a} = \mathbf{F}_{\text{ext}}$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రంని నిర్వచించడంలోని ప్రయోజనాన్ని మీరు గమనించారు కదా! దీని సహాయంతో వస్తువు రేఖీయ చలనాన్ని వస్తువు మొత్తం ద్రవ్యరాశికి సమానమైన ద్రవ్యరాశి కలిగి ఉన్న కణ సమీకరణంతో వర్ణించవచ్చు. అది ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వద్ద ఉండి దాని మీద దృఢ వస్తువు పై పనిచేసే అన్ని బాహ్య బలాల మొత్తం బలం పని చేస్తుంది. ఈ భావనను అర్థం చేసుకోవడానికి ఈ కింది కృత్యాలు చేద్దాం.

కృత్యం 6.1

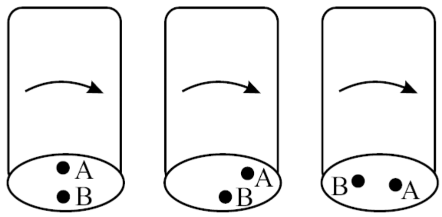
ఒక చెక్క దిమ్మను తీసుకోండి. ఏదైన తలం మీద రెండు లేక మూడు గుర్తులు పెట్టండి. గుర్తు పెట్టిన తలాలు మీవైపుకు పెట్టుకొని నేల వెంబడి క్షితిజ సమాంతరంగా నెట్టండి. గుర్తులు ప్రయాణించిన పథాన్ని గమనించండి. ఈ గుర్తుల పథాలన్నీ తలానికి సమాంతరంగా ఉంటూ ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా కూడా ఉంటాయి. (పటం 6.7). పథాల పొడవులు కూడా సమానంగా ఉండటం చూడండి.



పటం. 6.7: తలంపై రేఖీయ చలనంలో ఉన్న చెక్కదిమ్మె

కృత్యం 6.2

ఇపుడు మనం ఇంకొక ప్రయోగం చేద్దాం. స్తూపాకారంగా ఉన్న చెక్క ముక్కను తీసుకోండి. దాని చదునుతలం మీద ఒకటి

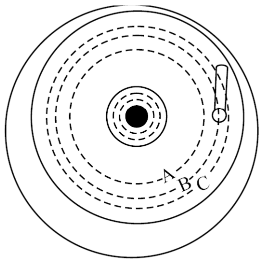


పటం. 6.8 : స్తూపం దొర్లుడు గమనం, A బిందువు తలానికి సమాంతరంగా గమనంలో ఉండడమేకాక వృత్తాకార గమనాన్ని కూడా కలిగి ఉంది.

లేదా రెండు గుర్తులు పెట్టండి. చదునుతలాన్ని మీ వైపుకు ఉంచుకొని స్తూపాన్ని నేల మీద నెమ్మదిగా దొర్లించండి. పటం 6.8లో ఉన్నట్లు A గుర్తు నేలమీద సమాంతరంగా ప్రయాణించడమే కాక వృత్తాకార చలనం కూడా పొందింది. అంటే వస్తువు, రేఖీయ, వృత్తాకార చలనాలు రెండింటిని పొందింది.

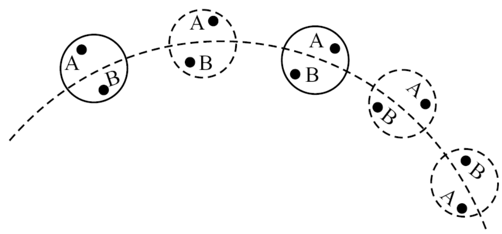
దృఢ వస్తువు రేఖీయ, వృత్తాకార చలనాలు రెండింటిని కలిగి ఉంటుంది. వస్తువులోని ఒక బిందువును పట్టి ఉంచినపుడు దానికి రేఖీయ చలనం ఉండదు. వృత్తాకార చలనం మాత్రం ఉంటుంది. దీనికి అనుకూలమైన బిందువు, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం.

మీరు తిరగలిని చూసే ఉంటారు. తిరగలి పిడి వృత్తాకారంగా తిరుగుతూ ఉంటుంది. రాయిలోని అన్ని కణాలు కూడా వృత్తాకార పథంలో రాయి కేంద్రం నుండి వెళ్తున్న అక్షం వెంబడి కదులుతూ ఉంటాయి (పటం 6.9).



పటం. 6.9 : తిరగలి భ్రమణం

చలనంలో ఉన్న దృఢ వస్తువులోని అన్ని కణాల పథాలు ఏకకేంద్ర వృత్తాలైతే ఆ చలనాన్ని భ్రమణ చలనం అంటారు.

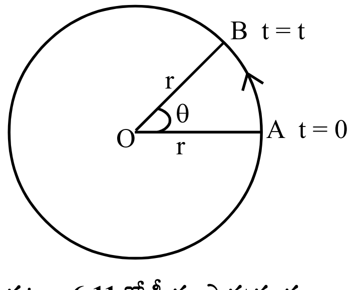


పటం. 6.10 : భూ భ్రమణం

దృఢ వస్తువు రేఖీయ చలనాన్ని ఏకకణ సమీకరణంతో వివరించవచ్చునని మీరు గమనించి ఉంటారు. ఆ సమీకరణాల గురించి మీరు బాగా తెలుసుకొన్నారు కనుక ఈ పాఠంలో మనం దృఢ వస్తువు భ్రమణ చలనం మీదే దృష్టి పెడదాం. వస్తువును ఒక బిందువు వద్ద పట్టి ఉంచడం వలన రేఖీయ చలనం లేకుండా భ్రమణ చలనాన్ని మాత్రం పొందవచ్చు. గణితాత్మక వెసులుబాటు కోసం ఆ బిందువును ద్రవ్యరాశి కేంద్రంగా తీసుకుంటారు. అపుడు వస్తువు, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోయే అక్షం పరంగా భ్రమణాలు చేస్తుంది. భ్రమణ చలనానికి మంచి ఉదాహరణ భూమి భ్రమణం. అది తన అక్షం చుట్టూ భ్రమణంలో ఉంటుంది(పటం 6.10). రేఖీయ గమనంలో వస్తువు ద్రవ్యరాశి ముఖ్యమైన పాత్ర పోషిస్తుందని మీరు ఇంతకుముందు పాఠంలో చదువుకున్నారు. బాహ్యబల ప్రయోగం వల్ల వస్తువు పొందే త్వరణాన్ని అది గణిస్తుంది. ఇటువంటి రాశినే భ్రమణ చలనంలో కూడా నిర్వచించవచ్చా? ఇపుడు తెలుసుకుందాం.

6.4.1 కోణీయస్థాన భ్రంశం (θ)

భ్రమణ చలనంలో, వస్తువులోని కణాలన్నీ భ్రమణాక్షం చుట్టూ వృత్తాకార చలనాన్ని చేస్తాయి. భ్రమణాక్షం (O), కణానికి మధ్యదూరం వ్యాసార్థ సదిశను సూచిస్తుంది. 't' కాలంలో వ్యాసార్థ సదిశ ఎంత కోణంతో స్థానభ్రంశం చెందుతుందో దానిని కోణీయ స్థానభ్రంశం అంటారు.



పటం. 6.11 కోణీయ స్థానభ్రంశం

పటం. 6.11 నుంచి $\angle AOB = \theta$

దీని ప్రమాణం రేడియన్. ఒక పూర్తి భ్రమణానికి $\theta = 2\pi$ రేడియన్లు.

6.4.2 కోణీయ వేగం కోణీయ త్వరణం

కోణీయ స్థానభ్రంశ రేటును కోణీయ వేగం (ω) **అంటారు.**

$$\omega = \frac{\text{కోణం}}{\text{కాలం}} = \frac{\theta}{t} \qquad (6.12)$$

'ω' కి ప్రమాణం రేడియన్ / సెకన్

'ω' సదిశ. దీని దిశను కుడిచేతి బొటనవేలు నియమంతో తెలుసుకోవచ్చు.

't' కాలంలో ఒక కణం 'n' భ్రమణాలు చేస్తే $\omega = \frac{2\pi n}{t}$

కోణీయ వేగంలోని మార్పురేటును కోణీయ త్వరణం (α) అంటారు.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{t} \qquad (6.13)$$

$$\text{లేదా} \quad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

α కి SI ప్రమాణం రేడియన్/(సెకన్)^2. కోణీయ త్వరణం సదిశా రాశి.

కోణీయ వేగం (ω), రేఖీయ వేగం (v) ల మధ్య సంబంధం

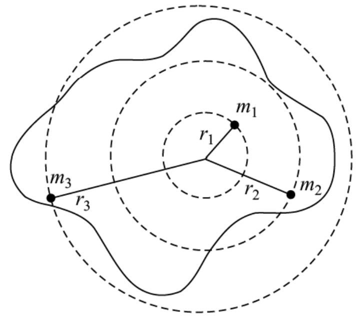
$$v = r\omega \qquad (6.14)$$

రేఖీయ త్వరణం (a), కోణీయ త్వరణం (α) ల మధ్య సంబంధం

$$a = r\alpha \qquad (6.15)$$

6.5 జడత్వ భ్రామకం

దృఢ వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రంని C అనుకుందాం. అది C బిందువు గుండా పోయే అక్షం పరంగా భ్రమణంలో ఉందనుకుందాం (పటం 6.12). భ్రమణాక్షం నుండి r_1, r_2, r_3... దూరాలలో m_1, m_2, m_3... ద్రవ్యరాశిగల కణాలు, v_1, v_2, v_3 వేగాలతో గమనంలో ఉన్నాయి. 1వ కణం గతిజశక్తి $(½) m_1 v_1^2$ అలాగే m_2 ద్రవ్యరాశిగల కణం గతిజశక్తి $(½)\ m_2 v_2^2$, అన్ని కణాల గతిజ శక్తుల మొత్తం, వస్తువు మొత్తం శక్తిని ఇస్తుంది. వస్తువు మొత్తం గతిజ శక్తిని T తో సూచిస్తే



పటం. 6.12: సమతల పటలం ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోయే అక్షం పరంగా దాని భ్రమణం

$$T = (1/2) m_1 v_1^2 + (1/2) m_2 v_2^2 + ...$$

$$= \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{1}{2}\right) m_i v_i^2 \qquad (6.16)$$

ఇక్కడ $\sum_{i=1}^{i=n}$ వస్తువు యొక్క అన్ని కణాల సంకలనం. కోణీయవేగం(ω), రేఖీయవేగం(v) ల మధ్య

సంబంధంను $v = r\omega$. దీన్ని (6.16)లో ప్రతిక్షేపించిన

$$T = \sum_{i=1}^{i=n}\left(\frac{1}{2}\right)m_i\left(r_i\omega\right)^2 \qquad (6.17)$$

వస్తువులో ఉన్న అన్నీ కణాల కోణీయవేగం సమానం కనుక పై సమీకరణంలో ω కింద మొత్తాన్ని సూచించే i రాయలేదు.

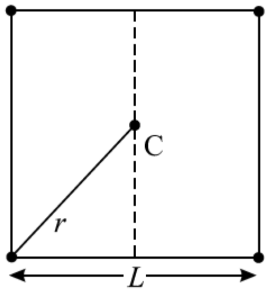
$$T = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2\right)\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (6.18)$$

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \qquad (6.19)$$

ఇక్కడ I అనే భౌతికరాశిని జడత్వ భ్రామకం అంటారు.

ఉదాహరణ 6.4



భుజం పొడవు L గల చతురస్రం నాలుగు మూలల్లో m ద్రవ్యరాశిగా గల నాలుగు కణాలు ఉన్నాయి. చతురస్ర కేంద్రం గుండా పోతూ తలానికి లంబంగా గల అక్షంపరంగా వాటి జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుక్కోండి. .

సాధన : సరళ జ్యామితి ద్వారా భ్రమణాక్షం నుండి ప్రతీకణం యొక్క దూరం

$$I = mr^2 + mr^2 + mr^2 + mr^2$$

$$I = 4mr^2$$

$$I = 4m\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2 \qquad \left(\because r = \frac{L}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= 2mL^2$$

జడత్వ భ్రామకం, భ్రమణాక్షం పరంగా నిర్వచించబడిందని ఇక్కడ ముఖ్యంగా గుర్తు పెట్టుకోవాల్సిన విషయం. కాబట్టి జడత్వభ్రామకం గురించి ఎప్పుడు ప్రస్తావించినా భ్రమణాక్షంను గురించి ప్రత్యేకంగా సూచించాలి. ఈ సందర్భంలో చతురస్ర కేంద్రం గుండా పోతూ నాలుగు ద్రవ్యరాశులు కలిగి వున్న తలానికి లంబంగా వున్న అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకం I ను గణించాం. జడత్వభ్రామకంను kg m^2 లో తెలియజేస్తారు.

దృఢ వస్తువు జడత్వభ్రామకంను తరచుగా $I = MK^2$ గా రాస్తారు. … (6.20)

ఇక్కడ M వస్తువు మొత్తం ద్రవ్యరాశి, K ను భ్రమణవ్యాసార్ధం (radius of gyration) అంటారు. వస్తువు సహజంగా కలిగి వున్న జడత్వ భ్రామకాన్ని పొందే విధంగా వస్తువు ద్రవ్యరాశి ఒక బిందువు వద్ద కేంద్రీకృతమైందని ఊహిస్తే ఆ బిందువుకు భ్రమణాక్షానికి మధ్య గల దూరాన్ని భ్రమణ వ్యాసార్థం అంటారు. ఒక అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకం ఆ అక్షం చుట్టూ ద్రవ్యరాశి వితరణ మీద ఆధారపడుతుందన్న విషయం ముఖ్యంగా గుర్తు పెట్టుకోవాలి. ద్రవ్యరాశి వితరణ మారినపుడు జడత్వభ్రామకం కూడా మారుతుంది. దీనిని మనం ఉదాహరణ 6.4 నుండి సులభంగా అర్థం చేసుకోవచ్చు.

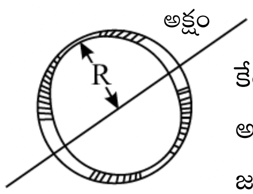
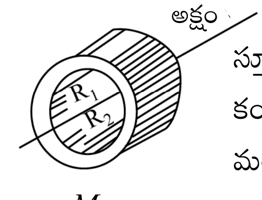
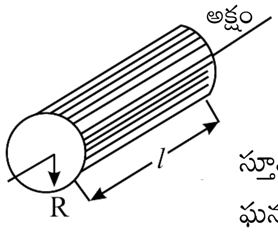
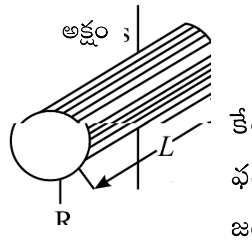
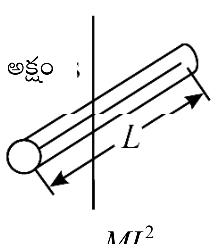
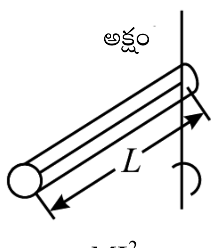
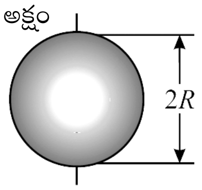
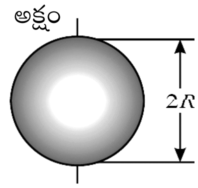
ఒకవేళ రెండు వ్యతిరేక మూలల్లో అదనపు ద్రవ్యరాశి m ను ఉంచామనుకుందాం. C గుండా పోతూ చతురస్ర తలానికి లంబంగా ఉండే అక్షం పరంగా వ్యవస్థ జడత్వభ్రామకం

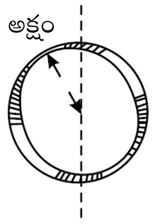
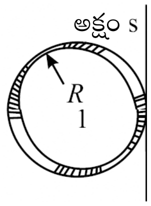
$$I = mr^2 + 2mr^2 + mr^2 + 2mr^2$$

$$= 6mr^2$$

ఇక్కడ జడత్వభ్రామకం $2mL^2$ నుండి $3\ mL^2$కు మారింది.

పట్టిక 6.2 కొన్ని క్రమాకార మరియు ఏకరీతి వస్తువుల జడత్వభ్రామకం

 కేంద్రం గుండా పోయే అక్షం పరంగా రింగు జడత్వభ్రామకం $I = MR^2$	 స్తూపాకార అక్షం పరంగా కంకణాకార స్తూపం (లేదా మందంగా ఉన్న గొట్టం) జడత్వభ్రామకం $I = \frac{M}{2}\left(R_1^2 + R_2^2\right)$
 స్తూపాకార అక్షం పరంగా ఘనస్తూపం జడత్వభ్రామకం $I = \frac{MR^2}{2}$	 కేంద్రక వ్యాసం పరంగా ఘనస్తూపం (లేదా డిస్క్) జడత్వ భ్రామకం $I = \frac{MR^2}{4} + \frac{M^2l^2}{12}$
 సన్నిని కడ్డీ కేంద్రం గుండా పోతూ దాని పొడవుకు లంబంగా ఉన్న అక్షంపరంగా జడత్వభ్రామకం $I = \frac{ML^2}{12}$	 సన్నని కడ్డీ పొడవుకు లంబంగా ఒక చివరి నుండి పోతున్న అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకం $I = \frac{ML^2}{3}$
 ఏదేని వ్యాసం పరంగా ఘన గోళం జడత్వభ్రామకం $I = \frac{2MR^2}{5}$	 ఏదేని వ్యాసం పరంగా పలుచని గోళాకార కర్పరం జడత్వభ్రామకం $I = \frac{2MR^2}{3}$

 ఏదేని వ్యాసం పరంగా రింగ్ జడత్వభ్రామకం $I = \frac{MR^2}{2}$	 ఏదేని స్పర్శరేఖాపరంగా రింగ్ జడత్వభ్రామకం $I = \frac{3MR^2}{2}$

రేఖీయ చలనంలోని గతిజశక్తి సమీకరణంను, సమీకరణం (6.18) తో పోల్చి చూడండి. ఏదైనా స్ఫురించిందా? రేఖీయ చలనంలోని ద్రవ్యరాశి పాత్రను, భ్రమణ చలనంలో జడత్వభ్రామకం పోషిస్తుందని, రేఖీయవేగాన్ని, కోణీయవేగం భర్తీ చేసిందని మీరు గమనిస్తారు.

A. జడత్వభ్రామకం ప్రాముఖ్యత: రేఖీయ చలనంలో ద్రవ్యరాశి ఏవిధమైన పాత్ర పోషిస్తుందో, భ్రమణ చలనంలో జడత్వభ్రామకం కూడా అదే పాత్ర పోషిస్తుంది. ఎలాగైతే రేఖీయ గమనంలో ఉన్న వస్తువు ద్రవ్యరాశి, గమనంలో మార్పును వ్యతిరేకిస్తుందో అలాగే భ్రమణచలనంలోని మార్పును జడత్వభ్రామకం వ్యతిరేకిస్తుంది. జడత్వభ్రామకానికి ఉండే ఈ ధర్మం వల్ల నిత్యజీవితంలో అనేక అనువర్తనాలున్నాయి. భ్రమణ చలనాన్ని కలిగించే చాలా యంత్రాలలో హెచ్చు జడత్వభ్రామకం కలిగిన పళ్ళెం (disc) ఒకటి ఉంటుంది. అటువంటి యంత్రాలకు ఉదాహరణ ఆవిరియంత్రం (steam engine), ఆటోమొబైల్ యంత్రం. హెచ్చు జడత్వభ్రామకం కలిగిన పళ్ళెంను గతిపాలక చక్రం (flywheel) అంటారు.

ఇది ఎలా పనిచేస్తుందో తెలుసుకోవడానికి యంత్ర చోదకుడు యంత్రవేగాన్ని అకస్మాత్తుగా పెంచాలనుకున్నాడని అనుకుందాం. దానికున్న హెచ్చు జడత్వభ్రామకం వల్ల అది ఆ ప్రయత్నాన్ని వ్యతిరేకిస్తూ వేగం నెమ్మదిగా పెరగడానికి మాత్రమే అనుమతిస్తుంది. అలాగే అకస్మాత్తుగా వేగం తగ్గించడాన్ని కూడా వ్యతిరేకించి నెమ్మదిగా తగ్గడానికి మాత్రమే అనుమతిస్తుంది. ఈ విధంగా గతిపాలక చక్రం దాని హెచ్చు జడత్వభ్రామకంతో కుదుపుల ప్రయాణాన్ని నివారించి ప్రయణికులకు సుఖవంతమైన ప్రయణాన్నిస్తుంది.

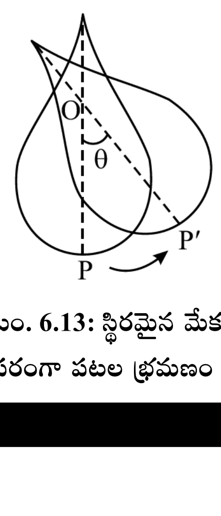
భ్రమణచలనంలో కోణీయవేగం, రేఖీయచలనంలో రేఖీయవేగానికి సాదృశ్యంగా ఉంటుందని మనం చూశాం. కోణీయ వేగంలోని మార్పురేటు కోణీయత్వరణం (సాధారణంగా α తో సూచిస్తారు) కనుక రేఖీయ చలనంలో త్వరణానికి అనురూపంగా ఉంటుంది.

B. ఏకరీతి భ్రమణంలో ఉన్న దృఢ వస్తువు చలన సమీకరణాలు

O గుండా పోతూ తలానికి లంబంగా గల అక్షం పరంగా భ్రమణంలో ఉన్న ఒక పటలాన్ని తీసుకొందాం. పటం (6.13) లో చూపినవిధంగా అది స్థిరకోణీయ వేగం ω తో భ్రమణం చెందుతున్నట్లయితే అది t సెకనులలో θ కోణంతో తిరుగుతుంది.

$$\theta = \omega t \qquad (6.21\ [a])$$

ఫలకంపై స్థిరమైన బలభ్రామకం పనిచేస్తున్నందున (బలం యొక్క భ్రమణప్రభావం) స్థిరమైన త్వరణాన్ని పొందుతుంది. ఈ సమీకరణాలు భ్రమణ చలనాన్ని వివరిస్తాయి.



పటం. 6.13: స్థిరమైన మేకు పరంగా పటల భ్రమణం

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \qquad (6.21\ [b])$$

ఇక్కడ ω_i తొలి కోణీయవేగం, ω_f తుది కోణీయవేగం అలాగే

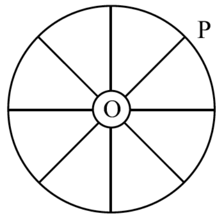
$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (6.21\ [c])$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta \qquad (6.21\ [d])$$

ఇక్కడ θ అనేది t సెకనులలో కోణీయస్థానభ్రంశం. కొంచెం పరిశీలనగా సమీకరణాలను చూస్తే అవి గతిశాస్త్రంలోని రేఖీయచలన సమీకరణాలకు అనురూపంగా ఉన్నాయని మనం గుర్తిస్తాము.

ఉదాహరణ 6.5

ఒక సైకిల్ చక్రం సమాంతర అక్షం పరంగా భ్రమణంలో ఉంది (పటం 6.14). మొదట అది నిశ్చలస్థితిలో ఉంది. దానిమీద OP గీతను గీచినట్టు ఊహించుకోండి. 2 సెకన్లలో 2.5 rads^{-2} ఏకరీతి కోణీయ త్వరణంతో OP గీత ప్రయాణిస్తే ఎంతకోణం చేస్తుంది



పటం. 6.14: సైకిల్ చక్రం భ్రమణం

సాధన :

OP గీత కోణీయ స్థానభ్రంశం

$$\theta = \omega_0 t + (1/2)\alpha t^2$$

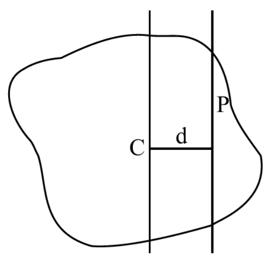
$$= 0 + (1/2) \times \left(2.5\,\mathrm{rad\,s^{-2}}\right) \times 4\mathrm{s}^2$$

$$\theta = 5\ \mathrm{rad}$$

దృఢవస్తువు భ్రమణచలనంలో దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రంను స్థిరంగా ఉంచినట్టుగా పైన ప్రస్తావించాం. మన సౌలభ్యం కొరకు మాత్రమే ద్రవ్యరాశి కేంద్రంను స్థిరంగా ఉంచాం. కాని చాలాసార్లు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం కాకుండా ఇతర బిందువులను కూడా తీసుకుంటాం. అంటే వస్తువులో ఒక బిందువును స్థిరంగా ఉంచి, ఆ బిందువు చుట్టూ వస్తువును భ్రమణం చెందించవచ్చు. కాని అపుడు భ్రమణాక్షం ఈ బిందువు గుండా పోతుంది. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండాపోయే అక్షం పరంగా గణించిన జడత్వభ్రామకం విలువ నుండి ఈ బిందువు గుండా పోయే అక్షం పరంగా గణించిన జడత్వభ్రామకం విలువ వేరుగా ఉంటుంది. పైరెండు జడత్వభ్రమకాల మధ్య సంబంధం దాని జడత్వ భ్రామక సిద్దాంతాల నుపయోగించి సాధించవచ్చు.

6.5.1 జడత్వభ్రామక సిద్ధాంతాలు

రెండు అక్షాలపరంగా జడత్వభ్రామకాల మధ్య సంబంధంను కనుగొనడానికి రెండు సిద్ధాంతాలు ఉన్నాయి. ఆ రెండు అక్షాల్లో ఒకటి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుంచి పోతుంది.



పటం 6.15 : ద్రవ్యరాశి కేంద్రం మరియు మరొక బిందువు P ద్వారా పోయే సమాంతర అక్షాలు

(i) సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతం

(ii) లంబాక్ష సిద్ధాంతం.

మనం ఈ సిద్ధాంతాల గురించి మరియు వాటి అనువర్తనాల గురించి తెలుసుకుందాం.

(i) సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతం : ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుంచి కాకుండా ఏదేని బిందువు P ద్వారా పోయే అక్షం పరంగా భ్రమణ చలనంలో ఉన్న దృఢ వస్తువును తీసుకొందాం. ఈ అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకాన్ని, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోతూ అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్న అక్షంపరంగా జడత్వ భ్రామకాన్ని ఉపయోగించి కనుక్కోవచ్చు. సమాంతరాక్ష సిద్ధాంతాన్ని ఈ క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోయే అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్న అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకం ద్రవ్యరాశికేంద్రం గుండా పోయే అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకం మరియు ఆ రెండు అక్షాల మధ్య లంబదూర వర్గాన్ని వస్తువు ద్రవ్యరాశితో గుణించగా వచ్చే రాశుల మొత్తానికి సమానం.

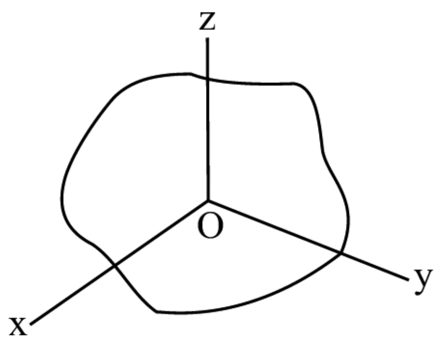
I కనుక్కోవలసిన జడత్వభ్రామకం, I_C ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండాపోయే సమాంతర అక్షంపరంగా జడత్వ భ్రామకం అయితే

$$I = I_C + M\,d^2 \qquad (6.22)$$

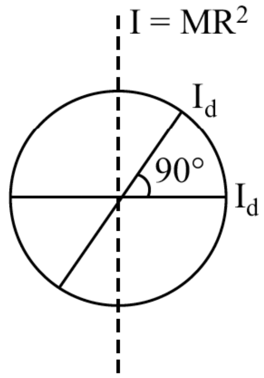
ఇక్కడ M వస్తువు ద్రవ్యరాశి, d రెండు సమాంతరాక్షాల మధ్య దూరం (పటం 6.15). దీన్నే సమాంతరాక్ష సిద్ధాంతం అంటారు.

(ii) లంబాక్ష సిద్ధాంతం : ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్న మూడు అక్షాలను తీసుకొందాం. అందులో x మరియు y అక్షాలు వస్తు తలంలోను, z–అక్షం తలానికి లంబంగాను ఉన్నాయి. (పటం 6.16). లంబాక్ష సిద్ధాంతాన్ని ఈ క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు. x, y అక్షాల పరంగా జడత్వ భ్రామకాల మొత్తం z–అక్షం పరంగా జడత్వ భ్రామకానికి సమానం.

ఒక సమతల పటలానికి లంబంగా ఏదో ఒక బిందువు గుండా పోయే అక్షం పరంగా దాని జడత్వ భ్రామకం ఆ పటలం తలంలో పరస్పరం లంబంగా ఉండి అదే బిందువు గుండా పోయే అక్షాల పరంగా దాని జడత్వ భ్రమకాల మొత్తానికి సమానం.



పటం 6.16 (a) : లంబాక్ష సిద్ధాంతం



పటం 6.16 (b) : రింగు జడత్వభ్రామకం

$$I_z = I_x + I_y \qquad (6.23)$$

ఈ కింది ఉదాహరణతో సిద్ధాంతాల ఉపయోగాలను చూద్దాం.

పటం 6.16 లోని విధంగా ఒక రింగును తీసుకోండి. పట్టిక 6.2 నుండి రింగు మధ్య బిందువు గుండా పోతూ ఆధారానికి లంబంగా గల అక్షంపరంగా దాని జడత్వ భ్రామకం, $M\,R^2$ అని తెలుస్తుంది. ఇక్కడ M ద్రవ్యరాశి, R

వ్యాసార్థం. లంబాక్ష సిద్ధాంతం ప్రకారం ఇది ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉంటూ కేంద్రం గుండా పోయే అక్షానికి లంబంగా ఉన్న రెండు వ్యాసాల పరంగా జడత్వ భ్రామకాల మొత్తానికి సమానం. రింగు సౌష్టవమైనందున అన్ని వ్యాసాల పరంగా జడత్వభ్రామకం సమానం. అనగా అన్ని వ్యాసాలు సమానం కనుక ఏవేని లంబంగా ఉన్న రెండు వ్యాసాలను ఎంపిక చేసుకోవచ్చు. అన్ని వ్యాసాల గుండా జడత్వభ్రామకం సమానం అది I_d అనుకుంటే సమీకరణ (6.23) నుండి

$$M R^2 = 2 I_d$$

కనుక

$$I_d = (½) MR^2$$

ఏదేని వ్యాసం పరంగ రింగు జడత్వ భ్రామకం $(½) M R^2$. రింగు అంచుపై P అనే బిందువును తీసుకొందాం. రింగు అక్షానికి సమాంతరంగా P బిందువు వద్ద స్పర్శరేఖను తీసుకోండి. రెండు అక్షాల మధ్య దూరం R. స్పర్శరేఖ పరంగా జడత్వ భ్రామకంను సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి గణించవచ్చును.

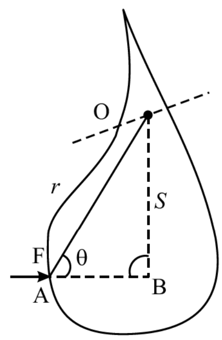
$$I_{\tan} = M R^2 + M R^2 = 2 M R^2.$$

పట్టిక 6.2లో ఇచ్చిన విలువలన్నింటిని లంబ సమాంతరాక్ష సిద్ధాంతాలను ఉపయోగించి గణించారు.

6.6 బలభ్రామకం లేదా టార్క్ (τ) మరియు బలయుగ్మం

కృత్యం 6.3

తలుపు బందుల (hinges)నుండి దూరంగా గడియ దగ్గర బలం ప్రయోగించడం ద్వారా తలుపును సులభంగా తీయవచ్చు అన్న విషయం మీరు ఎప్పుడైనా గమనించారా? తలుపు బందుల దగ్గరగా బలం ప్రయోగించి తెరవడానికి ప్రయత్నించండి. ఈ క్రియను కొన్నిసార్లు చెయ్యండి. దీని వల్ల మీరు బందుల దగ్గర పట్టుకొని తలుపు తీయుటకు ఎక్కువ బలాన్ని ఉపయోగించవలసి వస్తుందని తెలుసుకొంటారు. ఎందుకలా? అలాగే స్క్రూను తిప్పుటకు పొడవైన పిడి గల స్పానర్ (spanner)ను ఉపయోగిస్తాం. పొడవైన పిడిని వాడటంలో గల ప్రయోజనమేమిటి? దీనికి గల కారణం తెలుసుకుందాం.



పటం 6.17: వస్తువు భ్రమణం

వస్తువులో O ను ఒక స్థిర బిందువు అనుకొందాం. ఈ బిందువు గుండా పోయే అక్షం పరంగా వస్తువు భ్రమణం చేస్తుంది (పటం 6.17). AB రేఖ వెంబడి A బిందువు వద్ద F పరిమాణం గల బలాన్ని ప్రయోగించారు. AB రేఖ O బిందువు గుండా వెళుతున్నట్లయితే ఆ బలం వస్తువును భ్రమణం చెందించలేదు. AB రేఖ O బిందువునుండి ఎంత దూరంగా ఉంటే F బలం వస్తువును O అక్షం పరంగా అంత సులువుగా భ్రమణం చెందించ గలదు. బలం యొక్క ఈ భ్రమణ ప్రభావాన్ని టార్క్ అంటారు. దీని పరిమాణం.

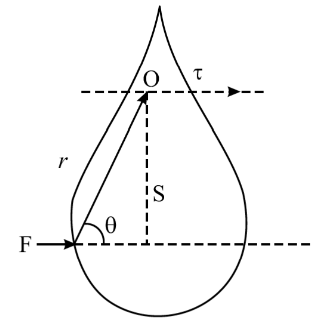
$$\tau = Fs = Fr\sin\theta \qquad (6.24\ [a])$$

ఇక్కడ s భ్రమణాక్షం మరియు బలం ప్రయోగించిన రేఖకు మధ్య గల దూరం.

టార్క్ ప్రమాణం న్యూటన్- మీటరు లేదా Nm . టార్క్ సదిశ సమీకరణం (6.24[a]) కు సదిశారూపం.

$$\tau = r \times F \qquad (6.24\ [b])$$

ఇది టార్క్ పరిమాణం మరియు దిశను ఇస్తుంది. వస్తువు ఏ దిశలో తిరుగుతుంది? దీనిని కనుక్కోవడానికి సదిశల లబ్ద నియమాలను గుర్తుకు తెచ్చుకోండి. సదిశలు **r**, **F** లు ఉన్న తలానికి లంబంగా τ ఉంటుంది. ఇక్కడ అది కాగితం ఉన్న తలం (పటం 6.18). స్వల్పకోణంతో **r** నుండి **F** దిశలో కుడిచేతి వేళ్ళను ముడుస్తూ వాటికి లంబంగా బొటనవేలిని తెరిచినపుడు, బొటనవేలి దిశ τ దిశను తెలియజేస్తుంది.



పటం 6.18 : కుడిచేతి బొటనవేలి నిబంధన

పై నియమాన్ని ఉపయోగించి పటం 6.18 లో బలం వల్ల భ్రమణ ప్రభావం కాగిత తలానికి లంబంగా కిందివైపుకు ఉంటుందని గమనించండి. ఇది వస్తువు సవ్య భ్రమణానికి కారణం.

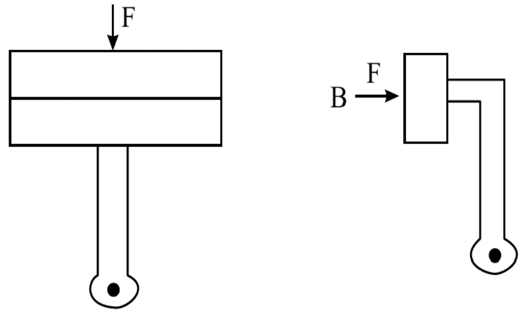
ఉదాహరణ 6.6

పటం 6.19 సైకిల్ యొక్క ఫెడల్‌ను చూపిస్తుంది. ఫెడల్‌పై పాదాన్నుంచి దానిని కిందికి తొక్కారనుకోండి. (i) మీరు ఏ టార్క్‌ను ఉత్పత్తి చేస్తారు. (ii) గరిష్ట టార్క్‌ను కలిగించడానికి మీ పాదంను ఎక్కడ పెట్టాలి.

సాధన :

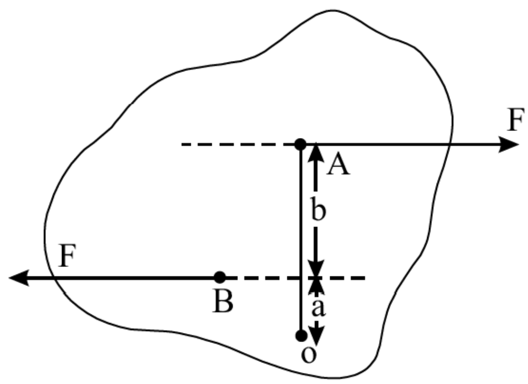
(i) పాదం పైన ఉన్నపుడు బలం పనిచేసే రేఖ ఫెడల్ మధ్య నుండి వెళుతుంది కనుక $\theta = 0$ మరియు $\tau = Fr\sin\theta = 0$.

(ii) గరిష్ట τ ను పొందటానికి $\sin\theta$ విలువ గరిష్టం అవ్వాలి అంటే $\theta = 90^o$. ఇది మీ పాదంను B వద్ద ఉంచి ఫెడల్‌ను కిందికి తొక్కినపుడు అవుతుంది.



పటం. 6.19 : సైకిల్ ఫెడల్ (a) పైన $\tau = 0$ అయినప్పుడు; (b) τ గరిష్ఠంగా ఉన్నప్పుడు

ఒకవేళ చాలా టార్క్‌లు వస్తువుపై పనిచేస్తుంటే మొత్తం టార్క్ విలువ, విడి టార్క్‌ల (సదిశల) బీజీయ మొత్తానికి సమానం. మీరు భ్రమణ చలనంలో టార్క్ పాత్ర, రేఖీయ చలనంలో బలం పాత్రల మధ్య ఏదైనా సారూప్యాన్ని చూశారా? సమాన పరిమాణం గల రెండు బలాలు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తున్నాయనుకోండి (పటం 6.20). వస్తువు O బిందువు గుండా పోయే అక్షం పరంగా స్వేచ్ఛగా భ్రమణాలు చేస్తుందని ఊహించుకోండి. వస్తువుపై రెండు టార్కుల పరిమాణాలు.



పటం 6.20 : వస్తువుపై పనిచేస్తున్న రెండు వ్యతిరేక బలాలు

$$\tau_1 = (a+b)F$$

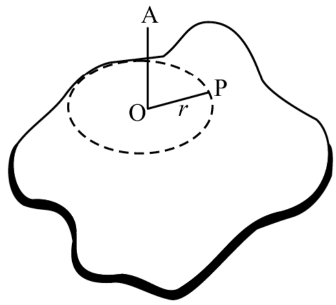
$$\tau_2 = aF\ .$$

ఈ టార్కుల భ్రమణప్రభావం వ్యతిరేక దిశలలో ఉంటాయని మీరు సరి చూసుకోవచ్చు. కనుక వస్తువుపై మొత్తం భ్రమణ ఫలితం యొక్క పరిమాణం ఎక్కువ టార్క్ ఉన్న దిశలో ఉంటుంది. ఇక్కడ అది τ_1

$$\tau = \tau_1 - \tau_2 = \mathrm{bF} \qquad (6.25)$$

దీని నుండి, పరిమాణంలో సమానంగా, దిశలో వ్యతిరేకంగా ఉండి సరేఖీయం కాని రెండు బలాలను బలయుగ్మం అంటారు. దీని టార్క్, బల పరిమాణం మరియు బలాల మధ్య లంబదూరాల లబ్ధానికి సమానం.

వీటి టార్క్ రెండింటిలో ఏదో ఒక బల పరిమాణం మరియు వాటి మధ్య లంబదూరాల లబ్ధానికి సమానం. టార్క్‌కు, రేఖీయ చలనంలో బలంతో ఉన్న సారూప్యాన్ని విశదీకరించే మరియొక ఉపయోగకరమైన సమీకరణం ఉంది. O బిందువు గుండా పోయే అక్షంపరంగా తిరుగుతున్న దృఢ వస్తువును తీసుకోండి (పటం. 6.21). P అనే కణం దాని అక్షం పరంగా r వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార మార్గంలో భ్రమణంలో ఉంది. వృత్తాకార చలనం ఏకరీతిగా లేనపుడు కణం రేడియల్ మరియు స్పర్శరేఖీయ దిశల లో బలాన్ని పొందుతుంది. కణాన్ని వృత్తాకార మార్గంలో ఉంచే రేడియల్ బలం అభికేంద్రబలం $m\omega^2 r$. వృత్తానికి స్పర్శరేఖీయ దిశలో ఎల్లపుడు ఉండే v పరిమాణాన్ని మార్చడానికి స్పర్శ రేఖీయ బలం కావాలి. దాని పరిమాణం ma ఇక్కడ a స్పర్శరేఖీయత్వరణం. రేడియల్ బలం టార్క్‌ను ఉత్పత్తి చేయదు. ఎందుకో మీకు తెలుసా? స్పర్శరేఖీయ బలం $ma\ r$ పరిమాణం గల టార్క్‌ను ఉత్పత్తి చేస్తుంది. $a = r\alpha$ కనుక ఇక్కడ α కోణీయత్వరణం. టార్క్ పరిమాణం $mr^2\alpha$ వస్తువులోని అన్ని కణాలను పరిగణనలోకి తీసుకున్నపుడు



పటం 6.21 : అక్షం పరంగా భ్రమణంలో ఉన్న దృఢవస్తువు

$$\tau = \sum_{i=0}^{i=n} m_i r_i^2 \alpha = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\alpha \qquad (6.26)$$

$$= \mathrm{I}\alpha$$

ఇది ఆ క్షణంలో అన్ని కణాలకు α సమానం.

పై సమీకరణానికి మరియు $\mathbf{F} = m\ a$ కు మధ్య సాదృశ్యం, భ్రమణ చలనంలో τ, రేఖీయ చలనంలో $\mathbf{F}$ పోషించిన పాత్రను పోషిస్తుందని తెలుస్తుంది. రేఖీయ చలనంలోని రాశులకు అనురూపమైన భ్రమణచలనంలోని రాశులను పట్టిక (6.3) లో ఇచ్చాము. ఈ పట్టిక సహాయంతో భ్రమణచలనంలోని సమీకరణాన్ని, రేఖీయచలనంలోని దాని అనురూప సమీకరణం తెలిస్తే కనుక్కోవచ్చు.

పట్టిక 6.3 భ్రమణ, స్థానాంతర చలనాలలోని అనురూప రాశులు

స్థానాంతర చలనం		స్థిర అక్షం పరంగా భ్రమణచలనం	
స్థానభ్రంశం	x	కోణీయస్థానభ్రంశం	θ
వేగం	$v = \dfrac{dx}{dt}$	కోణీయవేగం	$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$
త్వరణం	$a = \dfrac{dv}{dt}$	కోణీయ త్వరణం	$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$
ద్రవ్యరాశి	M	జడత్వభ్రామకం	I
బలం	$F = m\ a$	టార్క్	$\tau = I\alpha$
పని	$w = \int F dx$	పని	$W = \int \tau\, d\theta$
గతిజశక్తి	$½ Mv^2$	గతిజశక్తి	$(½)\, I\omega^2$
సామర్థ్యం	$P = Fv$	సామర్థ్యం	$P = \tau\omega$
రేఖీయ ద్రవ్యవేగం	Mv	కోణీయ ద్రవ్యవేగం	$I\omega$

సమీకరణం 6.26 సహాయంతో ఇచ్చిన టార్కువల్ల కలిగే కోణీయ త్వరణాన్ని కనుక్కోవచ్చు.

ఉదాహరణ 6.7

1kg ద్రవ్యరాశి మరియు 0.1 m వ్యాసార్థం గల ఏకరీతి పళ్ళెం, దాని కేంద్రం గుండా పోతూ ఘర్షణ రహిత తలంకు లంబంగా గల అక్షంపరంగా భ్రమణంలో ఉంది. పళ్ళెం అంచు వెంబడి భారరహిత దారంను పంపించి దాని చివర 0.1 kg ద్రవ్యరాశిని వేలాడదీశారు(పటం 6.22).(i) పళ్ళెం కోణీయ త్వరణాన్ని, (ii) ఒక సెకనులో పళ్ళెం తిరిగిన కోణం, (iii) ఒక సెకను తర్వాత పళ్ళెం కోణీయ వేగంలను కనుక్కోండి వీ $g = 10\ ms^{-2}$ గా తీసుకోండి.

సాధన:

(i) R మరియు M లు పళ్ళెం వ్యాసార్థం మరియు ద్రవ్యరాశులను సూచిస్తే పట్టిక 6.2 నుండి జడత్వభ్రామకంను మననం చేసుకొందాం. $I = (½)\ M R^2$ అని తెలుస్తుంది. దారం చివర ఉన్న ద్రవ్యరాశి వలన కలిగే బలపరిమాణాన్ని F తో సూచిస్తే $(m\ g)$ అపుడు $\tau = FR$. సమీకరణం (6.26) నుండి

$$\alpha = \tau / I = FR / I = 2F / MR$$

$$= \frac{2 \times (0.1\text{kg}) \times (10\text{ms}^{-2})}{(1.0\text{kg}) \times (0.1\text{m})} = 20\,\text{rad}\,\text{s}^{-2}$$

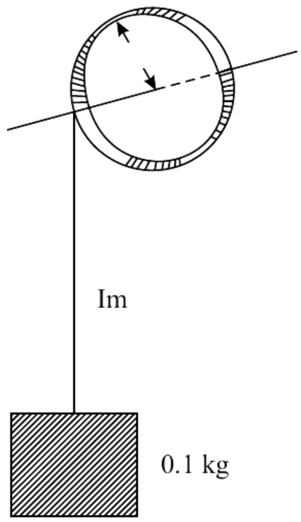
(ii) పళ్ళెం తిరిగిన కోణం కోసం మనం సమీకరణం (6.21 [c])ను ఉపయోగిద్దాం. తొలి కోణీయవేగం సున్న కనుక

$$\theta = (1/2)\times 20\times 1.0 = 10\,\text{rad}$$

(iii) ఒక సెకను తరువాత కోణీయవేగం

$$\omega = \alpha t = 20\times 1.0 = 20\,\text{rad s}^{-1}$$

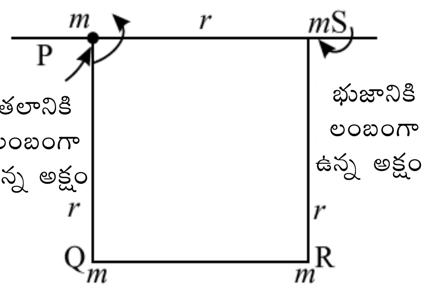
మీరు ఎంతవరకూ అర్థం చేసుకున్నారో, తెలుసుకోవడానికి ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెలుపండి.



పటం. 6.22

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 6.3

1. 1 **m** భుజంపొడవు గల చతురస్రం నాలుగు మూలల్లో ప్రతీ కణం ద్రవ్యరాశి **M** గా గల నాలుగు కణాలు ఉన్నాయి. ఏదేని ఒక మూల గుండా పోతూ దాని తలానికి లంబంగా ఉండే అక్షం పరంగా జడత్వ భ్రామకంను కనుక్కోండి. చతురస్రభుజం వెంబడి పోయే అక్షం పరంగా కూడా జడత్వభ్రామకంను కనుక్కోండి. మీ ఫలితాన్ని లంబాక్ష సిద్ధాంతం ద్వారా సరిచూసుకోండి.



2. గోళానికి స్పర్శరేఖ భ్రమణాక్షం అయితే, ఆ గోళం యొక్క భ్రమణ వ్యాసార్థం (radius of gyration)ను కనుక్కోండి. (పట్టిక 6.2 ను ఉపయోగించుకోండి)
3. గడియారం లోని నిమిషాల ముల్లు కోణీయ వేగం ఎంత?
4. పంక్చర్ అయిన బస్సు టైరును మార్చుతున్న డ్రైవరు పొట్టి స్పానర్‌కి పొడవాటి గొట్టాన్ని అమర్చాడు. గొట్టం రెండవ చివర బలాన్ని ప్రయోగిస్తున్నాడు. పొడవాటి గొట్టం అవసరాన్ని వివరించండి.
5. నిత్యం మనం ఉపయోగించే బలయుగ్మ బలాలకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.
6. బల భ్రామకం (టార్క్) లేదా బలయుగ్మ భ్రామకాల్లో దేన్ని ఉపయోగించి నాణేన్ని టాస్ వేస్తామో తెలియజేయండి.
7. జడత్వ భ్రామకానికి ప్రమాణాలు ఏవి?

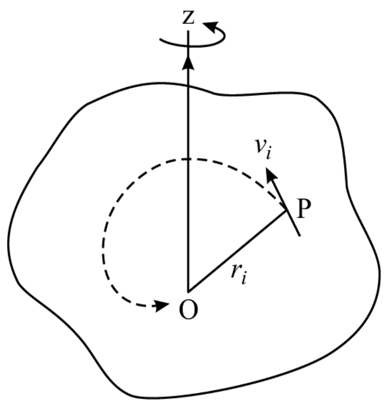
6.7 కోణీయ ద్రవ్యవేగం

పట్టిక 6.3 నుండి భ్రమణచలనంలో కోణీయ ద్రవ్యవేగంకు అనురూపమైనది రేఖీయ చలనంలో రేఖీయ ద్రవ్యవేగం అని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి. కోణీయ ద్రవ్యవేగం ప్రాముఖ్యతను ఈ కృత్యం ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు.

కృత్యం 6.4

ఎక్కువ ఘర్షణ లేకుండా భ్రమణం చెందగల బల్ల నొక దానిని తీసుకోండి. దీనితో మీరు ఒక ఆసక్తికరమైన ప్రయోగం చెయ్యగలరు. మీ స్నేహితురాలిని ఆ బల్లమీద చేతులు ముడుచుకొని కూర్చోమనండి. బల్లను వేగంగా త్రిప్పండి. భ్రమణ వేగాన్ని లెక్కించండి. మీస్నేహితురాలిని చేతులు చాచమని అడిగి మళ్లీ వేగాన్ని లెక్కించండి. బల్ల వేగంలో మార్పును గమనించారా? ఆమెను మళ్లీ చేతులు ముడుచుకోమని చెప్పి వేగంలో మార్పును గమనించండి.

పై రెండు సందర్భాలలో బల్ల వేగంలో మార్పును ఎందుకు ఊహిస్తున్నామో మనం ఇపుడు అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రయత్నిద్దాం: (i)చేతులు ముడుచుకొని, (ii) చాచుకొని కూర్చున్నప్పుడు. దీని కోసం మళ్లీ మనం దృఢ వస్తువు z-అక్షం పరంగా వస్తువులోని స్థిర బిందువు O వెంబడి భ్రమణచలనాన్ని తీసుకొందాం. వస్తువులోని అన్ని బిందువులు అక్షం వెంబడి వృత్తాకార పథంలో కోణీయ వేగంతో చలిస్తూ, ఆ పథాల కేంద్రాలన్నీ అక్షం మీద ఉంటాయి. అక్షం నుండి r_i దూరంలో P అనే బిందువును తీసుకొందాం(పటం 6.23). దాని రేఖీయ వేగం $v_i = r_i\omega$ దాని ద్రవ్యవేగం $m_1 r_1 \omega$ అవుతుంది. ద్రవ్యవేగం మరియు అక్షం నుండి దూరంల లబ్ధం కోణీయ ద్రవ్యవేగం అంటారు. దీనిని L తో సూచిస్తారు. ఈ లబ్ధాన్ని వస్తువు అన్నీ కణాలకు సంకలనం చేసిన



పటం. 6.23 : O గుండా పోయే అక్షం పరంగా దృఢ వస్తువు భ్రమణం

$$L = \sum_i m_i \omega r_i \; r_i = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega$$

$$= I\omega \qquad (6.27)$$

కోణీయవేగం అన్ని కణాలకు సమానం అని గుర్తు పెట్టుకోండి. బ్రాకెట్‌లో ఉన్న పదం వస్తువు జడత్వభ్రామకం. రేఖీయ ద్రవ్యవేగం లాగానే కోణీయ ద్రవ్యవేగం కూడా సదిశరాశి. సమీకరణం (6.27) భ్రమణాక్షం వెంబడి **L** సదిశ అంశను మాత్రమే ఇస్తుంది. I కూడా అదే అక్షానికి సంబంధించినది అని ఇక్కడ ముఖ్యంగా గుర్తు పెట్టుకోవాలి. కోణీయ ద్రవ్యవేగం ప్రమాణం kg m^2 s^{-1}

ω లోని మార్పు రేటు α , I $\alpha = \tau$ కాబట్టి కోణీయ ద్రవ్యవేగం లోని మార్పురేటు టార్క్. సదిశా సంకేతంలో భ్రమణ చలనంలో ఉన్న వస్తువు గతి సమీకరణం

$$\frac{dL}{dt} = \tau = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha \qquad (6.28)$$

6.7.1 కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం (Conservation of angular momentum)

సమీకరణం (6.28) నుండి వస్తువుపై బాహ్య టార్క్ పనిచేయనపుడు $\frac{dL}{dt} = 0$ అని తెలుస్తుంది. అంటే కోణీయ ద్రవ్యవేగంలో మార్పు లేదు అని అర్థం అవుతుంది అంటే కోణీయ ద్రవ్యవేగం స్థిరం. శక్తి నిత్యత్వం, ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం లాగానే ఇది కూడా భౌతికశాస్త్రంలో చాలా ముఖ్యమైన సూత్రాలలో ఒకటి.

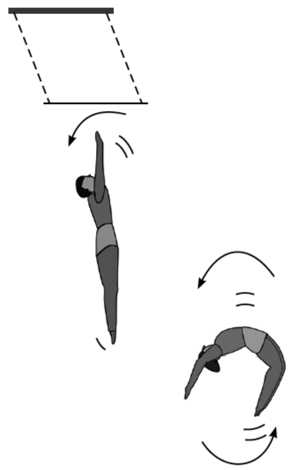
కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఈ కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలను ఇవ్వగలిగేలా చేస్తుంది. గాలిలో ఎగురుతున్న బొమ్మ గొడుగు దిశ స్థిరంగా ఎలా ఉంటుంది? దానిని భ్రమణం చెందించడం వల్ల కొంత కోణీయ ద్రవ్యవేగం వస్తుంది. ఒకసారి అది గాలిలోకి వెళ్లిన తరువాత దాని మీద కోణీయ ద్రవ్యవేగం స్థిరంగా ఉంటుంది. కోణీయ ద్రవ్యవేగం సదిశరాశి కనుక దాని దిశ మరియు పరిమాణాలు మారకుండా స్థిరంగా ఉంటాయి. కనుక గాలిలో ఉన్న బొమ్మ గొడుగు దిశ స్థిరంగా ఉంటుంది. మీ స్నేహితురాలు భ్రమణ బల్ల మీద ఉన్న సందర్భంలో బాహ్య టార్క్ బల్లమీద పనిచేయనపుడు స్టూలు, దాని మీద ఉన్న మనిషి కోణీయ ద్రవ్య వేగం నిత్యత్వమవ్వాలి. ఆమె చేతులు చాచి వ్యవస్థ జడత్వభ్రామకం పెరగడానికి కారణమయ్యింది. సమీకరణం (6.27) నుండి కోణీయ వేగం తగ్గాలి అని తెలుస్తుంది. అలాగే ఆమె చేతులు ముడుచుకున్నపుడు వ్యవస్థ జడత్వభ్రామకం తగ్గుతుంది. ఇది కోణీయవేగం పెరగడానికి కారణం. ఇక్కడ మార్పు అనేది భ్రమణాక్షం నుండి కణాల దూరం మారడం వల్ల జడత్వ భ్రామకంలో మార్పు కలుగుతుందని గమనించండి. కోణీయ ద్రవ్యవేగానికి మరికొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం. M ద్రవ్యరాశి, R వ్యాసార్ధం గల గోళాకార బంతి ఉందనుకుందాం. దాని మీద టార్క్‌ను ప్రయోగించి ఆ బంతిని భ్రమణచలనంలో ఉంచాము. దాని మీద టార్క్‌ను తొలగించాం. బాహ్య టార్క్ లేనపుడు బంతి పొందిన కోణీయ ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వమవ్వాలి. బంతి జడత్వ భ్రామకం (2/5) MR^2 కనుక (పట్టిక 6.2) దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగం.

$$L = \frac{2}{5}MR^2\omega \tag{6.29}$$

ఇక్కడ ω దాని కోణీయవేగం. బంతి వ్యాసార్ధంను ఏదోవిధంగా తగ్గించామనుకుందాం. దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వం చేసుకోవడానికి ω పెరిగి బంతి ఎక్కువ వేగంతో భ్రమణాలు చేస్తుంది. పల్సార్‌లైన నక్షత్రాలలో కూడా ఇదేవిధంగా జరుగుతుంది. (వీటి గురించి పల్సార్ రహస్యం బాక్సులో చూడండి) అకస్మాత్తుగా బంతి వ్యాసార్ధం పెరిగితే ఏమవుతుంది? సమీకరణం (6.29) నుండి, కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం కొరకు, R పెరిగితే, ω తగ్గాలి అని తెలుస్తుంది. వ్యాసార్ధం కాకుండా ఏదో విధంగా దాని జడత్వభ్రామకం లో మార్పు వస్తే అప్పుడు కూడా ω మారుతుంది. దీని నుండి ఒక ఆసక్తికరమైన ఫలితం కోసం ఈ క్రింది బాక్సు చూడండి.

రోజు నిడివి స్థిరం కాదు

భూభ్రమణ ఆవర్తనకాలం అంటే రోజు నిడివిలో అతి స్వల్ప మరియు క్రమరహిత మార్పులను శాస్త్రవేత్తలు గమనించారు. దీనికి వారు గుర్తించిన కారణాలలో ఒకటి వాతావరణం. వాతావరణంలోని మార్పుల కారణంగా భూవాతావరణంలో ఉన్న గాలిలో పెద్ద మొత్తంలో కదలిక వస్తుంది. ఇది భూ అక్షం చుట్టూ ఉన్న ద్రవ్యరాశిలో మార్పుకు కారణమవుతుంది. తద్వారా భూమి జడత్వ భ్రామకంలో మార్పు వస్తుంది. భూమి కోణీయ ద్రవ్యవేగం $L = I\omega$ నిత్యత్వమవ్వాలంటే I లో మార్పు అంటే భూభ్రమణవేగం లేదా రోజునిడివిలో మార్పు ఉండాలి.



పటం. 6.24 : ఈతగాడు, ఈతబల్ల మీద నుండి దూకిన తరవాత పల్టీలు కొట్టడం

ఆక్రోబాట్స్ (Acrobats), స్కేటర్స్ (skaters), డైవర్స్ (divers) ఇంకా ఇతర ఆటగాళ్లు వారి ఆటను ప్రదర్శించడానికి కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని బాగా ఉపయోగించుకుంటున్నారు. ఆసియాక్రీడలు, ఒలింపిక్స్, జాతీయ క్రీడలలో ఈత విభాగంలో ఈతగాళ్లు ఈతబల్ల నుండి దూకేటపుడు డైవర్ తనకు తాను కొద్దిగా భ్రమణాన్ని ఇచ్చుకొని తద్వారా ఆమె కొంత కోణీయవేగాన్ని పొందుతుంది. గాలిలో ఉన్నపుడు ఆమె మీద టార్క్ పనిచేయదు, కనుక కోణీయ ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వమవ్వాలి. జడత్వ భ్రామకం తగ్గించడానికి శరీరాన్ని ముడుచుకున్నపుడు ఆమె వేగంగా భ్రమణాలు చేస్తుంది. ఆమె ముడుచుకోకపోతే జడత్వభ్రామకం ఎక్కువై ఆమె భ్రమణం నెమ్మదిస్తుంది. ఈ విధంగా శరీరాకృతిని మార్చుకోవడం ద్వారా నీటిలోకి ప్రవేశించేముందు తన ఆటను ప్రదర్శించగలుగుతుంది.

ఉదాహరణ 6.8

ఘర్షణ రహిత బేరింగులు గల భ్రమణ బల్ల మీద షీలా నిలబడి ఉంది. వ్యవస్థ భ్రమణాక్షం నుండి 1.0 m దూరంలో 2 kg ల వస్తువును పట్టుకొని ఉంది. ఆరంభంలో వ్యవస్థ నిముషానికి 10 భ్రమణాలు చేస్తుంది. (a) తొలి కోణీయ వేగాన్ని రేడియన్ /సెకను (b) భ్రమణాక్షం నుండి వస్తువులను 0.2 m దూరంలోకి తెచ్చినపుడు కోణీయవేగం (c)వ్యవస్థ గతిజశక్తిలో మార్పు (d) గతిజశక్తి పెరిగితే, దాని పెరుగుదలకు కారణం ఏమిటి? (షీలా మరియు బల్ల జడత్వభ్రామకం I_{SP}, 1.0 kg m^2 వద్ద స్థిరంగా ఉందని అనుకోండి)

సాధన:

(a) 1 భ్రమణం $= 2\pi$ రేడియన్

$\therefore$ తొలి కోణీయవేగం $\omega = \dfrac{10 \times 2\pi \text{ radian}}{60\text{s}} = 1.05 \text{ rad s}^{-1}$

(b) కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమం నుపయోగించి దీనిని కనుక్కోవచ్చు.

తొలి జడత్వభ్రామకం $I_i = I_{SP} + mr_i^2 + mr_i^2$

$$= 1.0 kg\, m^2 + (2.0 kg) \times (1 m^2) + (2.0 kg) \times (1 m^2)$$

$$= 5.0 \text{ kg m}^2$$

వస్తువులను 0.2 m దూరంలోకి తెచ్చినపుడు తుది జడత్వభ్రామకం

$$I_t = I_{SP} + mr_f^2 + mr_f^2$$

$$= 1.0 \text{ kg m}^2 + 2.0 \text{ kg} \times (0.2)^2 \text{ m}^2 + 2.0 \text{ kg} \times (0.2)^2$$

$$= 1.16 \text{ kg m}^2.$$

కోణీయద్రవ్యవేగం నిత్యత్వమవ్వాలంటే

$I_i\omega_i = I_f\omega_f$ అవ్వాలి

లేదా $\omega_f = \dfrac{I_i\omega_i}{I_f}$

$$= \frac{\left(5.0\,\text{kgm}^2\right)1.05\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}}{1.16\,\text{kgm}^2}$$

$$= 4.5 \text{ rad s}^{-1}$$

భ్రమణ గతిజశక్తిలో మార్పును ΔE అనుకొంటే

$$\Delta E = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_i \omega_i^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.16\text{kgm}^2 \times (4.5)^2 \left(\text{rad}\,\text{s}^{-1}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 5.0\text{kgm}^2 \times (10.5)^2 \left(\text{rad}\,\text{s}^{-1}\right)^2$$

$$= 9.05 \text{ J}$$

తుది గతిజశక్తి, తొలి గతిజశక్తి కన్నా ఎక్కువ కనుక వ్యవస్థ గతిజ శక్తిలో పెరుగుదల ఉంటుంది.

(d) షీలా వస్తువును అక్షం వైపుకు లాగినపుడు ఆమె వ్యవస్థ మీద పనిచేస్తుంది. ఆమె చేసిన పని వ్యవస్థ గతిజశక్తిని పెంచుతుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 6.4

1. హైడ్రోజన్ అణువు రెండు సమానమైన పరమాణవులను కలిగి ఉంది. అది ఒక్కొక్కటి m ద్రవ్యరాశి కలిగి, d దూరంలో వేరుచేయబడి ఉన్నాయి. ఆ రెండింటి మధ్యలో ఉన్న అక్షం పరంగా అణువు ω కోణీయ వేగంతో భ్రమణంలో ఉంది. అణువు కోణీయ ద్రవ్యవేగాన్ని కనుక్కోండి?

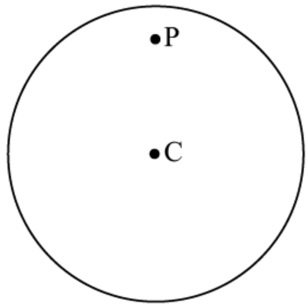
2. 2.0 kg ద్రవ్యరాశి, 20 cm వ్యాసార్ధం కల ఏకరీతి పళ్లెం ఏదేని ఒక వ్యాసం పరంగా 10 rad/s కోణీయవేగంతో భ్రమణంలో ఉంది. భ్రమణాక్షం పరంగా దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగాన్ని కనుక్కోండి.

3. లంబంగా ఉన్న అక్షం వెంబడి ω కోణీయవేగంతో ఒక చక్రం భ్రమణంలో ఉంది. అంతే వ్యాసార్ధం, సగం ద్రవ్యరాశి కలిగి ఆరంభంలో నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న ఇంకొక చక్రంను నెమ్మదిగా అదే అక్షానికి జారవిడిచారు. ఆ రెండు చక్రాలు ఉమ్మడి వేగంతో భ్రమణంలో ఉన్నాయి. ఉమ్మడి కోణీయ వేగాన్ని కనుక్కోండి.

4. కుంచించుకుపోతున్న గాలి మేఘంతో భూమి తయారైందని అంటారు. కొంతకాలం క్రితం భూమి వ్యాసార్ధం, ఇప్పటి వ్యాసార్ధం కంటే 25 రెట్లు ఉండేదనుకుందాం. అపుడు దాని అక్షం పరంగా భ్రమణ ఆవర్తనం ఎంత ఉండేది.

6.8 ఒకేసారి భ్రమణ మరియు స్థానాంతర చలనాలు

దృఢ వస్తువును ఒక బిందువు వద్ద పట్టి ఉంచకపోతే అది భ్రమణ, స్థానాంతర చలనాలను కలిగి ఉంటుందని మీకు తెలుసు. సాధారణంగా దృఢ వస్తువు పై రెండు చలనాల్ని కలిగి ఉంటుంది. సమతల క్షితిజ సమాంతరతలంపై ఆటోమొబైల్ చక్రం చలనాన్ని ఊహించుకోండి. (పటం 6.25) మీరు వృత్తాకార తలంను



పటం. 6.25

గమనిస్తున్నారనుకుందాం. వృత్తాకార తలం మీద P బిందువు వద్ద C మరియు దాని కేంద్రం C వద్ద మీ దృష్టి పెట్టండి. చక్రం ద్రవ్యరాశికేంద్రం దాని అక్షం కేంద్ర వద్ద ఉంటుందని C బిందువు అక్షం చివరి బిందువుని గుర్తు పెట్టుకోండి. అది దొర్లుతున్నపుడు P బిందువు, C బిందువు చుట్టూ భ్రమణంలో ఉండటం మీరు గమనిస్తారు. C బిందువు చలనదిశలో తనంతట తాను స్థానాంతరంను పొందుతుంది. అంటే చక్రం, భ్రమణ మరియు స్థానాంతర చలనాలు రెంటిని కలిగి ఉంది. C బిందువు లేదా ద్రవ్యరాశికేంద్రం v_{cm} వేగంతో ,స్థానాంతరాన్ని పొందితే స్థానాంతర గతిజశక్తి.

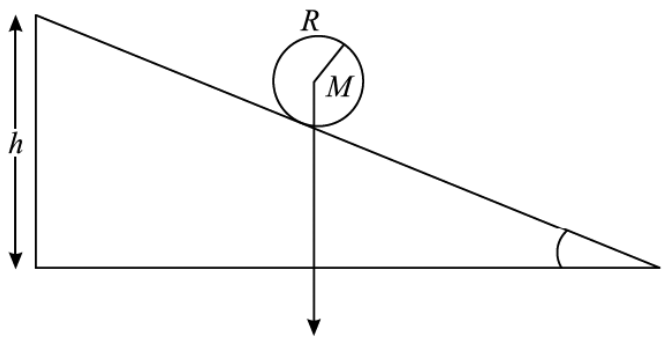
$$\left(KE\right)_{\text{స్థానాంతర}} = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 \qquad (6.30)$$

ఇక్కడ M ద్రవ్యరాశి, ω కోణీయవేగం అయితే భ్రమణ గతిజశక్తి.

$$\left(KE\right)_{\text{భ్రమణ}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (6.31)$$

ఇక్కడ I జడత్వభ్రమకం, స్థానాంతర మరియు భ్రమణ గతిజశక్తుల మొత్తం వస్తువు మొత్తం శక్తి అవుతుంది. వాలుతలంపై స్థానాంతర మరియు భ్రమణ చలనాలతో కూడి వున్న వస్తువు చలనం ఇక్కడ ఆసక్తికర సందర్భం.

ఉదాహరణ 6.9: M ద్రవ్యరాశి, R వ్యాసార్ధం గల దృఢ వస్తువు జడత్వభ్రామకం I అనుకొందాం. h వాలుతలంపై అది కిందికి దొర్లుతోంది (పటం 6.26). దాని ప్రయాణం చివరలో v రేఖీయ వేగాన్ని, ω కోణీయవేగాన్ని పొందింది. ఘర్షణ వల్ల నష్టపోయినశక్తి చాలా స్వల్పం అనుకొంటే దానిని ఉపేక్షించవచ్చు. v పరంగా h విలువను రాబట్టండి.



పటం. 6.26 : వాలుతలంపై దృఢవస్తువు చలనం

సాధన:

శక్తి నిత్యత్వ నియమం నుండి వాలుతలం పాదం వద్ద స్థానాంతర, భ్రమణగతిజ శక్తుల మొత్తం, వాలుతలం ఎత్తు వద్ద వస్తువు కలిగి ఉన్న స్థితిజశక్తికి సమానం. అందువల్ల

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = Mgh \qquad (6.32)$$

జారుడు చలనం లేకుండా మొత్తం దొర్లుడు చలనం అయితే మనం $v = R\omega$ అని రాయొచ్చు. సమీకరణం (6.32) లో ఈ విలువను పెడితే

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2} = Mgh \qquad (6.33)$$

ఒక సరళమైన ఉదాహరణకోసం ఆ వస్తువును పీపాకట్టు (hoop) (లేదా రింగు) అనుకొందాం. పట్టిక 6.2 నుండి దాని అక్షం పరంగా జడత్వ భ్రామకం MR^2 అని తెలుస్తుంది. సమీకరణం 6.33 నుండి

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\frac{MR^2v^2}{R^2} = Mgh \qquad (6.34)$$

లేదా

$$v = \sqrt{gh} \qquad (6.35)$$

ఈ సమీకరణంలో ఏదైనా ఆసక్తికర విషయాన్ని గమనించారా? పీపాకట్టు లేదా రింగు ద్రవ్యరాశి, వ్యాసార్థం మీద రేఖీయ వేగం ఆధారపడదు. దీని అర్థం పీపాకట్టు ఏ పదార్థంతో చేసినదైనా, ఎంత వ్యాసార్థమున్నా వాలుతలంపై అదే వేగంతో కిందకు దొర్లుతుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 6.5

1. ఒక ఘనగోళం వాలుతలంపై జారకుండా దొర్లుతుంది. వాలుతలం ఎత్తుపరంగా దాని వేగం ఎంత ఉంటుంది.
2. ఒక ఘనస్తూపం వాలుతలంపై జారకుండా దొర్లుతుంది. దాని గతిజశక్తిలో స్థానాంతర గతిజశక్తి భాగం ఎంత? h ఎత్తు నుండి పడిన తర్వాత దాని వేగ పరిమాణమెంత?
3. క్షితిజంతో 30^0 కోణం చేస్తున్న వాలుతలం పైనుండి 2 kg ద్రవ్యరాశి మరియు 10cm వ్యాసార్థం గల ఏకరీతిగోళంను నిశ్చల స్థితి నుండి వదిలారు. దాని (a) కోణీయత్వరణాన్ని (b) తలం వెంబడి దాని రేఖీయత్వరణం మరియు (c) తలం వెంబడి 2m ప్రయాణించినపుడు దాని గతిజశక్తిలను రాబట్టండి.

పల్సార్‌ల(Pulsars) రహస్యం

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వంకు ఆసక్తికరమైన ఉదాహరణ పల్సేటింగ్ నక్షత్రాలు. వీటిని పల్సార్‌లు అంటారు. ఈ నక్షత్రాలు ఎక్కువ తీవ్రతకలిగిన వికిరణాలను మనవైపుకు పంపిస్తాయి. ఈ పల్సార్లు ఆవర్తనంగా ఉండి ఖచ్చితమైన ఆవర్తకతను కలిగి ఉంటాయి. వీటి ఆవర్తనకాలం వ్యాప్తి కొన్ని మిల్లీ సెకన్ల నుండి కొన్ని సెకన్ల వరకు ఉంటుంది. అంత తక్కువ వ్యవధిలోని ఆవర్తనాల వల్ల నక్షత్రాలు చాలా వేగంగా భ్రమణం చేస్తున్నట్లు తెలుస్తుంది. ఈ నక్షత్రాలలో చాలా వరకు పదార్థం న్యూట్రాన్‌ల రూపంలో ఉంటుంది (పరమాణు కేంద్రకం ప్రోటాను, న్యూట్రానులతో నిర్మితమై ఉంటుంది). ఈ నక్షత్రాలను న్యూట్రాన్ నక్షత్రాలని కూడా అంటారు. ఇవి నక్షత్రాలలోని చివరి స్థితిని తెలియజేస్తాయి. వాటి అతి చిన్న పరిమాణమే వేగవంతమైన భ్రమణానికి కారణం. న్యూట్రాన్ నక్షత్రం వ్యాసార్థం 10 km మాత్రమే. దీనిని సూర్యుని వ్యాసార్థం (సుమారు 7×10^5 km) తో పోల్చి చూడండి. సూర్యుడు దాని అక్షం పరంగా 25 రోజుల ఆవర్తనకాలంతో భ్రమణం చేస్తాడు. సూర్యుడు అకస్మాత్తుగా దాని ద్రవ్యరాశిలో మార్పు లేకుండా న్యూట్రాన్ నక్షత్రం పరిమాణంకు కుంచించుకు పోయినట్లుగా ఊహించుకోండి. దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం కోసం సూర్యుడు మిల్లి సెకను కన్నా తక్కువ ఆవర్తనకాలంతో భ్రమణం చేయాల్సి ఉంటుంది.

మీరు ఏం నేర్చుకున్నారు

- దృఢ వస్తువు, భ్రమణ స్థానాంతర చలనాలను విడి విడిగా లేదా ఉమ్మడిగా కలిగి ఉంటుంది.
- దృఢ వస్తువు స్థానాంతర చలనానికి సమీకరణాలను, దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని మాత్రమే పరిగణించి, ఆ ఒక్క కణం దృష్ట్యా రాయవచ్చు.
- దృఢ వస్తువుపై బాహ్యబలాన్ని ప్రయోగించినప్పటికీ, దాని కణాల మధ్య సాపేక్ష దూరం మారదు.
- నిజానికి విశ్వంలో దృఢ వస్తువులు లేవు. కాని మనం రైలు పట్టాలు, చక్రాలు, లోహ గోళాలు మొదలగు ఎన్నో వస్తువులను దృఢ వస్తువులుగా పరిగణిస్తాం.
- వస్తువు యొక్క ఏ బిందువు వద్దనైతే మొత్తం ద్రవ్యరాశి కేంద్రీకృతం అయినట్టుగా కనిపిస్తుందో, ఆ బిందువును "ద్రవ్యరాశి కేంద్రం" అంటాం.
- దృఢ వస్తువు (కణాల వ్యవస్థ) చలన అధ్యయనాన్ని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం సులభతరం చేస్తుంది.
- ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వద్ద ద్రవ్యరాశి ఉండాల్సిన అవసరం లేదు.
- వస్తువు యొక్క ఏ బిందువు వద్దనైతే దాని మొత్తం భారం కేంద్రీకృతం అయినట్టుగా కనిపిస్తుందో దాన్ని గురుత్వకేంద్రం అంటారు.
- గురుత్వ కేంద్రం వస్తువు స్థిరత్వంతో ముడి పడినది.
- దృఢ వస్తువు భ్రమణ చలనంలో ఉన్నప్పుడు, దాన్లోని కణాలన్నీ భ్రమణాక్షం లేదా ఆధార బిందువు చుట్టూ ఏక కేంద్రక వృత్తాకార మార్గాల్లో ప్రయాణిస్తాయి. అన్ని కణాలకు ఒకే కోణీయ వేగం, వేర్వేరు రేఖీయ వేగాలు ఉంటాయి.
- దృఢ వస్తువులోని ఒక బిందువును స్థిరంగా బిగిస్తే అది కేవలం భ్రమణ చలనాన్ని మాత్రమే కలిగి ఉంటుంది.
- భ్రమణ అక్షం దృష్ట్యా జడత్వ భ్రామకం $I=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = MK^2$. ఇక్కడ M = మొత్తం ద్రవ్యరాశి; K = భ్రమణ వ్యాసార్థం.
- రేఖీయ చలనంలో ద్రవ్యరాశి పోషించే పాత్రను భ్రమణ చలనంలో జడత్వ భ్రామకం పోషిస్తుంది.
- బలభ్రామకం టార్క్ $\tau = \overline{\mathbf{r}} \times \overline{\mathbf{F}}$

  దీన్నే బలం యొక్క తిప్పే ప్రభావం అంటారు.
- సమాన, వ్యతిరేక, సమాంతర బలాల జంట బలయుగ్మాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. బలయుగ్మం వల్ల కలిగే భ్రమణాన్ని బలయుగ్మ భ్రామకం అంటారు. ఇది రెండు బలాల మధ్య లంబదూరం, బలం పరిమాణాల లబ్ధానికి సమానం.
- బాహ్య టార్క్ ప్రభావంతో వస్తువు కోణీయ ద్రవ్యవేగంలో మార్పు వస్తుంది.

- కోణీయ ద్రవ్యవేగం L = I ω .
- బాహ్య టార్క్ శూన్యం అయితే, వస్తువు కోణీయ ద్రవ్యవేగం స్థిరం.

$\tau_{ext} = 0$ అయితే L = I ω = స్థిరం

లేదా $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

* స్ప్రింగ్ బోర్డు డైవింగ్, స్కేటింగ్, జిమ్నాస్టిక్ విన్యాసాల్లో కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని అనువర్తిస్తారు.
* స్థూపాకార లేదా గోళాకార వస్తువు వాలు తలంపై దొర్లుతున్నప్పుడు దాని వేగం, వస్తువు ద్రవ్యరాశి లేదా వ్యాసార్థంపై ఆధారపడదు.

ముగింపు అభ్యాసం

1. వస్తువు భారం Mg సాధారణంగా దాని గురుత్వ కేంద్రం వద్ద పనిచేస్తుందని చూపిస్తాం. అంటే భూమి ఇతర కణాలను ఆకర్షించదని అర్థమా?
2. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వస్తువు బయట కూడా ఉండవచ్చా? రెండు ఉదాహరణల ద్వారా మీ సమాధానాన్ని వివరించండి
3. కార్బన్‌మోనాక్సైడ్ (CO) అణువులో రెండు పరమాణువుల కేంద్రకాల మధ్యదూరం 1.13×10^{-10}m. అణువులో ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని గణించండి.
4. 5 kg ద్రవ్యరాశి, 0.2 m వ్యాసం గల తిరుగుడు చక్రం 100 rad s^{-1} కోణీయవేగంతో భ్రమణంలో ఉంది.దాని గతిజశక్తిని గణించండి. స్వేచ్ఛగా కిందికి పడేలా దానిని ఎంత ఎత్తు నుండి వదిలితే ఇంత గతిజశక్తిని పొందవచ్చు. (g =10.0 ms^{-2} గా తీసుకోండి)
5. ఒక దృఢ అక్షం పరంగా 1.0 m వ్యాసం గల చక్రం దాని తొలి కోణీయవేగం 2 rad s^{-1} తో భ్రమణంలో ఉంది. దాని కోణీయ త్వరణం 3 rad s^{-2}.
   (a) 2 సెకన్ల తరువాత దాని కోణీయవేగాన్ని గణించండి
   (b) ఈ కాలంలో ఎంత కోణంతో ఆ చక్రం తిరిగింది.
   (c) t = 2 s వద్ద చక్రం అంచుమీద ఉన్న బిందువు స్పర్శా వేగం ఎంత?
   (d) t = 2 s వద్ద చక్రం అంచు మీద ఉన్న బిందువు అభికేంద్ర త్వరణం ఎంత?
6. 20 rads^{-1} కోణీయ వేగంతో భ్రమణంలో ఉన్న ఒక చక్రంను స్థిర టార్క్‌ను ప్రయోగించి 4 సెకన్లలో నిశ్చలస్థితికి తెచ్చారు. దాని అక్షంపరంగా చక్రం జడత్వభ్రామకం 0.2 kg m^2 మొదటి రెండు సెకన్లలో టార్క్ చేసిన పనిని గణించండి.
7. రెండు చక్రాలు ఒకే ఇరుసుకు బిగించారు. A చక్రం జడత్వ భ్రామకం 5×10^{-2} kg m^2. B చక్రం జడత్వభ్రామకం 0.2 kg m^2. A చక్రాన్ని 600 భ్రమణాలు(నిమిషం$^{-1}$) తో ఆత్మభ్రమణం చెందే విధంగా చేసి, B చక్రాన్ని స్థిరంగా ఉంచారు. A, B లు కలిసి ఆత్మభ్రమణం చెందేలా క్లచ్‌తో కలిపారు.

(a) అవి ఎంత వేగంతో భ్రమణంలో ఉంటాయి.

(b) రెంటిని కలపకముందు గతిజశక్తిని, రెంటిని కలిపిన తరువాత గతిజశక్తిని పోల్చండి.

(c) క్లచ్ పనిచేసినపుడు A, 10 భ్రమణాలు చేస్తే క్లచ్ విడుదల చేసిన టార్క్ ఎంత?

8. చూడటానికి ఒకేవిధంగా ఉన్న రెండు గోళాలను ఇచ్చి అందులో ఒకటి బోలు గోళమని చెప్పారు. బోలు గోళాన్ని కనుక్కోవడానికి ఒక పద్ధతిని సూచించు.

9. 1000 $kg\ m^2$. జడత్వభ్రామకం గల చక్రం ఏకరీతి త్వరణంతో భ్రమణంలో ఉంది. ఏదేని క్షణంలో దాని కోణీయ వేగం 10 $rad\ s^{-1}$. 100 రేడియన్ కోణంతో భ్రమణం చెందిన తరువాత చక్రం కోణీయవేగం 100 $rad\ s^{-1}$ అయ్యింది. చక్రం మీద పనిచేసిన టార్క్‌ను, గతిజశక్తిలో మార్పును గణించండి.

10. 1 kg ద్రవ్యరాశి, 10 cm వ్యాసార్ధం గల పళ్ళెం దాని అక్షంపరంగా భ్రమణంలో ఉంది. అది నిశ్చల స్థితి నుండి ఏకరీతిగా త్వరణం చెందించబడింది. మొదటి సెకనులో అది 2.5 రేడియన్ భ్రమణం చెందింది. తరువాత సెకనులో అది ఎంతకోణం భ్రమణం చెందిందో కనుక్కోండి. పళ్ళెం మీద పనిచేసే టార్క్ పరిమాణం ఎంత?

11. గోళాకార కర్పరం వ్యాసం దృష్ట్యా జడత్వ భ్రామకం $\frac{MR^2}{4}$. గోళాకార కర్పరం స్పర్శరేఖా దృష్ట్యా జడత్వ భ్రామకం ఎంత? (hint : సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించండి.).

12. భ్రమణ వ్యాసార్ధాన్ని 10% పెంచితే, జడత్వ భ్రామకంలో వచ్చే పెరుగుదల శాతం ఎంత?

13. 0.3 $kg\ m^2$ జడత్వ భ్రామకం కలిగిన గతిపాల చక్రం నిమిషానికి 300 భ్రమణాలు చేస్తుంది. దానిపై ఎంత టార్క్ ప్రయోగిస్తే అది 20 సెకన్లలో ఆగిపోతుంది.

14. 0.63 $kg\ m^2$ జడత్వ భ్రామకం కలిగిన చక్రం కోణీయ వేగాన్ని 40 rpm నుంచి 80 rpm కి పెంచాలంటే ఎంత పని చేయాలి?

15. $(7\bar{\mathbf{i}}+3\bar{\mathbf{j}}-3\bar{\mathbf{k}})$ బలం $(\bar{\mathbf{i}}+\bar{\mathbf{j}}-\bar{\mathbf{k}})$ స్థాన సదిశను కలిగిన బిందువు పై పనిచేస్తే, టార్క్‌ని గణించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

6.1

1. అవును, ఫ్రేమ్‌లో రెండు బిందువుల మధ్యదూరం మార్చలేము. కనుక దానిని దృఢ వస్తువుగా భావించవచ్చు.

2. భావించలేము. ఏదైనా అలజడి ఇసుక కణాల మధ్య దూరంను మార్చగలదు కనుక ఇసుక కుప్పను దృఢ వస్తువుగా భావించలేము.

6.2

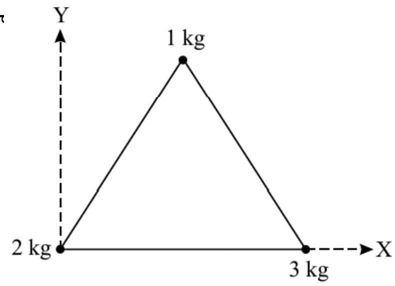
1. ఇచ్చిన ద్రవ్యరాశుల నిరూపకాలు A (–1, –1), B (–5, –1), C (6, 3), D (2, 6), E (–3, 0) వాటి ద్రవ్యరాశులు వరుసగా 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg

వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగం నిరూపకాలు

$$x=\frac{-1\times1-5\times2+6\times3+2\times4-3\times5}{1+2+3+4+5}=0$$

$$y=\frac{-1\times1-1\times2+1\times3+4\times6+0\times5}{1+2+3+4+5}=\frac{30}{15}=2.0$$

2. పటంలో చూపిన విధంగా మూడు కణాల వ్యవస్థను తీసుకుందాం. పటంలో చూపిన విధంగా మూల బిందువు వద్ద 2 kg ల ద్రవ్యరాశి కలిగిన అక్షాన్ని తీసుకుందా



$$x=\frac{2\times0+1\times0.5+3\times1}{1+2+3}=\frac{3.5}{6}m$$

$$y=\frac{2\times0+1\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times0}{1+2+3}=\frac{\sqrt{3}}{12}m$$

వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలు $\left(\frac{3.5}{6},\frac{\sqrt{3}}{12}\right)$

3. రెండు కణాలు x-అక్షం వెంబడి ఉన్నాయనుకుందాం. వాటి నిరూపకాలను o, x అనుకుందాం. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలు.

$$X=\frac{m_1\times0+m_2\times x}{m_1+m_2}=\frac{m_2x}{m_1+m_2},\ Y=0$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుండి m_1 దూరం X ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుండి m_2 దూరం

$$x-X=x-\frac{m_2x}{m_1+m_2}=\frac{m_1x}{m_1+m_2}$$

$$\therefore\frac{X}{x+X}=\frac{m_2}{m_1}$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుండి దూరాలు వాటి ద్రవ్యరాశులకు విలోమానుపాతంలో ఉన్నాయి.

4. ఉండదు

6.3

1. తలానికి లంబంగా ఏదేని ఒక మూల గుండా పోతూ చతురస్ర తలానికి లంబంగా ఉన్న అక్షం పరంగా వ్యవస్థ జడత్వభ్రామకం

$$= m\,r^2 + m\,(2\,r^2) + m\,r^2 = 4\,m\,r^2$$

భుజం వెంబడి ఉన్న అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకం $= m\,r^2 + m\,r^2 = 2\,m\,r^2$

నిరూపణ: QP అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకం QP $= m\,r^2 + m\,r^2 = 2\,m\,r^2$.

లంబాక్ష సిద్ధాంతం ప్రకారం, SP పరంగా జడత్వభ్రామకం $(2\,m\,r^2)$ QP పరంగా జడత్వభ్రామకం $(2\,m\,r^2)$, P గుండా పోతూ తలానికి లంబంగా గల అక్షం పరంగా జడత్వభ్రామకం $(4\,m\,r^2)$ ఇది నిజం కనుక ఫలితం నిరూపణ అయింది.

2. గోళానికి స్పర్శీయంగా ఉన్న అక్షం పరంగా ఘనగోళం జడత్వభ్రామకం

$= \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 = \frac{7}{5}MR^2$ (సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతప్రకారం) భ్రమణవ్యాసార్ధం K అయితే,

$M\,K^2 = \frac{7}{5}\,M\,R^2$ అపుడు భ్రమణ వ్యాసార్ధం $K = R\sqrt{\frac{7}{5}}$

3. $\omega = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2\pi \times 1}{60 \times 60} = \frac{\pi}{1800}$ rad/second

4. $|r|$ లో $\bar{\boldsymbol{\tau}} = \bar{\mathbf{r}} \times \bar{\mathbf{F}}$ విలువను పెంచడానికి

5. (a) పిడిని / కుళాయిని తిప్పుట

   (b) సైకిల్ పెడల్స్‌పై రెండు కాళ్లతో బలాలను ప్రయోగించుట

   (c) రెండు చేతులతో కారు స్టీరింగ్ చక్రాన్ని తిప్పుట

6. నాణేన్ని టాస్ వేసేటప్పుడు, దాని చివరన బొటన వేలుతో బలాన్ని ప్రయోగిస్తాం.

7. kg m^2

6.4

1. కోణీయ ద్రవ్యవేగం

$$L = \left(m\frac{d^2}{4} + m\frac{d^2}{4} \right)\omega$$

$$L = \frac{md^2\omega}{2}$$

2. భ్రమణాక్షం (వ్యాసం) పరంగా కోణీయ ద్రవ్యవేగం

$$L = I\omega = m\frac{r^2}{4}\times\omega$$

వ్యాసం పరంగా జడత్వభ్రామకం $r = \frac{mr^2}{4}$

$$\therefore\ \mathrm{L} = 2.0\mathrm{kg}\times\frac{(0.2)^2\,\mathrm{m}^2}{4}\times 10\,\mathrm{rad\,s^{-1}} = 0.2\mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$$

3. కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం ప్రకారం

$$I_i\omega = \left(I_1 + I_2\right)\omega_1$$

ఇక్కడ I_1 , చక్రం జడత్వభ్రామకం, I_2 ఇంకొక చక్రం జడత్వభ్రామకం, ω దాని తొలి కోణీయవేగం, ω_1 ఉమ్మడి తుది కోణీయవేగం.

$$mr^2\,\omega = \left(mr^2 + \frac{m}{2}r^2\right)\omega_1$$

$$\omega = \frac{3}{2}\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{2}{3}\omega$$

4. ప్రస్తుతం భూమి యొక్క ఆవర్తనకాలం T అనుకొంటే, ఇంతకుముందు అది T_0. కోణీయద్రవ్యవేగం ప్రకారం

$$\frac{2}{5}M\left(25R\right)^2\times\left(\frac{2\pi}{T_0}\right) = \frac{2}{5}MR^2\times\left(\frac{2\pi}{T}\right)$$

$$= \frac{2}{5}MR^2\times\left(\frac{2\pi}{T}\right)$$

అది, $T_0 = 6.25\ T$ గా వస్తుంది.

భూమి ఆవర్తనకాలం T_0, ప్రస్తుత ఆవర్తన కాలానికి (T) 6.25 రెట్లు ఉంటుంది.

6.5

1. ఘన గోళానికి జడత్వభ్రామకం $\left(I = \frac{2}{5}MR^2\right)$,

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$$

లేదా $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}mr^2.\frac{v^2}{r^2} = mgh$

$$\therefore \omega = v/r$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$$

2. ఘన గోళానికి, $I = \dfrac{mR^2}{2}$

$\therefore$ మొత్తం గతిజశక్తి $\dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}I\omega^2 = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}\dfrac{mR^2}{2}.\dfrac{v^2}{R^2} = \dfrac{3}{4}mv^2$

$\because \omega = v/r$

అప్పుడు స్థానాంతర గతిజశక్తి భాగం $= \dfrac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{4}mv^2} = \dfrac{2}{3}$

1 వ ప్రశ్నకు చేసిన విధంగా చేసిన వస్తుంది $v = \sqrt{\dfrac{4}{3}gh}$

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

1. కాదు. భూమి అన్ని కణాలను ఆకర్షిస్తుంది. కాని ఫలిత భారం Mg గురుత్వ కేంద్రం వద్ద పనిచేస్తుంది.

2. ఉండవచ్చు (1) లోహ రింగు (2) బోలు గోళం

3. $m_c = 12$; $m_{O_2} = 16$

$x_1 = 0$ $x_2 = 1.13 \times 10^{-10}$

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{16 \times 1.13 \times 10^{-10}}{28} = 0.64 \times 10^{-10} m$$

4. m = 5kg, d = 0.2 m ω = 100 rad s^{-1}

$I = mr^2 = 5 \times (0.1)^2 = 5 \times 10^{-2}$ Kg m^2

KE = 1/2 $\times$ 5 $\times 10^{-2} \times 100 \times 100$ = 250J

KE = mgh $\Rightarrow$ 250 = 5 $\times$ 10 $\times$ h $\Rightarrow$ h = 5m

5. $r = 1/2m \quad \omega_0 = 2\text{rev s}^{-1} \quad \alpha = 3\text{rev s}^{-2}$

(a) $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$= 2+3\times2=8\,\text{rev/s} = 8\times2\pi\ \text{rad/s}$

$\omega = 16\pi\ \text{rads}^{-1}$

(b) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 2\times2 + \frac{1}{2}\times3\times4 = 10$ భ్రమణాలు

$\theta = 20\pi$ rad

(c) $v = r\omega = \frac{1}{2}\times16\times\frac{22}{7} = 22\,m/s$

(d) $a = \omega^2 r = (16\pi)^2\times\frac{1}{2} = 1280\,m/s^2$

6. $\omega = 20\,rads^{-1} \quad \omega = 0 \quad t = 4s \quad I = 0.2kgm$

$\Delta E = \frac{1}{2}I\left(\omega^2 - \omega_0^2\right) = \frac{1}{2}\times0.2\times400 = 40\text{J}$

7. (a) $I_1 = 5\times10^{-2}\,kg\,m^2 \qquad \omega_1 = \frac{600\times\pi}{60} = 20\pi\ rads^{-1}$

$I_2 = 0.2kg\,m^2 \qquad \omega_{comm} = ?$

$I_1\omega_1 = (I_1 + I_2)\omega_{comn} \Rightarrow \omega_{comn} = 4\pi\ rads^{-1}$

(b) $E_i = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}\times5\times10^{-2}\times400\times\pi^2 = 100$

$E_f = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_{cm}^2 = \frac{1}{2}(0.25)\times16\,\pi^2$

$= 0.125\times160 = 20$

$E_f = \frac{E_i}{5}$

(c) $\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\theta} \qquad \tau = I_1\alpha = 49\pi\,J$

8. వాటిని వాలు తలంపై ఉంచితే ఘన గోళం వేగంగా కిందికి వస్తుంది.

9. I = 1000 kg m^2 ω = 10 rad/s ω_2 = 100 rad/s

θ = 100 radian

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\alpha\theta \Rightarrow (100)^2 - (10)^2 = 2\alpha(100)$$

$$10000 - 100 = 200\alpha$$

$$\alpha = \frac{99\cancel{00}}{2\cancel{00}} = 49.5\ rad/s^2$$

$$\tau = I\alpha = 1000 \times 49.5 = 49500\ Nm$$

$$\Delta KE = \frac{1}{2} I\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right) = \frac{1}{2} \times 10^3 \times (9900)$$

$$49.5 \times 10^5 J$$

10. $r = 0.1m$ $m = 1kg$ $\omega_0 = 0$ $\theta_1 = 2.5$

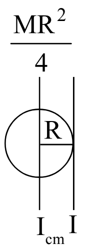
$$\theta_1 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2}\alpha(1)^2 = 2.5$$

$$\alpha = 5; \quad \theta_1 = \frac{5}{2}\ rad$$

$$\theta_2 = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha(2)^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10\ rad$$

తరువాతి సెకన్లో $\theta = \theta_2 - \theta_1 = 10 - \frac{5}{2} = 7.5$ rad

$$\tau = I\alpha = \left(mr^2\right)\alpha = 1 \times (0.1)^2 \times 5 \quad \tau = 5 \times 10^{-2} J$$

11. 

$$I = I_{cm} + MR^2 = \frac{MR^2}{4} + MR^2 = \frac{5}{4}MR^2$$

12. $I = MK^2$ $\quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{K_1^2}{K_2^2} \quad \frac{100}{100+x} = \frac{(100)^2}{(110)^2} = \frac{100\cancel{00}}{121\cancel{00}}$

$$\frac{100}{100+x} = \frac{100}{121} \Rightarrow x = 21\%$$

13. $I = 0.3\,kg\,m^2 \quad \omega_0 = \dfrac{300 \times 2\pi}{60} = 10\pi \quad \omega = 0$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\tau} = \frac{10\pi}{20} = \frac{-\pi}{10}\ rad/s^2$$

$$\tau = I\alpha = 0.3 \times \frac{\pi}{10} = 3\pi \times 10^{-2}\,Nm$$

14. $I = 0.63\,Kgm^2 \quad \omega_1 = \dfrac{\overset{2}{\cancel{40}} \times 2\pi}{\underset{3}{\cancel{60}}} = \dfrac{4\pi}{3}\ rad/s$

$$\omega_2 = \frac{\overset{4}{\cancel{80}} \times 2\pi}{\underset{3}{\cancel{60}}} = \frac{8\pi}{3}\ rad/s$$

$$W = \frac{1}{2} I\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right) = \frac{1}{2} \times 0.63\left(\frac{64\pi^2}{9} - \frac{16\pi^2}{6}\right)$$

$$= \frac{0.63}{2} \times \frac{10}{9}(48) = 16.8J$$

15. $\bar{\mathbf{F}} = 7\bar{\mathbf{i}} + 3\bar{\mathbf{j}} - 3\bar{\mathbf{k}} \quad \bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{i}} + \bar{\mathbf{j}} - \bar{\mathbf{k}}$

$$\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -1 \\ 7 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\mathbf{i}}(-3+3) - \hat{\mathbf{j}}(-3+7) + \hat{\mathbf{k}}(3-7)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = -4\hat{\mathbf{j}} - 4\hat{\mathbf{k}}$$

7

సరళ హరాత్మక చలనం

పరిచయం

నిత్య జీవితంలో వస్తువులకు చాలా రకాల చలనాలను పరిశీలిస్తుంటాము. వాటిలో రేఖీయ చలనం, ప్రక్షేపక (పరావలయ పథం) చలనం, భ్రమణ (వృత్తాకార మార్గం) చలనాలు కొన్ని మరియు వీటితో పాటు మరికొన్ని చలనాలను కూడా గమనిస్తుంటాము. ఈ చలనాలన్నీ వస్తువు అనుసరించే మార్గం పై ఆధారపడి నిర్వచించబడతాయి. కొన్ని వస్తువులు నిర్దిష్ట సమయం తర్వాత తిరిగి పునరావృతమయ్యే చలనాన్ని కలిగి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాల చలనము, గడియారంలోని ముళ్ళ (చేతి) చలనం, స్ప్రింగ్ చలనం మరియు గోడ గడియారంలోని లోలకం చలనాలు నిర్దిష్ట సమయం తరువాత పునరావృతమవుతాయి. అటువంటి చలనాలను ఆవర్తన చలనాలు అంటారు.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠాన్ని చదివిన తర్వాత, మీరు ఈ క్రింది విషయాలను తెలుసుకుంటారు.

- ఆవర్తన చలనం మరియు కంపన చలనములను నిర్వచించడం.
- కంపన చలనము, ఆవర్తనాన్ని చూపిస్తుంది. కానీ ఆవర్తన చలనం తప్పనిసరిగా కంపన చలనం కాకపోవచ్చుననే పరిశీలన.
- సరళ హరాత్మక చలన నిర్వచనం మరియు ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో ఉన్న కణం యొక్క విక్షేపం(పాదం) వృత్త వ్యాసంపై సరళ హరాత్మక చలనము కలిగి ఉంటుందని చూపడం.
- సరళ హరాత్మక చలనానికి అనుబంధంగా ఉన్న ప్రాథమిక పదాలను నిర్వచించడం.
- సరళ హరాత్మక చలనం యొక్క అవర్తన కాల సమీకరణాన్ని కనుగొనడం.
- సరళ హరాత్మక డోలక స్థితిశక్తి మరియు గతిశక్తుల సమీకరణాన్ని కనుగొనడం.
- స్వేచ్ఛా మరియు అవరుద్ధ డోలనాల మధ్య తేడాను గుర్తించడం.
- అనునాద దృగ్విషయాన్ని వివరించడం.

7.1 ఆవర్తన చలనం

సమాన కాల వ్యవధులలో పునరావృతమయ్యే చలనాన్ని ఆవర్తన చలనం అంటారు. చలనం పునరావృతమయ్యే అతి చిన్న వ్యవధిని ఆవర్తన కాలం అంటారు. దీనిని T తో సూచిస్తాము మరియు ఆవర్తన

కాలాన్ని, S.I. పద్ధతిలో సెకను ప్రమాణాలలో కొలుస్తాము. కొన్ని ఆవర్తన చలనాలు చాలా వేగంగా ఉంటాయి మరికొన్ని చాలా నెమ్మదిగా ఉంటాయి. అందువల్ల, ఆవర్తన కాలానికి మరికొన్ని అనుకూలమైన ప్రమాణాలను కూడా ఉపయోగిస్తాము. ఉదాహరణకు : క్వార్ట్జ్ స్ఫటికం యొక్క కంపనాల (డోలనాలు) కాలం 10^{-6} సెకన్లు గా ఉంటుంది కావున ఇది మైక్రో సెకన్లలో వ్యక్తీకరించబడుతుంది. అదేవిధంగా భూమి యొక్క కక్ష్యావర్తన కాలం 365 రోజులు కావున దీనిని రోజులలో వ్యక్తీకరిస్తాము.

ఆవర్తన చలనంలో, ఊయల చలనము మరియు గోడ గడియారం లోలక చలనాల పద్ధతి, సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాల చలనం మరియు గడియారంలోని ముళ్ళ చలనాలకు భిన్నంగా ఉంటాయి. అనగా ఆవర్తన చలనంలోని కొన్ని వస్తువులు దాని విరామ స్థానముకు ఇరువైపులా (లేదా ముందుకు వెనుకకు) కదులుతున్నాయి, మరికొన్ని వస్తువులు ఒక స్థిర బిందువు లేదా ఒక అక్షం చుట్టూ కదులుతున్నాయి. అందువల్ల ఆవర్తన చలనంలో రెండు రకాలు ఉన్నాయి. అవి : (i) డోలన చలనం (ii) భ్రమణ చలనం. వస్తువులు వాని విరామ స్థానానికి ఇరువైపులా (లేదా ముందుకు వెనుకకు) కలిగి ఉండే ఆవర్తన చలనాన్ని డోలన చలనం లేదా హరాత్మక చలనంగా నిర్వచిస్తాం. అయితే స్థిర బిందువు లేదా అక్షం చుట్టూ చలనాన్ని కలిగి ఉన్న వస్తువుల యొక్క ఆవర్తన చలనాన్ని భ్రమణ చలనంగా నిర్వచిస్తాం.

జీన్ బాప్టిస్ట్ జోసెఫ్ పురియే (Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830))

ఇతడు ఫ్రెంచ్ గణితశాస్త్ర నిపుణుడు. సంక్లిష్ట డోలనాలను సైన్ మరియు కొసైన్ ప్రమేయాల రూపంలో విశ్లేషించడానికి, పురియే శ్రేణిని ఉపయోగించడం ద్వారా ప్రఖ్యాతిగాంచెను. ఉష్ణవహనం (heat conduction) నకు చెందిన గణిత సిద్ధాంత భాగంను పురియే అధ్యయనం చేసాడు. ఉష్ణవిసరణం (heat diffusion) వివరించే పాక్షిక అవకలన సమీకరణాలను ఏర్పరిచాడు మరియు వీటిని అనంత శ్రేణి త్రికోణమితి ప్రమేయాల ఆధారంగా పరిష్కరించాడు. ఇతడు 9వ సంతానంగా జన్మించెను. 10 సంవత్సరాల వయస్సులో అనాధగా మారాడు. శిక్షణ పొంది పూజారిగా, తరువాత ఒక ఉపాధ్యాయునిగా, ఒక విప్లవకారునిగా, ఒక గణిత నిపుణుడిగా మరియు నెపోలియన్ బోనాపార్ట్‌కు సలహాదారుగా పని చేశాడు. ఇతని జీవితంలో అనేక పార్శ్వాలు కలవు.

ఇతడు లాప్లాస్, లెగ్రాన్జీ, బయట్, పాయిజాన్, మాలస్, డి-అలంబర్, ఆరగో మరియు కార్నట్‌ల సమకాలీకుడు. ఇతడు చేసిన కృషిని గుర్తిస్తూ ఇతని పేరు ఈఫిల్ టవర్‌పై లిఖించారు.

7.2 డోలన చలనం

ఒక వస్తువు యొక్క ఆవర్తన చలనం దాని విరామ స్థానము లేదా మాధ్యమిక స్థానానికి ఇరువైపులా లేదా ముందుకు వెనుకకు ఉంటుంది. ఈ చలనాన్ని డోలన చలనము లేదా హరాత్మక చలనము అని నిర్వచించారు. డోలన చలనము అనేది ఒక ఆవర్తన చలనము అని గమనించడం ముఖ్యం కానీ ప్రతి ఆవర్తన చలనం ఒక డోలన చలనము కానవసరం లేదు. డోలన చలనము యొక్క మరికొన్ని ఉదాహరణలు:

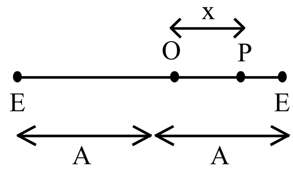
1. ఊయలను ఊపినప్పుడు ఊయల దాని మాధ్యమిక (విరామ) స్థానం నుండి ఇరువైపులా కదులుతూ డోలన చలనాన్ని చేస్తుంది.
2. గోడ గడియారములోని లోలకం దాని మాధ్యమిక (విరామ) స్థానం నుండి ఇరువైపులా కదులుతూ డోలన చలనాన్ని కలిగి ఉంటుంది.
3. గిటార్ తీగను మీటినప్పుడు, తీగ దాని మాధ్యమిక (విరామ) స్థానం నుండి ఇరువైపులా కదులుతూ డోలన చలనాన్ని చేస్తుంది.
4. లఘు లోలకం యొక్క గోళము మాధ్యమిక (విరామ) స్థానం నుండి ఇరువైపులా కదులుతూ డోలన చలనాన్ని చేస్తుంది.
5. ఏకాంతర విద్యుత్ ప్రవాహము (AC) లో విద్యుత్ శక్మము (వోల్టేజ్) లేదా విద్యుత్ ప్రవాహం (కరెంట్) ఏకాంతరంగా సగటు విలువ (సున్నా) కు ధన, ఋణ విలువలకు మారుతూ డోలన చలనాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 7.1

1. ఆవర్తన చలనం మరియు డోలన చలనాల మధ్య తేడా ఏమిటి?
2. కింది ఉదాహరణలలో ఏది ఆవర్తన చలనాన్ని సూచిస్తుంది?
   - (i) తుపాకీ నుండి పేల్చిన బుల్లెట్ చలనం.
   - (ii) పరమాణువులోని కేంద్రకం చుట్టూ తిరిగే ఎలక్ట్రాన్ చలనం.
   - (iii) రహదారిపై ఏకరీతి వేగంతో కదులుతున్న వాహనం చలనం.
   - (iv) సూర్యుని చుట్టూ కదులుతున్న తోకచుక్క చలనం.
   - (v) U-ట్యూబ్‌లో డోలనాలు చేసే పాదరస స్తంభము చలనం.
3. (i) డోలన ఆవర్తన చలనం మరియు (ii) భ్రమణ ఆవర్తన చలనానికి ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

7.3 సరళ హరాత్మక చలనం

హరాత్మక డోలకము (డోలనం చేసే కణం) యొక్క డోలనాలను, కోణం యొక్క సైన్ లేదా/ మరియు కొసైన్ ను కలిగి ఉన్న పదాల ద్వారా సూచించవచ్చు. అప్పుడు దాని సగటు స్థానం నుండి డోలనం చేసే కణం యొక్క స్థానభ్రంశమును (y) ఒక సమీకరణం ద్వారా ఈ క్రింది విధంగా సూచించవచ్చును.



పటము 7.1 : మూల బిందువు 'O' కు ఇరువైపులా X-అక్షం వెంబడి డోలన చలనం చేస్తున్న కణం.

$y = a \sin \theta$ (లేదా) $y = a \cos \theta$ (లేదా) $y = A \sin \theta + B \cos \theta$ (7.1)

ఇక్కడ a, A మరియు B లు స్థిరాంకాలు.

పటం 7.1లో చూపిన విధంగా F అనే బలం వలన X-అక్షం పై (E – O – E) (ఇక్కడ చర్చ సరళ డోలనాలకు పరిమితం చేయబడింది) మూల బిందువు 'O' కు ఇరువైపులా డోలన చలనాన్ని చేస్తున్న m ద్రవ్యరాశి గల ఒక కణాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఏదేనా సమయం t వద్ద డోలనాలు చేసే కణం యొక్క స్థానభ్రంశం x అనుకుందాం. అప్పుడు మూల బిందువు 'O' నుండి కణం యొక్క స్థానభ్రంశం x, దానిపై పనిచేస్తున్న బలం F కు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది మరియు స్థానభ్రంశం యొక్క దిశ, బలం యొక్క దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది. కావున దీనిని క్రింది గణిత సమీకరణ రూపంలో క్రింది విధంగా వ్యక్తీకరించవచ్చు,

$$F \propto -x$$

$$F = -kx \tag{7.2}$$

ఇక్కడ 'k' అనేది ఒక స్థిరాంకం. దీన్నే బల స్థిరాంకం అంటారు మరియు ఋణ గుర్తు, బలం మరియు స్థానభ్రంశం దిశల్లో వ్యతిరేకం అని సూచిస్తుంది. డోలనం చేసే కణాలపై పనిచేసే బలానికి న్యూటన్ యొక్క రెండవ గమన నియమాన్ని వర్తింపజేసినప్పుడు,

$$F = m\,a \tag{7.3}$$

సమీకరణము (7.2) మరియు (7.3) ల నుండి,

$$m\,a = -kx \text{ (లేదా)}$$

$$a = -\left(\frac{k}{m}\right)x \tag{7.4}$$

$$a \propto -x \tag{7.5}$$

ఇక్కడ $\left(\frac{k}{m}\right) = \omega^2$ మరియు ఇది ఒక స్థిరాంకం

సమీకరణము (7.5), నుండి డోలన చలనము చేసే కణం యొక్క త్వరణం పరిమాణంలో దాని మాధ్యమిక లేదా విరామ స్థానం నుండి స్థానభ్రంశానికి అనులోమానుపాతంలో మరియు దిశలో వ్యతిరేకంగా (మాధ్యమిక స్థానం వైపు) ఉంటుంది. ఇక్కడ స్థానభ్రంశం మాధ్యమిక లేదా విరామ స్థానం నుండి కొలవబడుతుంది. డోలక కణం పై పనిచేసే బలం, డోలకాన్ని దాని విరామ స్థితికి తీసుకురావడానికి పనిచేస్తుంది అనగా ఈ బలం విరామ స్థానం దిశలో పనిచేస్తుంది. ఇది డోలన చలనం యొక్క సాధారణ సందర్భం దీన్నే సరళ హరాత్మక చలనం (SHM) అంటారు.

డోలక కణం యొక్క త్వరణ పరిమాణం విరామస్థానం నుండి అది పొందిన స్థానభ్రంశంకు అనులోమానుపాతంలో మరియు దిశలో వ్యతిరేకంగా (విరామ స్థానం వైపు) ఉన్నప్పుడు, ఆ కణం చలనాన్ని సరళ హరాత్మక చలనము అంటారు.

పై సమీకరణము (7.4) లో డోలన కణ త్వరణాన్ని దాని స్థానభ్రంశం యొక్క రెండవ తరగతి అవకలనంతో ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా క్రింది సమీకరణాన్ని పొందుతాము.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\left(\frac{k}{m}\right)x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad (7.6)$$

ఇక్కడ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ దీనిని కోణీయ పౌనఃపున్యం అంటారు.

పై సమీకరణం (7.6) సరళ హరాత్మక చలన అవకలన సమీకరణం.

కృత్యం 7.1

సరళ హరాత్మక చలనం చేయు ఒక కణం యొక్క స్థానభ్రంశం y, కోణం యొక్క సైన్ లేదా కొసైన్‌ల ద్వారా చూపడం.

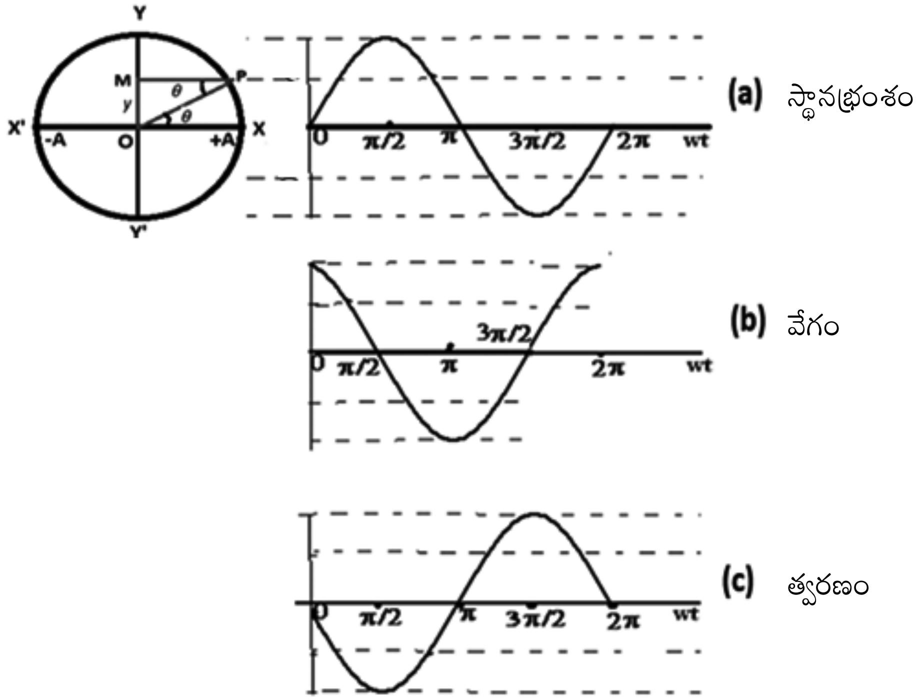
$y = A \sin \theta$ (లేదా) $y = A \cos \theta$ అనుకుందాం.

గణిత పట్టికల నుండి, కోణం $\theta = 0^o, 30^o, 60^o, 90^o, 120^o, 150^o, 180^o, 210^o, 240^o, 270^o, 300^o, 330^o$ మరియు 360^o ల $\sin\theta$ మరియు $\cos\theta$ విలువలను పొందండి. అప్పుడు $A = 2.5$ cm అని ఊహిస్తూ, $y = A\sin\theta$ అనే సంబంధాన్ని ఉపయోగించి ప్రతి కోణానికి సంబంధించిన y విలువలను నిర్ణయించండి. తగిన స్కేల్‌ని ఎంచుకుని, y మరియు θ మధ్య గ్రాఫ్‌ను గీయండి. అదే విధంగా, $y = A\cos\theta$ అనే సంబంధాన్ని ఉపయోగించి, y మరియు θ మధ్య మరొక గ్రాఫ్‌ను గీయండి. ఈ రెండు గ్రాఫ్‌లు కూడా $+A$ మరియు $-A$ మధ్య డోలనాన్ని సూచిస్తాయని మీరు గమనించవచ్చు. దీని ద్వారా డోలన చలనాన్ని కోణం యొక్క సైన్ లేదా కొసైన్ పదాలను కలిగి ఉన్న సమీకరణం ద్వారా లేదా వాని ఆద్యారోపనం ద్వారా సూచించబడుతుందని తెలుసుకుంటాము.

7.4 సరళ హరాత్మక చలనాన్ని గ్రాఫ్ ద్వార తెలియజేయడం (వృత్త సూచికగా)

ఒక కణము, A వ్యాసార్థం గల వృత్త పరిధిపై స్థిరమైన వేగం v తో చలనములో ఉన్నది అనుకుందాము. ప్రారంభ సమయంలో అనగా సమయం $t = 0$ వద్ద కణం యొక్క స్థానం x-అక్షంపై ఉండి సమయం t వద్ద కణం P బిందువును చేరిందనుకుందాం. సమయం t వద్ద సదిశ OP కదిలే కణం యొక్క స్థానాన్ని నిర్దేశించే స్థాన

సదిశ అవుతుంది. కణం వృత్తం పరిధిపై చలనంలో ఉన్నప్పుడు, స్థాన సదిశ OP యొక్క విక్షేపం (పాదం) OM, వ్యాసం YY' పై డోలనం చేస్తుంది. అప్పుడు స్థాన సదిశ విక్షేపం (పాదం) సరళ హరాత్మక చలనాన్ని కలిగి ఉంటుంది. పటం 7.2(a) నుండి త్రిభుజం OMP లో,



పటము 7.2 : A వ్యాసార్థం గల వృత్త పరిధి పై చలనములో ఉన్న కణం యొక్క స్థాన సదిశ విక్షేపం వ్యాసం పై చేసే డోలన చలన (a) స్థానభ్రంశం, (b) వేగం, (c) త్వరణం.

$$\sin\theta = \frac{OM}{OP}$$

$$OM = OP\ \sin\theta \tag{7.7}$$

ఇక్కడ వృత్త వ్యాసార్థం $OP = A$ (స్థాన సదిశ), $OM = y$ (విక్షేపం) మరియు θ కోణీయ స్థానభ్రంశం లేదా కణ స్థాన సదిశ మరియు x-అక్షం మధ్యకోణం. కణ కోణీయ వేగాన్ని క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\theta = \omega t$$

OP, OM మరియు θ లను సమీకరణం (7.7) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$y\ (t) = A\ \sin\ \omega t \tag{7.8}$$

ఒకవేళ సమయం $t = 0$ వద్ద, కణం కోణీయ స్థానభ్రంశమును కలిగి ఉన్నట్లయితే (అనగా స్థాన సదిశ x -అక్షంతో ఏకీభవించకుండా ఉంటే), పై సమీకరణం (7.8) ను క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$y\ (t) = A\ \sin\ (\omega t + \phi) \tag{7.9}$$

ఇక్కడ ϕ తొలి దశా కోణం లేదా తొలి దశ. ఇది $t = 0$, అనగా ప్రారంభ సమయం వద్ద స్థాన సదిశ $\overrightarrow{OP}$, x– అక్షము తో చేయు కోణం.

స్థాన సదిశ OP యొక్క విక్షేపం స్థానభ్రంశం (y) మరియు సమయం 't' మధ్య గీసిన గ్రాఫ్ పటం 7.2 (a) లో చూపిన విధంగాసైన్ వక్రరేఖగా వచ్చును.

సరళ హరాత్మక డోలక వేగం

తక్షణ సమయం t వద్ద సరళ హరాత్మక డోలక వేగం (v) ను దాని స్థానభ్రంశాన్ని అవకలనం చేయడం ద్వారా పొందవచ్చు,

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = A\ \omega \cos(\omega t + \phi) \qquad (7.10)$$

సరళ హరాత్మక డోలక (స్థాన సదిశ యొక్క విక్షేపం) వేగం (v) మరియు సమయం 't' మధ్య గీసిన గ్రాఫ్ పటము 7.2(b) లో చూపిన విధంగా కోసైన్ వక్ర రేఖగా వస్తుంది.

సరళ హరాత్మక డోలక త్వరణం

తక్షణ సమయము t వద్ద సరళ హరాత్మక డోలక త్వరణాన్ని (a) దాని వేగాన్ని అవకలనము చేయడం ద్వారా పొందవచ్చు,

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} A\ \omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -A\ \omega^2 \sin(\omega t + \phi) \qquad (7.11)$$

సరళ హరాత్మక డోలక (స్థానం సదిశ యొక్క విక్షేపము) త్వరణం (a) మరియు సమయము (t) మధ్య గీసిన గ్రాఫ్ పటం 7.2 (c) లో చూపిన విధంగా సైన్ వక్ర రేఖగా వస్తుంది. సమీకరణం (7.9) నుండి స్థానభ్రంశమును సమీకరణం (7.11) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a = -\omega^2 y \qquad (7.12)$$

$a \propto -y$, ఇక్కడ ω^2 ఒక స్థిరాంకం

పై సమీకరణము (7.12) నుండి, వృత్తంపరిధి పై చలనంలో ఉన్న కణం యొక్క స్థాన సదిశ విక్షేపం త్వరణం(a), దాని స్థానభ్రంశం (y) కి అనులోమానుపాతంలో ఉండి, దిశలో వ్యతిరేకం అని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది. ఇది సరళహరాత్మక చలనం నిర్వచనము. అందువల్ల వృత్త పరిధిపై చలనంలో ఉన్న కణ స్థాన సదిశ విక్షేపం, ఆ వృత్త వ్యాసంపై సరళహరాత్మక చలనాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

7.5 సరళ హరాత్మక చలనము - ప్రాథమిక పదాలు

స్థానభ్రంశం : సరళహరాత్మక చలనం చేసే కణం ఏదేని సమయం వద్ద దాని మాధ్యమిక స్థానం నుండి కదిలిన దూరాన్ని ఆ సమయం వద్ద సరళ హరాత్మక డోలక స్థానభ్రంశంగా నిర్వచిస్తారు. సరళ హరాత్మక డోలక స్థానభ్రంశాన్ని ఈ క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$y\ (t) = A \sin\theta \qquad \text{(or)} \qquad y\ (t) = A \cos\theta$$

ఇక్కడ θ ను దశా కోణం అంటారు. $\theta = \omega t$, ω కోణీయ వేగం.

అందువల్ల, సరళ హరాత్మక డోలక స్థానభ్రంశాన్ని క్రింది విధముగా రాయవచ్చు,

$$y\ (t) = A \sin\omega t \qquad \text{(or)} \qquad y\ (t) = A \cos\omega t \qquad (7.13)$$

పై సమీకరణం (7.13) నుండి, స్థానభ్రంశం అనేది ωt యొక్క ప్రమేయం అని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది. మరియు దీనిని 2π రేడియన్‌ల గుణకంతో హెచ్చించినప్పుడు, సరళహరాత్మక డోలక స్థానభ్రంశం పునరావృతం అవుతుందని కూడా గమనించవచ్చు.

కంపన పరిమితి : సరళ హరాత్మక చలనం చేసే కణం దాని మాధ్యమిక స్థానం నుండి పొందిన గరిష్ట స్థానభ్రంశాన్ని ఆ సరళ హరాత్మక డోలక కంపన పరిమితిగా నిర్వచిస్తారు. దీనిని **A** (లేదా) **a** ద్వారా సూచిస్తాం. S.I. ప్రమాణాలలో దీనిని మీటర్ మరియు CGS ప్రమాణాలలో సెంటీమీటర్‌లలో కొలుస్తారు.

సరళ హరాత్మక చలన సమీకరణం (7.13) లో **A** కంపన పరిమితిని సూచిస్తుంది.

ఆవర్తన కాలము (T) : డోలకం దాని స్థానభ్రంశాన్ని పునరావృతం చేయడానికి ప్రయాణించే కనీస పథాన్ని (మార్గాన్ని) ఒక డోలనం అంటారు. డోలకం ఒక డోలనాన్ని పూర్తి చేయడానికి పట్టే సమయాన్ని ఆ డోలక అవర్తన కాలంగా నిర్వచిస్తాం. దీనిని **T** చేత సూచిస్తాం. దీనిని సెకన్లలో కొలుస్తారు.

పై చర్చ నుండి దశాకోణం (ωT) ను 2π రేడియన్‌లతో హేచ్చించినప్పుడు డోలక స్థానభ్రంశం పునరావృతమవుతుంది. డోలక స్థానభ్రంశం పునరావృతం కావడానికి అవసరమైన సమయాన్ని ఆవర్తన కాలము **(T)** అంటారు. కావున,మనం ఇలా వ్రాయవచ్చు,

$$\omega T = 2\pi$$

$$\text{ఆవర్తన కాలం } (T) = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (7.14)$$

ఇక్కడ ω డోలకం యొక్క కోణీయ వేగం మరియు దీనిని కోణీయ పౌనఃపున్యం అని కూడా అంటారు. కోణీయ పౌనఃపున్యాన్ని S.I. ప్రమాణాలలో (రేడియన్/సెకన్లు) లలో కొలుస్తారు.

కోణీయ పౌనఃపున్యం (ω) : సరళ హరాత్మక చలనంలో ఉన్న కణం యొక్క దశ కోణ మార్పు రేటును కోణీయ పౌనఃపున్యం (ω) అంటారు. ఒక పూర్తి డోలనంలో దశ కోణం 0 నుండి **2π** రేడియన్‌లకు మారుతుంది. కావున దశ కోణ మార్పు రేటును (లేదా) కోణీయ పౌనఃపున్యాన్ని క్రింది విధంగా వ్యక్తీకరించవచ్చు,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{7.15}$$

పౌనఃపున్యము : ఒక సెకనులో డోలకము పూర్తి చేసిన డోలనాల సంఖ్యను ఆ డోలక పౌనఃపున్యముగా నిర్వచిస్తాము. ఇది **f** (లేదా) ***v*** (లేదా) **n** ద్వారా సూచించబడుతుంది. సంఖ్యాత్మకంగా పౌనఃపున్యాన్ని డోలక ఆవర్తన కాలము వ్యుత్క్రమముగా కూడా నిర్వచించవచ్చు.

$$f = \frac{1}{T} \tag{7.16}$$

పౌనఃపున్యము 1/(సెకను) (లేదా) హెర్ట్జ్ ప్రమాణాలలో కొలుస్తారు.

పై సమీకరణాల నుండి మనం క్రింది సంబంధాన్ని తెలుసుకోవచ్చు,

$$\text{కోణీయపౌనఃపున్యం, } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\left(\text{ఎందుకనగా, } \frac{1}{T} = f, \text{ ఇక్కడ } f \text{ డోలక సహజ పౌనఃపున్యము}\right)$$

$$\omega = 2\pi f \tag{7.17}$$

పై సమీకరణం నుండి డోలక కోణీయ పౌనఃపున్యం దాని సహజ పౌనఃపున్యానికి 2π గుణకం హెచ్చుగా ఉంటుందని అని అర్థం చేసుకోవచ్చు.

డోలక దశ లేదా దశా కోణం : దశ అనేది ఒక కోణం మరియు దీని యొక్క సైన్ లేదా కొసైన్ విలువ , ఏదేని ఒక నిర్దిష్ట సమయము వద్ద డోలక స్థానం మరియు దిశను సూచిస్తుంది. దీనిని రేడియన్ ప్రమాణాలలో కొలుస్తారు.

హరాత్మక డోలక స్థానభ్రంశం సమీకరణం 7.13 నుండి,

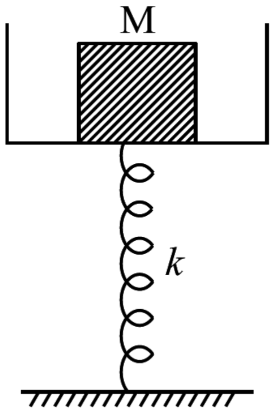
$$y\ (t) = A \sin \omega t$$

డోలక కోణీయ స్థానభ్రంశం ప్రారంభ సమయంలో ($t = 0$ వద్ద) శూన్యము కాకపోతే అనగా డోలక స్థాన సదిశ నిరూపక అక్షంతో ఏకీభవించకపోతే, తొలి దశ (ϕ) లేదా తోలి దశా కోణాన్ని పరిగణిస్తాము. డోలక స్థాన సదిశ మరియు నిరూపక అక్షం మధ్య కోణం తొలి దశగా (ϕ) పరిగణించబడుతుంది. అప్పుడు డోలక స్థానభ్రంశ సమీకరణం ఈ విధంగా ఉంటుంది.

$$y\ (t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

పై సమీకరణంలో, **$(\omega t + \phi)$** అనేది డోలక దశ మరియు ఈ దశ కోణం యొక్క సైన్ లేదా కొసైన్ విలువ, సమయము ‘t’ వద్ద డోలక స్థానం మరియు దిశను వివరిస్తుంది.

ఉదాహరణ 7.1



పటము 7.3

పటము 7.3లో చూపిన విధంగా 9 కిలోల ద్రవ్యరాశి కలిగిన పెట్టె, k బల స్థిరాంకం గల ఒక స్ప్రింగ్‌కు ఆధారంగా పెట్టెను కొద్దిగా క్రిందకి నొక్కి వదలబడినది. అప్పుడు పెట్టె 1.0 సెకనుల కాల వ్యవధితో సరళ హరాత్మక చలనం చేయడం ప్రారంభిస్తుంది. M ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మెను పెట్టెలో ఉంచినప్పుడు, కాల వ్యవధి 2.0 సెకనులకు పెరుగుతుంది. దిమ్మె ద్రవ్యరాశిని లెక్కించండి.

సాధన : డోలక వ్యవస్థ కోణీయ పౌనఃపున్యం $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$,

ఇక్కడ m అనేది డోలక వ్యవస్థ యొక్క ద్రవ్యరాశి. కాని $\omega = \frac{2\pi}{T}$, అని మనకు తెలుసు. అప్పుడు పై సమీకరణాల నుండి,

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m}$$

$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$

పెట్టె ఖాళీగా ఉన్నప్పుడు, m = 9 kg మరియు T = 1 s. కావున,

$$9 = \frac{k(1)^2}{4\pi^2}$$

పెట్టెలో దిమ్మెను ఉంచినప్పుడు, m = 9 + M మరియు T = 2s. అందువలన,

$$9 + M = \frac{k(2)^2}{4\pi^2}$$

పై రెండు సమీకరణాలను సాధించగా

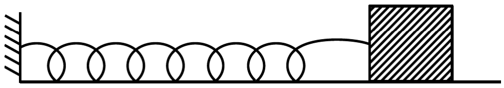
$$\frac{9 + M}{9} = 4$$

దిమ్మె ద్రవ్య రాశి, M = 27 kg

ఉదాహరణ 7.2

పటము 7.4లో చూపిన విధంగా 1600 N m^{-1} బల స్థిరాంకం గల ఒక స్ప్రింగ్ క్షితిజ సమాంతర బల్లపై అమర్చబడింది. స్ప్రింగ్ యొక్క స్వేచ్ఛా చివర 4.0 kg ద్రవ్యరాశిని జతచేసి, కుడి వైపుకు 4.0 సెం.మీ. దూరం లాగి, ఆపై విడిచి పెట్టబడింది. అప్పుడు ఆ ద్రవ్యరాశి చేసే డోలనాల (i) పౌనఃపున్యము, (ii)) గరిష్ట త్వరణం మరియు (iii) గరిష్ట వేగాన్ని లెక్కించండి.

సాధన :



పటము 7.4 :

$$\text{డోలకకోణీయపౌనఃపున్యం,} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{మరియు} \quad \omega = 2\pi f$$

$$\text{కావున, పౌనఃపున్యం} \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

ఇచ్చిన విలువలను ప్రతిక్షేపించగా,

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1600}{4}} = \frac{1}{2\pi} \times 20 = 3.18 \text{ Hz}$$

గరిష్ట త్వరణం = a ω^2, ఇక్కడ a కంపన పరిమితి

$$= a\left(\frac{k}{m}\right) = (0.04\,\text{m})\left(\frac{1600\,\text{Nm}^{-1}}{4\,\text{kg}}\right) = 16\ \text{m s}^{-2}$$

$$\text{గరిష్ట వేగం,} \quad v_{max} = a\omega = a\sqrt{\frac{k}{m}}$$

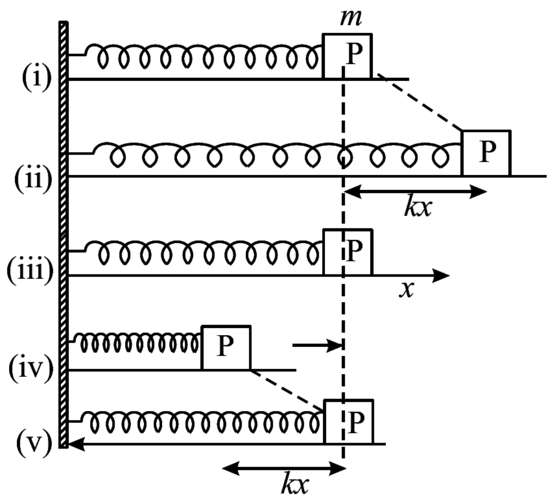
$$= (0.04\,\text{m})\sqrt{\left(\frac{1600\,\text{Nm}^{-1}}{4\,\text{kg}}\right)} = 0.8\,\text{m s}^{-1}$$

7.6 సరళ హరాత్మక చలనానికి ఉదాహరణలు

7.6.1 స్ప్రింగ్ - ద్రవ్య రాశి వ్యవస్థచేయు క్షితిజ సమాంతర డోలనాలు

ఒక మృదువైన క్షితిజ సమాంతర ఉపరితలంపై ‘k’ బల స్థిరాంకం కలిగిన స్ప్రింగ్ ను, దాని పొడవు x-అక్షం దిశలో ఉండునట్లుగా పరిగణించండి. స్ప్రింగ్ ఒక చివర m ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె P ని జత చేసి,

మరొక చివరను ఒక గోడలోని దృఢ ఆధారానికి బిగించుదాము. జత చేసిన దిమ్మె ద్రవ్యరాశితో పోల్చితే స్ప్రింగ్ యొక్క ద్రవ్యరాశి విస్మరించ తగినదిగా ఉన్నది అని అనుకుందాం. గాలి నిరోధకత మరియు ఘర్షణ కారణంగా శక్తి నష్టం లేదు అనుకుందాము.



పటము 7.5 : స్ప్రింగ్ – ద్రవ్య రాశి వ్యవస్థ క్షితిజ సమాంతర డోలనాలు

ద్రవ్యరాశి దిమ్మె P ని క్షితిజ సమాంతరంగా కొంచెం దూరంలాగినప్పుడు, స్ప్రింగ్ 'x' సాగుదలకు లోనవుతుంది. అప్పుడు దిమ్మె P పై 'kx' బలము ప్రేరితమౌతుంది. ఈ బలము స్ప్రింగ్‌లోని సాగుదలకు వ్యతిరేకంగా ఉండి, దిమ్మెను మాధ్యమిక స్థానానికి తీసుకురావడానికి తోడ్పడుతుంది. దిమ్మె మాధ్యమిక స్థానానికి తిరిగి వచ్చినప్పుడు 'v' వేగాన్ని పొందుతుంది. కావున దిమ్మె గతి శక్తి $K = \frac{1}{2}mv^2$ కలిగి ఉంటుంది. చలన జడత్వం కారణంగా, దిమ్మె మాధ్యమిక స్థానాన్ని చేరు క్రమములో మాధ్యమిక స్థానాన్ని అధిగమించి పటం 7.5లో చూపిన విధంగా ఎడమవైపు శిఖర (గరిష్ట) స్థానానికి చేరుకునే వరకు కదులుతూ ఉంటుంది. ఈ స్థితిలో, మరల దిమ్మెలో 'kx' బలం ప్రేరేపించబడి, దిమ్మెను మాధ్యమిక స్థానానికి తీసుకురావడానికి ప్రయత్నిస్తుంది. ఈ విధంగా, దిమ్మె మాధ్యమిక స్థానానికి ఇరువైపులా డోలనాలు చేస్తూనే ఉంటుంది. ఈవిధంగా స్ప్రింగ్– ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ చేసే క్షితిజ సమాంతర డోలనాల కాల వ్యవధిని క్రింది సమీకరణం ద్వారా పొందవచ్చు.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ఇక్కడ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

కావున,

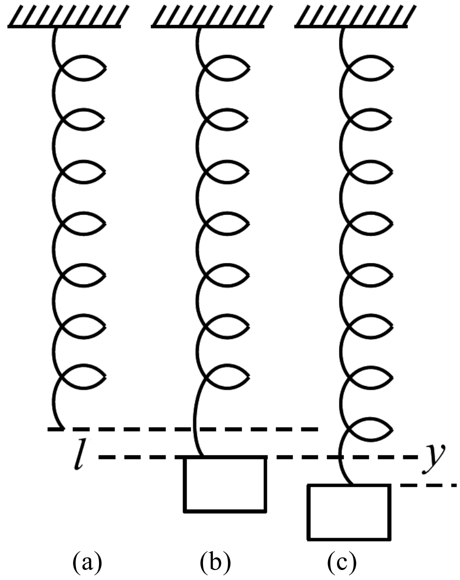
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (7.18)$$

ఇక్కడ k అనేది స్ప్రింగ్ బల స్థిరాంకం. దీనిని స్ప్రింగ్ యొక్క ప్రమాణ పొడవు సాగుదలకు దానిలో ప్రేరితమయ్యే బలంగా నిర్వచించబడుతుంది. పై సమీకరణములో m అనేది స్ప్రింగ్‌కు జత పరిచిన దిమ్మె యొక్క ద్రవ్యరాశి.

7.6.2 స్ప్రింగ్ - ద్రవ్య రాశి వ్యవస్థ చేయు నిలువు డోలనాలు

బలస్థిరాంతము 'k' కలిగిన ఒక స్ప్రింగ్ ఒక చివరను దృఢమైన ఆధారానికి బిగించి దాని రెండవ రెండో చివర 'm' ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మెను జతపరచి వేలాడదీయబడినది అనుకుందాం. పటము 7.6 లో చూపినట్లుగా స్ప్రింగ్‌కు జతపరిచిన దిమ్మె భారము (mg) వలన దానిలో l సాగుదల ఏర్పడినది అనుకుందాం. అప్పుడు స్ప్రింగ్ యొక్క బలస్థిరాంకం,

$$k = \frac{mg}{l}$$



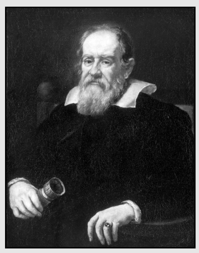
పటము 7.6 : స్ప్రింగ్ - ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ నిలువు డోలనాలు.

ఇప్పుడు స్ప్రింగ్‌కు వేలాడదీసిన దిమ్మెను పటం 7.6 లో చూసినట్లుగా కొంచెం దూరం 'y' కిందికి లాగి వదులుదాం. అప్పుడు స్ప్రింగ్‌లో $F = -ky$ పునస్థాపక బలం ఏర్పడి దిమ్మెను నిలువు తలంలో పైకి మాధ్యమిక స్థానం వైపుకు లాగుతుంది. దిమ్మె మాధ్యమిక స్థానానికి చేరే క్రమంలో చలన జడత్వం వలన మాధ్యమిక స్థానాన్ని దాటి పైకి వెళ్తుంది. ఫలితంగా స్ప్రింగ్‌లో సంకోచం ఏర్పడుతుంది. అప్పుడు తిరిగి స్ప్రింగ్ లో $F = -ky$ పునస్థాపక బలం ఏర్పడి దిమ్మెను కిందికి మాధ్యమిక స్థానం వైపు నెడుతుంది. మాధ్యమిక స్థానాన్ని చేరే క్రమంలో చలనజడత్వం వలన మాధ్యమిక స్థానాన్ని దాటిదిమ్మె కింది వైపుకు వెళుతుంది. ఫలితంగా స్ప్రింగ్-ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ నిలువు తలంలో డోలనాలను చేస్తుంది. ఈ డోలనాల ఆవర్తన కాలాన్ని క్రింది సమీకరణం ద్వారా పొందవచ్చు.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (7.19)$$

పై సమీకరణం 7.19 నుండి స్ప్రింగ్ - ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ చేసే నిలువు డోలనాలపై గురుత్వాకర్షణ ప్రభావము ఏమి ఉండదు అని గమనించగలం.

గెలీలియో గెలిలీ (Galileo Galilei (1564-1642))



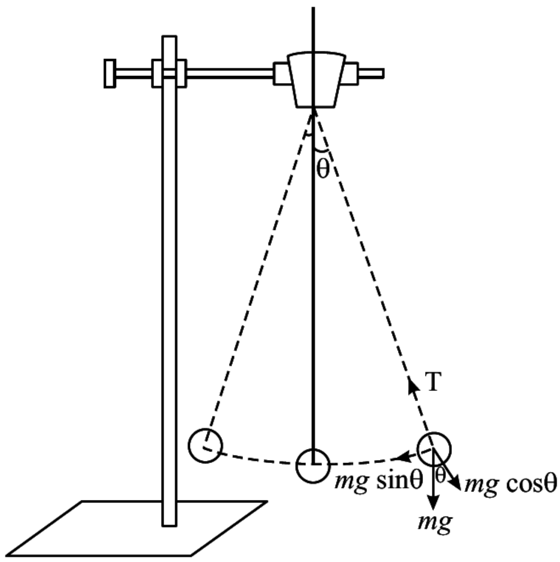
గెలీలియో గెలిలీ ప్రముఖ ఖగోళ శాస్త్రజ్ఞుడు. ఇతడు ఇటలీలోని పిసా అనే పట్టణంలో 15 ఫిబ్రవరి 1564 సం॥లో జన్మించెను. ఇతడు బాల్యంలో ఉన్నపుడు సంగీతం (music) మరియు బొమ్మల తయారీలో ఆసక్తి కలిగి ఉండెను. ఇతడు తన 17వ యేట వైద్యశాస్త్రం చదువుటకు పిసా యూనివర్సిటీలో చేరెను. ఇక్కడే అతడి మొదటి ఆవిష్కరణ లోలకం యొక్క ఐసోక్రోనోసిటి (Isochronosity) ని చేస్తాడు. దీని ఆధారంగానే హైగెన్స్ లోలక గడియారం తయారు చేసాడు.

ఆర్థిక ఇబ్బందుల వలన గెలీలియో తన చదువును మధ్యలోనే ఆపివేసినప్పటికి, యాంత్రిక శాస్త్రంలో అతడు కనబర్చిన ప్రతిభ వల్ల పిసా యూనివర్సిటీలో గణితశాస్త్ర ప్రొఫెసర్‌గా నియమించబడెను. గెలీలియో గెలిలీ ఖగోళ దూరదర్శిని (Astromioal Telescope) నిర్మించి ఖగోళ వస్తువుల చలనాన్ని పరిశీలించెను. ఇతడు కోపర్నికస్ ప్రతిపాదించిన "సూర్యకేంద్రక సిద్ధాంతము" సమర్థిస్తూ, 1632 సంవత్సరంలో "A Dialogue On The Two Principal Systems of The World" అనే పుస్తకాన్ని రచించెను. ఈపుస్తకం అరిస్టాటిల్ ప్రతిపాదించిన "భూకేంద్రక సిద్ధాంతము"నకు భిన్నమైనది. అందుకు గాను అతనిపై నేరారోపణ జరగడంవల్ల క్షమాపణ చెప్పవలసి వచ్చెను. గెలీలియో, అరిస్టాటిల్ చలన నియమాలలోని తప్పులను వివరిస్తూ "Dialogue On Two New Sciences" అనే మరో పుస్తకాన్ని రచించెను.

గెలీలియో తనకాలంలో దోషరహితంగా కొలచే పరికరాలు లభించకపోవడం వలన, తన తెలివితేటలను ఉపయోగించి ప్రయోగాలు చేయవలసి వచ్చింది. అతను ప్రవేశపెట్టిన ఆలోచన-ప్రయోగ పద్ధతిని ఆధునిక పరికరాలు అందుబాటులో ఉన్నప్పటికీ నవీన శాస్త్రజ్ఞులు కూడా ఉపయోగిస్తున్నారు.

7.6.3 లఘు లోలకం

పటం 7.7లో చూపినట్లుగా ఒక చిన్న లోహ గోళాన్ని పొడవైన పురిలేని దారం చేత రెండుగా విడదీయబడిన కార్కుల నుండి ఒక రిటార్డు స్టాండుకు వేలాడదీసిన దానిని లఘు లోలకం అంటారు. లోహ గోళాన్ని దాని విరామస్థితి స్థానము నుండి కొద్దిగా పక్కకు లాగి వదిలేసినప్పుడు అది అవలంబన బిందువు పరంగా (వ్రేలాడదీయబడిన బిందువు) ఆధారంగా ఇరువైపులా డోలనాలు చేస్తుంది.



పటము 7.7 : లఘు లోలకము డోలనాలు.

ఇక్కడ వేలాడదీయబడిన బిందువు నుండి లోహ గోళ గురుత్వ కేంద్రం వరకు గల దూరాన్ని లోలకం పొడవు అంటారు. మాధ్యమిక స్థానం నుండి పక్కకు స్థానభ్రంశం చెందిన లోలకంపై పనిచేయు బలాలు పటం 7.7 లో చూపినట్లుగా పనిచేస్తాయి. అవి

(a) నిట్ట నిలువుగా కిందకు పనిచేసే లోహగోళం యొక్క భారం **mg**

(b) నిలువుగా దారం వెంట పై వైపుకు పనిచేసే దారంలోని తన్యత **T**

ఇక్కడ గోళంపై పని చేసే భారాన్ని, **mg cos**θ మరియు **mg sin**θ అను రెండు అంశాలుగా విడదీయవచ్చు. అప్పుడు

(i) **mg cos**θ అంశ దారం వెంట దానిలో ఏర్పడిన తన్యత **T** కు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తూ దానిని సమతుల్యం చేస్తుంది.

(ii) **mg sinθ** అను అంశ దారానికి లంబ దిశలో పని చేసి డోలకాన్ని తన మాధ్యమిక స్థానానికి తీసుకువచ్చేట్లుగా దానిలో త్వరణాన్ని ఏర్పరుస్తుంది.

అందువలన **mg sinθ** అనే అంశ లోలకంలో పునఃస్థాపక బలాన్ని ఏర్పరచి డోలనాలను కలిగిస్తుంది. లోలకం పొందే ఒక చిన్న స్థానభ్రంశం **x** కు దానిలో ఏర్పడే పునఃస్థాపక బలం,

$$F = mg\ \sin\theta$$

అన్ని స్వల్ప 'θ' కోణాలకు $\sin\theta \approx \theta$

అందువలన పై సమీకరణాన్ని ఈ క్రింది విధంగా రాయగలము.

$$F = mg\theta$$

పటము 7.7 నుండి

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{x}{l}$$

పై సమీకరణములో θ విలువను ప్రతిక్షేపించగా,

$$F = mg\frac{x}{l} = \frac{mg}{l}x$$

$$F = \frac{mg}{l}x \qquad (7.20)$$

కానీ డోలకంపై పని చేయు పునఃస్థాపక బలం దానిని విరామ స్థానం వైపుకు తీసుకువస్తుంది. ఆ పునస్థాపక బలం

$$F = kx \qquad (7.21)$$

సమీకరణం (7.20) మరియు (7.21) ల నుండి

$$k = \frac{mg}{l}$$

$$\frac{k}{m} = \frac{g}{l}$$

కాని $\frac{k}{m} = \omega^2$ అని మనకు తెలుసు. దీనిని పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా,

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (7.22)$$

అదే విధంగా కోణీయ వేగం మరియు ఆవర్తన కాలాల మధ్య సంబంధం

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

దీనిని సమీకరణము (7.22) లో ప్రతిక్షేపించగా,

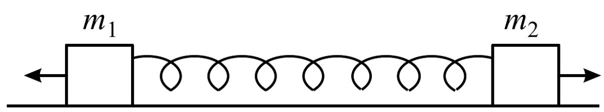
$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$ అవుతుంది.

లఘు లోలకం డోలన ఆవర్తన కాలం,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (7.23)$$

ఉదాహరణ 7.3

పటం 7.8, m_1 మరియు m_2 ద్రవ్యరాశులు గల రెండు దిమ్మెలను k అను బల స్థిరాంకం మరియు విస్మరించదగిన ద్రవ్యరాశి గల స్ప్రింగ్‌తో జతపరిచిన ఒక డోలన వ్యవస్థను చూపుతుంది. ఈ దిమ్మెలను ఒక్కోదానిపై F బలాన్ని ప్రయోగించి కొంత దూరంగా జరిపి వదిలి వేయబడినాయి. అప్పుడు ఒక్కో దిమ్మె కోణీయ పౌనఃపున్యాన్ని గణించండి. ఇక్కడ దిమ్మెలు మృదువైన క్షితిజ తలముపై కదులుతున్నాయి అనుకోండి.



పటము 7.8 : స్ప్రింగ్‌తో జతపరిచిన ద్రవ్యరాశుల డోలన వ్యవస్థ

సాధన :

పరిష్కారం : దూరంగా లాగినప్పుడు దిమ్మెల స్థానభ్రంశాలు x_1 మరియు x_2 అనుకుందాం. అప్పుడు స్ప్రింగ్ లో సాగుదల $(x_1 + x_2)$ అవుతుంది. కావున m_1 ద్రవ్యరాశి త్వరణం $\frac{k(x_1+x_2)}{m_1}$, m_2 ద్రవ్యరాశి త్వరణం $\frac{k(x_1+x_2)}{m_2}$ అవుతాయి. ఒకే స్ప్రింగ్ రెండు దిమ్మెలకు కూడా పునఃస్థాపక బలాన్ని అందిస్తుంది కాబట్టి, రెండు ద్రవ్యరాశులు (దిమ్మెలు) మరియు ద్రవ్యరాశి లేని స్ప్రింగ్‌తో కూడిన వ్యవస్థ యొక్క నికర త్వరణం, ఆ రెండు ద్రవ్యరాశులలో ఏర్పడే త్వరణాల మొత్తానికి సమానం. అందువలన, వ్యవస్థ యొక్క త్వరణం

$$a = \frac{k(x_1 + x_2)}{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} = \frac{kx}{\mu}$$

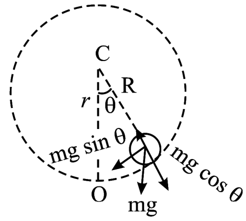
ఇక్కడ $x = x_1 + x_2$ స్ప్రింగ్ సాగుదల మరియు μ ద్రవ్యరాశుల వ్యవస్థ క్షయికృత ద్రవ్యరాశి. ఒక్కో దిమ్మె కోణీయ పౌనఃపున్యమం,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

ఈ రకమైన విశ్లేషణ మనకు H_2, Cl_2 మరియు HCl వంటి ద్విపరమానుక అణువుల కంపనాలను అర్థం చేసుకోవడానికి సహాయపడుతుంది.

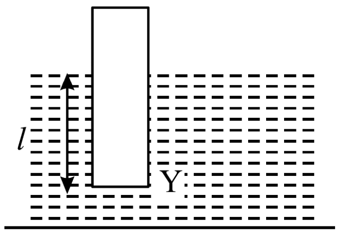
పాఠంలోని ప్రశ్నలు 7.2

1. m ద్రవ్యరాశి గల ఒక చిన్న గోళాన్ని r వ్యాసార్థం కలిగిన గోళాకార పళ్ళెం యొక్క మృదువైన ఉపరితలంపై అడుగు భాగము నుండి కొద్ది దూరంలో పటం 7.9 లో చూపినట్లుగా ఉంచినారు. ఆ గోళం చేసే డోలనాల ఆవర్తన కాలాన్ని గణించండి.



పటము 7.9

2. m ద్రవ్యరాశి గల ఒక స్తూపం ρ సాంద్రత కలిగిన ఒక ద్రవంలో నిలువుగా పైకి కిందికి తేలుతున్నది. పటం 7.10లో చూపినట్లుగా ద్రవము లోపల ఉన్న స్థూపం యొక్క పొడవు *l*. అప్పుడు అది చేసే డోలనాల ఆవర్తన కాలానికి సమాసాన్ని పొందండి.



పటము 7.10

3. పటము 7.11 లో చూపినట్లుగా m ద్రవ్యరాశి గల ఒక దిమ్మెను రెండు రబ్బరు బ్యాండ్లచే జతపరిచిన వ్యవస్థ యొక్క డోలనాల పౌనఃపున్యాన్ని కనుగొనండి. ఇక్కడ ఒక్కో రబ్బర్ బ్యాండ్ బలస్థిరాంకం k.

పటము 7.11

7.7 సరళ హరాత్మక డోలక శక్తి

సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క స్థానభ్రంశాన్ని ఈ క్రింది సమీకరణం తెలుపుతుంది.

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \tag{7.24}$$

స్థానభ్రంశంలోని మార్పు రేటును వేగం అని నిర్వచిస్తాం. కాబట్టి సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క వేగాన్ని పై స్థానభ్రంశ సమీకరణాన్ని కాలము పరంగా అవకలనం చేయడం ద్వారా పొందవచ్చును.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi) \tag{7.25}$$

సరళ హరాత్మక డోలకం వేగాన్ని కలిగి ఉన్నది కావున దానికి గతిజశక్తి ఉంటుంది మరియు దానిని క్రింది విధంగా చూపవచ్చు.

$$K = \frac{1}{2} m\, v^2$$

ఇక్కడ m డోలకం యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు 'v' డోలకం యొక్క వేగం. సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క వేగాన్ని సమీకరణం (7.25) నుండి పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా,

గతిజ శక్తి, $K.E. = \frac{1}{2} m \left(A\omega \cos(\omega t + \phi)\right)^2$

$$K = \frac{1}{2} m\, A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi) \qquad (7.26)$$

$$K = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 (1 - \sin^2(\omega t + \phi))$$

$$K = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - A^2 \sin^2(\omega t + \phi))$$

సమీకరణం (7.24) ను ప్రతిక్షేపించగా,

$$K = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) \qquad (7.27)$$

సరళ హరాత్మక డోలకము తన విరామ స్థానం నుండి స్థానభ్రంశం చెందినప్పుడు డోలకంలో ఒక పునఃస్థాపక బలం ఏర్పడుతుంది. ఈ పునఃస్థాపక బలం వలన డోలకం స్థితిజ శక్తిని కలిగి ఉంటుంది. డోలకం తన విరామ స్థానం నుండి ‘x’ దూరం స్థానభ్రంశం చెందితే దానిలో ఏర్పడు పునఃస్థాపక బలం $F = -kx$ మరియు డోలక స్థితిజ శక్తిని ఈ క్రింది సమీకరణం ద్వారా చూపవచ్చు.

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

సమీకరణం (7.24) నుండి స్థానభ్రంశాన్ని పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$U = \frac{1}{2} k (A \sin(\omega t + \phi))^2$$

$$U = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \qquad (7.28)$$

సమీకరణం (7.24) నుండి పై సమీకరణాన్ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$U = \frac{1}{2} k x^2 \qquad (7.29)$$

కానీ కోణీయ పౌనఃపున్య సమీకరణం నుండి $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. ఇక్కడ k బలస్థిరాంకం మరియు దీనిని $k = m\omega^2$ గా వ్రాయవచ్చును. బలస్థిరాంకం k విలువను సమీకరణం (7.28)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$U = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi) \qquad (7.30)$$

కానీ డోలకం యొక్క మొత్తం శక్తి దాని గతిజశక్తి మరియు స్థితిజ శక్తిల మొత్తానికి సమానం. కావున డోలకం యొక్క మొత్తం శక్తి E కి సమీకరణాన్ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$E = K + U$$

పై సమీకరణంలో గతి శక్తి (7.26) మరియు స్థితిజ శక్తి (7.30) సమీకరణాలను ప్రతిక్షేపించగా

$$E = \frac{1}{2} mA^2\omega^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} mA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$E = \frac{1}{2} mA^2\omega^2 \left(\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)\right) \qquad (7.31)$$

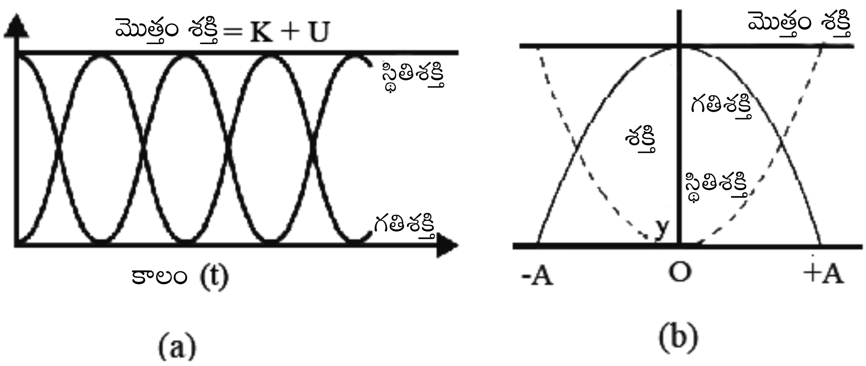
$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

(ఎందుకనగా, $\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi) = 1$)

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \qquad (7.32)$$

ఎందుకనగా, $k = m\omega^2$

పై సమీకరణం (7.32) నుండి, సరళహరాత్మక డోలక మెత్తం శక్తి కాలము పై ఆధారపడదని గమనించవచ్చు. పటం 7.12(a) మరియు 7.12(b) లలో డోలకం గతి శక్తి, స్థితి శక్తి మరియు మెత్తం శక్తి, సమీకరణం (7.26) మరియు (7.30) ల నుండి కాలంతోపాటు మారే విధానాన్ని, సమీకరణాలు (7.27), (7.29) మరియు (7.32) ల నుండి స్థానభ్రంశంతో మారుటను వరుసగా చూపడమైనది.



పటం 7.12 : కాలం మరియు స్థానభ్రంశంతో గతి, స్థితి మరియు మొత్తం శక్తుల మార్పు.

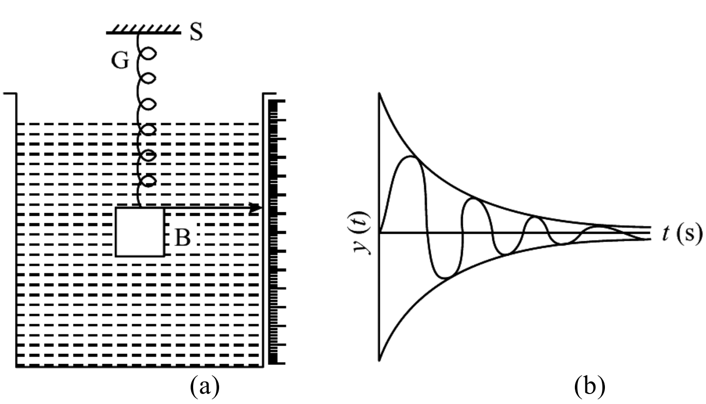
పాఠంలోని ప్రశ్నలు 7.3

1. ఒక సరళహరాత్మక డోలకం యొక్క గతి శక్తి మాధ్యమిక స్థానం వద్ద గరిష్టమా లేక గరిష్ట స్థానభ్రంశం వద్ద గరిష్టమా? మరియు దాని త్వరణం ఎచ్చట గరిష్టం?
2. కాలముతో పాటు లఘులోలకం కంపన పరిమితి ఎందుకు తగ్గుతుంది? లఘులోలకం కంపన పరిమితి తగ్గినప్పుడు దాని శక్తి ఏమవుతుంది?

7.8 అవరుద్ధ హరాత్మక డోలనాలు

లఘు లోలకం మరియు ఊయల వంటి సరళ హరాత్మక డోలకాల చలనం గాలి లేదా ఇతర యానకాలలో క్రమంగా తగ్గుతూ ఉంటుంది అని మనకు తెలుసు. ఈ విధంగా ఎందుకు జరుగుతుంది? ఎందుకనగా డోలకం స్నిగ్ధత కలిగిన యానకంలో చలనం కలిగి ఉండడం వలన, ఘర్షణ ఏర్పడి తన శక్తిని కోల్పోయిన ఫలితంగా కంపన పరిమితి తగ్గుతుంది. ఈ విధంగా డోలకం యొక్క కంపనాల కంపన పరిమితి అవిచ్ఛిన్నంగా తగ్గుతుంది. ఈ విధమైన డోలనాలను అవరుద్ధ డోలనాలు అంటారు.

అవరుద్ధ డోలనాలకు కారణమైన బలాలు సాధారణంగా ఘర్షణ బలాలు అయి ఉంటాయి. డోలకం మీద బాహ్య బలాల ప్రభావాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి పటం 7.13 లో చూపిన విధంగా ఒక వ్యవస్థను పరిగణిద్దాం.



పటం 7.1 3 : అవరుద్ధ కంపనాలు (a) ప్రయోగ అమరిక, (b) గ్రాఫ్ ద్వారా తెలియజేయుట.

పటం 7.13(a)లో చూపిన విధంగా ఒక దృఢమైన ఆధారము G నుండి వేలాడ తీసిన స్ప్రింగ్ S రెండవ చివరన ఒక దిమ్మె B ను వేలాడదీద్దాం. స్ప్రింగ్‌కు వేలాడదీయ బడిన దిమ్మె B ను ద్రవం కలిగిన ఒక బీకరులో 6 సెంటీమీటర్ల లోతులో, బీకరు అడుగుభాగం నుండి కూడా 6 సెంటీమీటర్ల ఎత్తులో ఉండేటట్లుగా అమర్చాలి. ఇప్పుడు దిమ్మెను కొన్ని సెంటీమీటర్ల కిందకు లాగి వదులుదాం. అప్పుడు దిమ్మె చేసే ప్రతి డోలనం యొక్క కాలం మరియు గరిష్ట, కనిష్ట స్థానాలను దానికి అమర్చిన సూచిక సహాయంతో ఎదురుగా ఉన్న (బీకరుకు అతికించిన) నిలువు స్కేలు పై గుర్తించుదాం. ఈ విధంగా గుర్తించిన కాలం మరియు కంపన పరిమితులకు గ్రాఫును గీసిన అది పటం 7.13(b) లో చూపినట్లుగా వస్తుంది. ఈ గ్రాఫ్ నుండి డోలనాల కంపన పరిమితి, కాలంతో క్రమంగా తగ్గినట్లుగా గమనించవచ్చు. ఈ విధమైన డోలనాలనే అవరుద్ధ డోలనాలు అంటారు.

అవరుద్ధ బలాలు రెండు కారకాలపై ఆధారపడి ఉంటాయి. అవి (i) డోలకాన్ని ఆవరించియున్న యానకం యొక్క స్వభావం మరియు (ii) డోలకం యొక్క వేగం. దిమ్మెను గాలిలో వ్రేలాడదీస్తే, అవరుద్ధ పరిమాణం తక్కువగా ఉండి డోలకం ఎక్కువ సమయం డోలనాలు చేస్తుంది. ఒకవేళ దిమ్మెను ద్రవంలో వ్రేలాడదీస్తే అవరుద్ధం

ఎక్కువగా ఉండి డోలకం తక్కువ సమయం డోలనాలు చేస్తుంది. అవరుద్ధ బలం డోలక వేగానికి అనులోమానుపాతంలో ఉండి, డోలక వేగాన్ని తగ్గించే దిశలో (వేగానికి వ్యతిరేక దిశలో) పనిచేస్తుంది. అవరుద్ధ బలాన్ని F_D చే సూచించిన దానిని క్రింది విధంగా వ్రాయగలం.

$$F_D = F_{damped} = -\, b\ v \qquad (7.33)$$

ఇక్కడ b ఒక స్థిరాంకం. ఇది డోలకాన్ని ఆవరించి ఉన్న యానకం యొక్క అభిలక్షణ ధర్మం మరియు ఇది డోలకం యొక్క పరిమాణం మరియు ఆకారం పై ఆధారపడుతుంది. 'v' డోలకం యొక్క వేగం మరియు పై సమీకరణంలోని రుణ గుర్తు అవరుద్ధ బలం డోలక వేగ దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉండుటను తెలియజేస్తుంది.

పై ప్రయోగములోని దిమ్మెను డోలనాలు చేయించినప్పుడు, స్ప్రింగులో ఏర్పడే పునఃస్థాపక బలం వలన అది డోలనాలు చేస్తుంది. ఆ పునఃస్థాపక బలాన్ని క్రింది సమీకరణం ద్వారా వ్యక్తపరుచగలము.

$$F_{\text{పునఃస్థాపక}} = -\, kx \qquad (7.34)$$

సమీకరణము 7.33 మరియు 7.34 ల నుండి అవరుద్ధ డోలకముపై పనిచేయు మొత్తము బలము,

$$F = -\, kx - bv \qquad (7.35)$$

డోలక గమనానికి న్యూటన్ రెండవ గమన నియమం అనువర్తించిన పై బలం F = ma కు సమానం. కావున,

$$ma = -\, kx - bv \qquad (7.36)$$

ఇక్కడ m డోలక ద్రవ్యరాశి మరియు a త్వరణం. పై సమీకరణంలో వేగం మరియు త్వరణాలకు, స్థానభ్రంశం యొక్క మొదటి మరియు రెండవ తరగతి అవకలనాలను వరుసగా ప్రతిక్షేపించగా,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \qquad (7.37)$$

పై సమీకరణము (7.37), అవరుద్ధ బల ప్రభావం వలన డోలకం యొక్క చలనాన్ని తెలియచేస్తుంది.

కృత్యం 7.2

ఒక స్ప్రింగ్ G కు దాని ఒక చివరను దృఢ ఆధారము S కి బిగించి దాని రెండవ చివరన ఒక లోహపు దిమ్మె B ను తగిలించి ఒక సరళ హరాత్మక డోలకాన్ని ఏర్పరుచుదాం. ఒక పొడుగాటి బీకరును తీసుకొని దాని పరిమాణంలో 2/3 వ వంతు నీటిని నింపి పటము 7.13(a) లో చూపినట్లుగా స్ప్రింగ్ కు వేలాడదీయబడిన దిమ్మె B ను ద్రవ ఉపరితలం నుండి 6 సెంటీమీటర్ల లోతులో, బీకరు అడుగు భాగం నుండి కూడా 6 సెంటీమీటర్ల ఎత్తులో ఉండేటట్లుగా అమర్చాలి. స్ప్రింగ్ చివరన, దిమ్మెకు పైన ఒక సూచికను, దానికి ఎదురుగా బీకరు పక్క తలానికి ఒక మిల్లీ మీటరు స్కేలును (నిలువుగా) అతికించాలి. ఇప్పుడు దిమ్మెను కొన్ని సెంటీమీటర్ల కిందకు లాగి వదులుదాం. అప్పుడు దిమ్మె చేసే ప్రతి డోలనము తరువాత కాలం మరియు స్కేలుపై డోలనాల గరిష్ట,

కనిష్ట స్థానాలను సూచిక సహాయంతో నమోదు చేయాలి. ఈ విధంగా నమోదు చేసిన కాలం మరియు కంపన పరిమితులకు గ్రాఫును గీయండి. గ్రాఫ్ పటము 7.13(b) లో చూపినట్లుగా వస్తుంది మరియు దీని నుండి కంపన పరిమితి తగ్గుటను పరిశీలిస్తాము. ఈ విధమైన డోలనాలనే అవరుద్ధ డోలనాలు అంటారు.

7.9 స్వేచ్ఛా మరియు బలాత్కృత డోలనాలు, అనునాధము

ఏదేని ఒక వస్తువును (డోలకాన్ని) డోలనాలు చేయించినప్పుడు (విరామస్థితి నుండి స్థానభ్రంశము చెందించి, వదిలినప్పుడు), అది దాని సహజ పౌనఃపున్యముతో కంపిస్తుంది. ఈ డోలనాలను స్వేచ్ఛా కంపనాలు లేదా స్వేచ్ఛా డోలనాలు అని, ఆ పౌనఃపున్యాన్ని సహజ పౌనఃపున్యం అని అంటారు. ఈ విధమైన సహజ డోలనాలు అవరుద్ధ బలాల ప్రభావం వలన క్రమముగా క్షీణిస్తాయి. కాని బాహ్య ఆవర్తనా బలం పనిచేయడం వలన ఈ డోలనాలను అదే విధముగా (క్షీణించకుండా) కొనసాగించగలుగుతాయి. అప్పుడు డోలనాలను బలాత్కృత డోలనాలు అని, ఆ బలాన్ని చోదక బలం అని అంటారు. ఒకవేళ F(t) అను చోదక బలాన్ని, ఒక అవరుద్ధ డోలకం పై ప్రయోగించిన, ఆ బలాన్ని క్రింది విధంగా తెలియచేయవచ్చు.

$$F(t) = F_o \sin\omega_p t \tag{7.38}$$

సమీకరణము (7.35) నుండి, పునఃస్థాపక బలం, అవరుద్ధ బలం మరియు చోదక బలాల సంయుక్త ప్రభావము వలన డోలకం యొక్క చలనాన్ని క్రింది సమీకరణం ద్వారా తెలియచేయవచ్చు.

$$ma = -kx - bv + F_o \sin \omega_p t \tag{7.39}$$

త్వరణం, వేగాలకు స్థానభ్రంశం యొక్క మొదటి మరియు రెండవ తరగతి అవకలనాలను వరుసగా ప్రతిక్షేపించగా, పై సమీకరణం నుండి,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} + F_o \sin\omega_p t$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_o \sin\omega_p t \tag{7.40}$$

ఈ సమీకరణం బలాత్కృత డోలనాలకు అవకలన సమీకరణాన్ని తెలియచేస్తుంది.

పై సమీకరణము ω_p పౌనఃపున్యం గల ఆవర్తనా చోదక బల ప్రభావం వలన డోలక చలనాన్ని తెలియ చేస్తుంది. ఈ అవకలన సమీకరణం యొక్క సాధన, అనగా సమయం t వద్ద బలాత్కృత డోలక స్థానభ్రంశాన్ని క్రింది విధంగా వ్రాయగలం.

$$x(t) = A \sin(\omega_p t + \phi) \tag{7.41}$$

ఇక్కడ A బలాత్కృత డోలక కంపన పరిమితిని తెలియచేస్తుంది మరియు ఇది చోదక బల పౌనఃపున్యం ω_p మరియు డోలక సహజ పౌనఃపున్యం ω ల ప్రమేయం. సమీకరణాలు (7.40) మరియు (7.41) లను సాధించగా బలాత్కృత డోలన కంపన పరిమితి (A) కి క్రింది సమాసాన్ని పొందుతాం.

$$A = \frac{F_o}{\sqrt{m^2(\omega^2 - \omega_p^2) + \omega_p^2 b^2}} \tag{7.42}$$

సమీకరణం (7.42) నుండి, బలాత్కృత డోలన కంపన పరిమితి A, చోదక బల కంపన పరిమితి F_oకి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుందని గమనించవచ్చు. ఈ బలాత్కృత డోలన కంపన పరిమితి, డోలక సహజ పౌనఃపున్యం ω మరియు చోదక బల పౌనఃపున్యం ω_pల భేదం పై కూడా ఆధార పడుతుంది.

చోదక బల పౌనఃపున్యం (ω_p), డోలక సహజ పౌనఃపున్యం (ω) కు సమానం అయినప్పుడు, పై సమీకరణం నుండి,

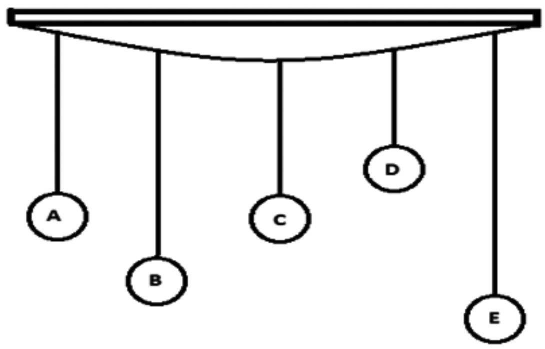
$$A = \frac{F_o}{\omega_p b} = \text{గరిష్టం} \qquad (7.43)$$

అనగా బలాత్కృత డోలనాల కంపన పరిమితి గరిష్టం అవుతుంది. ఈ దృగ్ విషయాన్ని అనునాధం అని అంటారు. అనునాద కంపనాలలో చోదకం (బలాత్కృత కంపనాలు) మరియు డోలకం (సహజ కంపనాలు) ఒక దానిని ఒకటి బలపరుచుకుంటాయి. ఫలితంగానే గరిష్ట కంపన పరిమితి సాధ్యమవుతుంది. చోదక బల పౌనఃపున్యానికి, డోలక సహజ పౌనఃపున్యం సమానమైన ప్రత్యేక సందర్భాన్నే అనునాదం అని అంటారు.

బలాత్కృత కంపనాలు మరియు అనునాదం దృగ్ విషయాల మధ్య భేదాలను అర్థం చేసుకోవడానికి ఈ క్రింది కృత్యం చేద్దాం.

కృత్యం 7.3

ఒక దృఢమైన దారాన్ని వదులుగా ఉండేటట్లుగా దాని చివరలను దృఢ ఆధారానికి కట్టి దానికి A, B, C, D మరియు E అను ఐదు డోలకాలను పటం 7.14 లో చూపినట్లుగా వేలాడదీయాలి. డోలకాలు A మరియు C లు సమాన పొడవును కలిగి ఉండేటట్లుగా మిగిలిన డోలకాలు వేర్వేరు పొడవులను కలిగి ఉండేటట్లుగా తీసుకోవాలి. ఇప్పుడు డోలకము A ని డోలనాలు చేసేట్లుగా చేద్దాం. అప్పుడు డోలకం A యొక్క శక్తి దారం ద్వారా మిగిలిన డోలకాలకు బదిలీ చేయబడి, కొంత సమయం తరువాత మిగిలిన డోలకాలన్ని డోలనాలను చేయడం ప్రారంభిస్తాయి. ఇక్కడ ప్రతి డోలకం తన సహజ పౌనఃపున్యంతో డోలనాలు చేయగల ఒక డోలన వ్యవస్థ. ఇప్పుడు B, C, D మరియు E డోలకాలను పరిశీలిస్తే, B, D మరియు E డోలకాలు వాని సహజ పౌనఃపున్యాలతో డోలనాలను ప్రారంభించి, నెమ్మదిగా A చేసే డోలనాల పౌనఃపున్యానికి మారుతాయి మరియు వీటి కంపన పరిమితులు కూడా వేర్వేరుగా ఉంటాయి. ఎందుకనగా ఇవి చోదక బల ప్రభావంతో డోలనాలు చేస్తున్నాయి. ఈ డోలనాలనే బలాత్కృత డోలనాలు అంటారు.



పటము 7.14 : బలాత్కృత డోలనాలు మరియు అనునాధము.

కాని C డోలకం మాత్రం డోలకం A యొక్క డోలనాల పౌనఃపున్యానికి సమాన పౌనఃపున్యంతో కంపిస్తూ క్రమముగా గరిష్ఠ కంపన పరిమితిని పొందుతుంది. ఎందుకనగా ఇవి రెండు కూడా సమాన పొడవును కలిగి ఉండటము వలన ఒకే సహజ పౌనఃపున్యాన్ని కలిగిఉన్నాయి. ఈ దృగ్ విషయాన్ని అనునాదం అంటారు.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 7.4

1. కంపించే శృతి దండాన్ని ఒక బల్ల మీద దాని కాడతో తాకించి ఉంచితే, పెద్ద శబ్దం వినబడుతుంది. దీనికి కారణం బలాకృత కంపనాలా లేక అనునాధమా? సరైన కారణంతో సమాధానం తెలుపండి. పెద్ద శబ్దం వినబడడానికి గల కారణాన్ని కూడా తెలుపండి.

2. కొన్ని సంగీత పరికరాలు బోలుగా ఉండే పెట్టెలాంటి సౌండ్ బోర్డు మరియు సౌండ్ బాక్స్‌లు ఉంటాయి. ఎందుకు?

అనునాదం ప్రభావం వలన అద్భుతమైన సంఘటనలు

1. 1940 సంవత్సరంలో అమెరికాలోని వాషింగ్టన్ అనే పట్టణంలో ఉక్కు తీగలతో నిర్మించిన బ్రిడ్జ్, ఆరు మాసాలకే కూలిపోయింది. ఎందుకనగా, గాలి సుడిగాలి రూపంలో వీస్తున్నప్పుడు దాని పౌనఃపున్యం బ్రిడ్జ్ సహజ పౌనఃపున్యానికి సమానమై బ్రిడ్జ్ క్రమంగా పెరుగుతున్న కంపన పరిమితితో ఇరువైపులా ఊగి, చివరికి అధిక ప్రతిబలానికి లోనై బ్రిడ్జ్ కూలిపోయినది.

2. ఫ్యాక్టరీలలోని పొగ గొట్టాలు మరియు కూలింగ్ టవర్స్ యొక్క కంపనాలు గాలి పౌనఃపున్యానికి సమానమైతే అది అనునాదం వల్ల కూలిపోయే ప్రమాదం ఉంటుంది.

3. ఒక వంతెన పై కదం తొక్కుతున్న సిపాయిల దండును తీసుకోండి. వంతెన మీద ఉన్నంత సేపు వాళ్ళ అడుగులు కలవకుండా నడవమని ఆదేశిస్తారు. వారంతా ఒకేసారి అడుగులు కలిసేలా వంతెనపై పాదాలు మోపితే, ఆ పౌనఃపున్యం వంతెన సహజ పౌనఃపున్యానికి సమానమైతే అనునాదం ఏర్పడుతుంది. అప్పుడు వంతెన పెరుగుతున్న కంపన పరిమితితో ఉధృతంగా కంపించి కూలిపోయే ప్రమాదం ఉంటుంది.

4. కొంతమంది గాయకులకు అతీంద్రియ శక్తులు ఉన్నట్లు మనం వింటుంటాం. ఎందుకంటే వారు ఆడిటోరియంలో పాటలు పాడుతున్నప్పుడు కొన్ని సందర్భాలలో కిటికీ తలుపుల అద్దాలు పగిలిపోతాయి. దీనికి కారణం వారి పాట పౌనఃపున్యం కిటికీ తలుపుల సహజ పౌనఃపున్యానికి సమానం కావడం చేతనే. కానీ గాయకులకు ఎలాంటి అతీంద్రియ శక్తులు ఉండవు.

5. విచిత్రం ఏమిటంటే మనం రేడియో, టీవీలలో పిడి (Tuner) ని శృతి చేసి మనకు కావలసిన కార్యక్రమాలను వినడం చూడడం జరుగుతుంది ఎలా?

ఉదాహరణకు రేడియోలోని రేడియో గ్రాహకములో ఒక ఎలక్ట్రానిక్ డోలకం ఉంటుంది. దాని పౌనఃపున్యం మార్పు చేయడానికి వీలు కలిగినదై ఉంటుంది. మనం రేడియోను శ్రుతి చేయడానికి ప్రయత్నించినప్పుడు దానిలో ఉండే ఎలక్ట్రానిక్ డోలక పౌనఃపున్యం రేడియో స్టేషన్ ప్రసారం చేసే తరంగాల పౌనఃపున్యంతో సమానమైనప్పుడు వాటి మధ్య అనునాదం ఏర్పడి కంపన పరిమితి గరిష్టంగా అభివృద్ధి చెందుతుంది. అప్పుడు ఆ తరంగ సంకేతం పెద్ద శబ్దంతో స్పష్టంగా వినిపిస్తుంది. దీనికి కారణం అనునాదం జరగడమే.

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- సమాన కాలవ్యవధులలో ఒక వస్తువు చలనం పునరావృతం అయితే అటువంటి చలనాన్ని ఆవర్తన చలనం అంటారు.
- మాధ్యమిక బిందువు పరంగా ఇరువైపులా (ముందుకు వెనుకకు) ఉండే చలనాలను కంపన చలనం లేదా డోలన చలనం అంటారు.
- సహజంగా కంపన చలనాలు అన్నీ ఆవర్తన చలనాలే, కానీ ఆవర్తన చలనాలు అన్ని కంపన చలనాలు కానవసరం లేదు.
- పునఃస్థాపక బలప్రయోగం వలన ఏదైనా ఒక వస్తువు మాధ్యమిక బిందువు పరంగా ఇరువైపులా (ముందుకు వెనుకకు) చలిస్తూ ఆ బలం మాధ్యమిక బిందువు నుండి స్థానభ్రంశానికి అనులోమానుపాతంలో మరియు ఎల్లప్పుడూ మాధ్యమిక బిందువు వైపు పనిచేస్తూ ఉంటే, దానిని సరళహరాత్మక చలనం అంటారు.
- ఒక పూర్తి కంపనానికి పట్టే కాలాన్ని ఆవర్తన కాలం అంటారు.
- ఒక సెకను కాలంలో ఒక డోలకం చేసే కంపనాల సంఖ్యను పౌనఃపున్యం అంటారు.
- కంపించే కణం యొక్క కంపన స్థితిని మరియు దాని గమన దిశను సైన్ లేదా కోసైన్ కోణాల రూపంలో తెలియజేసే భౌతిక రాశిని దశ లేదా దశాకోణం అంటారు.
- దశా కోణములోని మార్పు రేటుని కోణీయ పౌనఃపున్యం అంటారు.

  కోణీయ పౌనఃపున్యం $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\upsilon$,

  కోణీయ పౌనఃపున్యాన్ని (రెడియన్/సెకన్) కొలుస్తారు

  ఇక్కడ υ సహజ పౌనఃపున్యం మరియు దీనిని హెర్ట్జ (symbol: Hz) లలో కొలుస్తారు.

  T ఆవర్తనా కాలం మరియు దీనిని సెకనులలో కొలుస్తారు.

- సరళ హరాత్మక చలన సమీకరణం, $y(t) = a \sin(\omega t + \phi)$ (లేదా)

  $$y(t) = a \cos(\omega t + \phi)$$

  ఇక్కడ y డోలకం విరామ స్థానం నుండి పొందిన స్థానభ్రంశం, t-సమయం, $(\omega t + \phi)$ - దశ, ω-కోణీయ పౌనఃపున్యం మరియు ϕ - తొలి దశాకోణం ($t = 0$ వద్ద దశ).

- వృత్తాకార చలనంలో ఉన్న కణం యొక్క విక్షేపం (పాదం), ఆ వృత్త వ్యాసంపై సరళ హరాత్మక చలనాన్ని కలిగి ఉంటుంది.
- స్ప్రింగ్ - ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ యొక్క డోలనాల ఆవర్తన కాలం, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, ఇక్కడ m స్ప్రింగ్‌కు జతపరిచిన ద్రవ్యరాశి మరియు k స్ప్రింగ్ బల స్థిరాంకం.

- లఘు లోలకం చేసే డోలనాల ఆవర్తన కాలం $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, ఇక్కడ l లఘు లోలకం పొడవు మరియు g గురుత్వ త్వరణం.
- సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క గతిజశక్తి $K = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$
- సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క స్థితిజ శక్తి $U = \frac{1}{2}m\omega x^2$
- సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క మొత్తం శక్తి $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$
- ఏదైనా ఒక డోలక వ్యవస్థ తన సహజ పౌనఃపున్యంతో కంపిస్తూ ఉన్నప్పుడు అది చేసే డోలనాలను స్వేచ్ఛ కంపనాలు అంటారు.
- ఏదేని డోలకం యొక్క శక్తి క్రమంగా క్షీణిస్తూ, దాని కంపనాలు కూడా క్షీణించినట్లయితే ఆ డోలనాలను అవరుద్ధ డోలనాలు అంటారు.
- ఏదైని డోలక వ్యవస్థ చేసే డోలనాలను అదేవిధంగా కొనసాగించడానికి ఒక చోదక బలాన్ని అనువర్తించడం ద్వారా పొందగలం. అప్పుడు డోలకం చేసే డోలనాలను బలాత్కృత డోలనాలు అంటారు.
- చోదక బల పౌనఃపున్యం డోలక సహజ పౌనఃపున్యానికి సమానమైనప్పుడు, డోలకం గరిష్ట కంపన పరిమితితో కంపిస్తుంది. ఈ దృగ్ విషయాన్ని అనునాదం అంటారు.

ముగింపు అభ్యాసం

1. ఆవర్తన చలననానికి, కంపన చలనానికి మధ్య భేదాలను తెలుపండి.
2. సరళ హరాత్మక చలనం అనగానేమి?
3. ఈ క్రింది వాటిలో ఏ ప్రమేయం (i) సరళ హరాత్మక చలనం, (ii) ఆవర్తన చలనం అయి ఉండి సరళ హరాత్మక చలనం కానిది, (iii) ఆవర్తన చలనం కానిది సూచిస్తుంది.

   (i) $\sin \omega t + \cos \omega t$ (ii) $1 + \omega^2 + \omega t$ (iii) $3\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$
4. 0.1 కిలో గ్రాముల ద్రవ్యరాశిని ఒక కొంకి ఉన్న స్ప్రింగ్‌కు వేలాడదీస్తే ఆవర్తన కాలం 1 సెకనుగా ఉంటే 0.9 కిలో గ్రాముల ద్రవ్యరాశిని అదే స్ప్రింగ్‌కు వేలాడదీస్తే ఆవర్తన కాలం ఎంత?
5. దశా కోణం అనగానేమి? దశాకోణానికి కోణీయ పౌనఃపున్యానికి మధ్య గల సంబంధాన్ని తెలియజేయండి.

6. సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క ఆవర్తన కాలం, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ అయినప్పుడు, లఘులోలకం యొక్క డోలనావర్తన కాలం, గోళం ద్రవ్యరాశిపై ఎందుకు ఆధారపడదు?

7. సరళ హరాత్మక చలనంలో గల కణం, త్వరణం ఎప్పుడు గరిష్ఠం? పునఃస్థాపక బలం ఎప్పుడు గరిష్ఠం?

8. వృత్త వ్యాసంపై ఏకరీతి వృత్తాకార గమనంలో ఉన్న కణం పాదం(విక్షేపం) సరళహరాత్మక చలనం అని నిరూపించండి. బలస్థిరాంకం మరియు ద్రవ్యరాశి పరంగా సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క ఆవర్తన కాలానికి సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.

9. సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క స్థితి శక్తి (U), గతి శక్తి (K) మరియు మొత్తం శక్తి (E) సమీకరణాలను పొందండి.

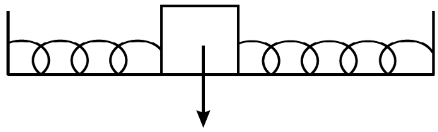
10. సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క స్థితిశక్తి (U), గతిశక్తి (K) మరియు మొత్తం శక్తి (E) స్థానభ్రంశంతో పాటు ఎలా మారుతుందో గ్రాఫ్ సహాయంతో వివరించండి.

11. ఏదేని క్షణంలో కంపించే కణం యొక్క స్థానభ్రంశం దాని మాధ్యమిక బిందువు నుండి, $x = a \cos \omega t + b \sin \omega t$ గా ఇవ్వబడినది. ఆ కణం చలనం సరళ హరాత్మక చలనమా? మీ సమాధానం కాదు అయితే సరియైన కారణం తెలియజేయండి? మీ సమాధానం అవును అయితే ఆ కణం కంపన పరిమితి దశాకోణాలను కనుగొనండి.

12. 0.04 మీటర్ల కంపన పరిమితితో కంపిస్తున్న లఘులోలకం ఆవర్తన కాలం 10 సెకనులు అయిన దాని గరిష్ఠ వేగాన్ని కనుగొనండి.

13. భూమి కేంద్రం గుండా ధ్రువాలను కలుపుతూ ఒక ఘర్షణ రహిత సొరంగ మార్గాన్ని నిర్మించి దానిలోనికి ఒక బంతిని జారవిడిచినట్లు ఊహించండి. గురుత్వ త్వరణం మరియు భూమి వ్యాసార్ధపరంగా బంతి ఆవర్తన కాలానికి సమీకరణాలను ఉత్పాదించండి.

14. 2 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక దిమ్మెను $k = 400\ N\ m^{-1}$ బలస్థిరాంకం గల రెండు స్ప్రింగ్‌ల మధ్య పటం 7.15 లో చూపిన విధంగా అమర్చబడినది. దిమ్మె దాని సమతా స్థితి నుండి 0.05 mల దూరము స్థానభ్రంశం చెందించి వదలబడినది. అప్పుడు దాని (దిమ్మె),



పటము 7.15

(a) కోణీయ పౌనఃపున్యం (ω)

(b) గరిష్ఠ వేగం

(c) గరిష్ఠ త్వరణం మరియు

(d) అవరుద్ధం వలన అది విరామ స్థితికి వచ్చేలోపు కోల్పోయే మొత్తం శక్తిని కనుగొనుము.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

7.1

1. సమాన కాలవ్యవధులలో ఒక వస్తువు చలనం పునరావృతం అయితే, అ చలనాన్ని ఆవర్తన చలనం అంటారు. ఒకే మార్గంలో మాధ్యమిక బిందువుకు ఇరువైపులా (ముందుకు, వెనుకకు) పునరావృతం అయ్యే చలనాలను కంపన చలనం లేదా డోలన చలనం అంటారు. కంపన చలనాలన్నీ ఆవర్తన చలనాలే కానీ, ఆవర్తన చలనాలన్నీ కంపన చలనాలు కావు.

2. (ii), (iv), (v)

3. (i) లోలకం ముందుకు వెనుకకు చలించడం.

   (ii) గ్రహాల చలనం.

7.2

1. గోళం మాధ్యమిక స్థానం నుండి x దూరం స్థానభ్రంశం చెందినప్పుడు, దానిపై పనిచేసే పునఃస్థాపక బలం,

$$F = mg\sin\theta = mg\,\theta = mg\frac{x}{r}$$

కాని, $F = -kx$ అని మనకు తెలుసు

పై సమీకరణాలను పోల్చగా

$$k = \frac{mg}{r}\ (\text{or})\ \frac{k}{m} = \frac{g}{r}$$

కాని $\frac{k}{m} = \omega^2$ ఇక్కడ ω కోణీయ పౌనఃపున్యం

$$\omega^2 = \frac{g}{r}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ (\text{లేదా})$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$$

2. స్థూపాన్ని నీటిలోకి y దూరానికి నేట్టినప్పుడు, దానిపై ఊర్ధ్వ దిశలో పనిచేసే ఉత్ప్లవన బలం

$$F = -\rho g V$$

ఇక్కడ ρ ద్రవ సాంద్రత, g గురుత్వ త్వరణం మరియు $V (= Al)$ స్థూప ఘనపరిమాణం.

$$F = -\rho g A\, l$$

పై సమీకరణాన్ని $F = -kl$ తోపోల్చగా, బలస్థిరాంకం, $k = \rho g A$

ద్రవ ద్రవ్యరాశి, $m = \rho V = \rho A l$

అందువలన,

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{\rho g A}{\rho A l} = \frac{g}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

3. $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$ మరియు

పౌనఃపున్యం, $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

దిమ్మె స్థానభ్రంశం చెందినప్పుడు, రెండింటిలో ఒకే రబ్బరు బ్యాండ్ పునఃస్థాపక బలాన్ని ప్రయోగించును.

7.3

1. మాధ్యమిక స్థానం వద్ద గతి శక్తి గరిష్ఠం. స్థానభ్రంశం గరిష్ఠం అయినప్పుడు త్వరణం గరిష్ఠమగును.
2. లోలకం కంపనాలు చేస్తున్నప్పుడు, అది వేలాడదీసిన బిందువు వద్ద గల ఘర్షణకు మరియు గాలిలోని స్నిగ్ధతా బలాలకు వ్యతిరేకంగా కొంత పనిని చేయును. ఈ పని ఉష్ణ రూపంలో (మారుతుంది) వెలువడుతుంది. అందుచేత దాని కంపన పరిమితి క్రమంగా తగ్గును.

7.4

1. చోదక ఆవర్తన వ్యవస్థ, ఆవర్తిత బలాన్ని చోదిత ఆవర్తక వ్యవస్థ పై పని చేసినప్పుడు రెండవ (చోదిత వ్యవస్థ) వ్యవస్థ, మొదటి (చోదక వ్యవస్థ) వ్యవస్థ యొక్క పౌనఃపున్యంతో ఆవర్తనం

చెందుతుంది. ఈ దృగ్విషయాన్ని బలాకృత కంపనాలు అంటారు. ఈ ప్రత్యేక బలాత్కృత కంపనాల సందర్భంలో చోదిత వ్యవస్థ పౌనఃపున్యం, చోదక వ్యవస్థ పౌనఃపున్యంతో సమానమైనప్పుడు ఏర్పడే దృగ్ విషయాన్ని అనునాదం అంటారు.

కంపించే శృతి దండాన్ని ఒక బల్ల మీద దాని కాడతో తాకించి ఉంచితే, బల్ల కూడా కంపించును. కానీ బల్ల తన సహజ పౌనఃపున్యంతో కంపించును. ఈ దృగ్ విషయము బలాత్కృత కంపనాలను తెలియజేసేను. కంపించే బల్ల ఉపరితల వైశాల్యం ఎక్కువ, అందుచేత అధిక తీవ్రత గల ధ్వని వెలువబడును.

2. సంగీత పరికరాలను శృతి చేసినప్పుడు, అవి కలిగి ఉండే సౌండ్ బోర్డ్స్ కూడా కంపించును. అనగా బలాత్కృత కంపనాలు చేసే సౌండ్ బోర్డ్స్ ఉపరితల వైశాల్యం అధికం కావడం చేత వెలువడే ధ్వని తీవ్రత పెరిగి ధ్వని వెలువడే కాలం తగ్గును.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

4. 3 s

11. $A = \sqrt{a^2 + b^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

12. $\frac{2}{\pi} \times 10^{-3}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

14. (a) $14.14\ s^{-1}$ (b) $0.6\ m\ s^{-1}$ (c) $0.3\ m\ s^{-2}$ (d) 0.5 J

8

గురుత్వ త్వరణం

పరిచయం

ఒక బంతిని పైకి విసిరినప్పుడు అది ఎల్లప్పుడూ కిందికే ఎందుకు తిరిగి వస్తుందో మీరు ఎప్పుడైనా ఆలోచించారా? లేదా ఒక నాణాన్ని గాలిలోకి విసిరినపుడు అది తిరిగి నేల పైకి పడుతుంది. అనాదిగా ఇటువంటి దృగ్విషయాల గురించి మానవులు ఆశ్చర్యపడుతూనే ఉన్నారు. 17వ శతాబ్దంలో దానికి జవాబును సర్ ఇజాక్ న్యూటన్ ఇచ్చాడు. భూమి వస్తువులను ఆకర్షించడానికి కారణం గురుత్వాకర్షణ బలం అని ప్రతిపాదించాడు. ఇదే బలం చంద్రుడిని భూమి చుట్టూ దాని కక్ష్యలో ఉంచుతుందని, సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాలను వాటి కక్ష్యలో ఉంచుతుందని కూడా అతడు చెప్పాడు. ఇది విశ్వబలం అంటే విశ్వంలో ప్రతిచోట ఈ బలం ఉంటుంది. నిజానికి ఈబలమే మొత్తం విశ్వాన్ని దగ్గరకు చేర్చి ఉంచింది.

ఈ పాఠంలో మీరు న్యూటన్ గురుత్వాకర్షణ నియమాన్ని నేర్చుకుంటారు. భూమి ఆకర్షించడం వలన వస్తువుల్లో ఏర్పడే త్వరణం గురించి కూడా మనం అధ్యయనం చేస్తాం. ఈ త్వరణాన్నే గురుత్వ త్వరణం అంటారు. ఇది భూమి అంతటా ఒకే రకంగా ఉండదు. ఏఏ అంశాల కారణంగా ఇది మారుతూ ఉంటుందో మీరు నేర్చుకుంటారు. గ్రహ గమనాలకు సంబంధించిన నియమాలు మరియు రకరకాల కృత్రిమ ఉపగ్రహాల కక్ష్యల గురించి కూడా ఈ పాఠంలో మీరు అధ్యయనం చేస్తారు. చివరకు భారతదేశంలోని అంతరిక్ష పరిశోధనా రంగంలో జరుగుతున్న కొన్ని ముఖ్యమైన కార్యక్రమాలు మరియు సాధించిన విజయాల గురించి తెలుసుకుంటారు.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరువాత మీకు ఈ క్రింది విషయాలు తెలుస్తాయి.

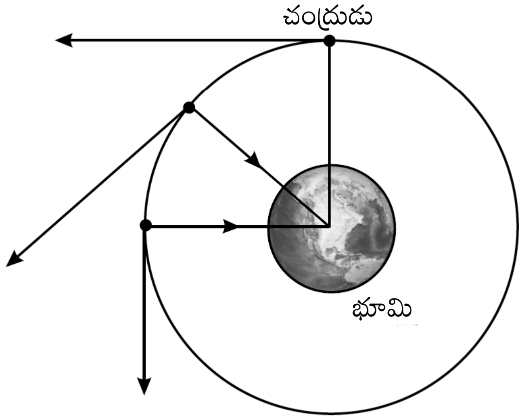
- గురుత్వాకర్షణ నియామాన్ని నిర్వచించడం.
- గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం (G) నిర్వచించి. దాని విలువను కనుగొనడం.
- గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రం, క్షేత్ర తీవ్రత మరియు గురుత్వాకర్షణ స్థితి శక్తిని వివరించగలగడం.
- ఖగోళ వస్తువుల యొక్క గురుత్వ త్వరణం విలువను లెక్కించడం.
- గురుత్వ త్వరణం యొక్క విలువ ఎత్తు, లోతు మరియు అక్షాంశాలతో మార్పుకు కారణాలు విశ్లేషించడం.
- గ్రహ చలనానికి కారణమైన బలాలను గుర్తించి, కెప్లర్ గ్రహగతుల నియమాలను గురించి నిర్వచించడం.
- కక్ష్య వేగం మరియు పలాయన వేగాలకు సమీకరణాలను ఉత్పాదించడం.
- కక్ష్య వేగాన్ని మరియు పలాయన వేగాన్ని లెక్కించగలగడం.
- ఒక కృత్రిమ ఉపగ్రహాన్ని ఎలా ప్రయోగించగలరో వివరించడం.

- ధృవీయ మరియు భూస్థావర కృత్రిమ ఉపగ్రహాల మధ్య తేడాలు చెప్పగలగడం.
- ఒక ఉపగ్రహం భూస్థిర ఉపగ్రహంగా ఉండాలంటే షరతులు చెప్పగలగడం.
- ఒక భూస్థిర ఉపగ్రహం ఎంత ఎత్తులో ఉండాలో గణించగలడం మరియు దాని అనువర్తనాల పట్టికను తయారు చేయడం.
- అంతరిక్ష రంగంలో భారతదేశం సాధించిన ప్రగతిని చెప్పగలగడం.

8.1 గురుత్వాకర్షణ నియమం

చెట్టు నుండి ఆపిల్ నేల మీద పడినపుడు న్యూటన్ చెట్టు క్రింద కూర్చుని వున్నాడు. ఇది అతనిని ఆలోచనలో పడవేసింది. అన్ని ఆపిల్స్ మరియు ఇతర అన్ని వస్తువులు నేలపై పడుతున్నాయి. కాబట్టి ఏదో ఒక బలం వాటిని భూమి వైపుకు లాగేట్లుగా ప్రయోగించబడుతూ ఉంటుంది అని భావించాడు. అప్పుడు న్యూటన్ తనని తాను ఇలా ప్రశ్నించుకున్నాడు. ఇదే బలం భూమి చుట్టూ చంద్రుడిని కక్ష్యలో ఉంచుతున్నదా? చంద్రుడు కక్ష్యలో తిరిగేటప్పుడు ప్రతి బిందువు వద్ద చంద్రుడు స్పర్శరేఖ వెంబడి ఎగిరిపోవాలి. కాని ఏదో బలం దానిని కక్ష్యలో పట్టి ఉంచుతుంది. అవిచ్ఛిన్నంగా పట్టి ఉంచే ఈ బలం, నేలవైపుకు ఆపిల్‌ని లాగే బలం ఒకటేనా? కెప్లర్ నియమాల నుండి సూర్యునికి, గ్రహాలకు మధ్య గల బలం $\frac{1}{r^2}$ గా మారుతుంది అని ఉత్పాదించాడు. ఇక్కడ r సూర్యునికి, గ్రహానికి మధ్య దూరం. ఈ ఫలితాన్ని ఉపయోగించి అతడు ఇదే బలం భూమి చుట్టూరా చంద్రుడిని దాని కక్ష్యలో తిప్పుతుంది అని చూపించాడు. అప్పుడు విశ్వగురుత్వాకర్షణ నియమాన్ని సూత్ర రూపంలోకి మార్చి తన ఆలోచనలను మరింత విశదీకరించాడు.

విశ్వంలో ప్రతీ కణం మరొక కణాన్ని కొంత బలంతో ఆకర్షిస్తుంది. ఈ బలం వాటి ద్రవ్యరాశుల లబ్ధానికి అనులోమానుపాతంలోను మరియు వాటి మధ్యదూరం యొక్క వర్గానికి విలోమానుపాతంలోను ఉంటుంది."



పటం 8.1 : కక్ష్యలో ప్రతి బిందువు వద్ద చంద్రుడు అచట గీసిన స్పర్శరేఖ వెంబడి ఎగిరిపోవాలి. కాని భూమ్యాకర్షణ దానిని కక్ష్యలో పట్టి ఉంచుతుంది.

m_1 మరియు m_2 రెండు కణాల ద్రవ్యరాశులు మరియు వాటి మధ్య దూరం r అనుకుందాం. అప్పుడు వాటి మధ్య బలం F యొక్క పరిమాణం ఈ విధంగా ఉంటుంది.

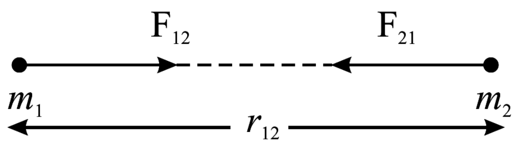
$$\vec{F} \alpha \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (8.1)$$

ఇక్కడ '–' గుర్తు ఈ బలం ఆకర్షణ బలం అని తెలియజేస్తుంది.

ఇచ్చట అనుపాత స్థిరాంకం G ను విశ్వ గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం అంటారు. విశ్వంలో ఎక్కడైనా రెండు వస్తువుల మధ్య దీని విలువ ఒకే విధంగా ఉంటుంది. అంటే భూమి మీద రెండు కణాల మధ్య బలం F అయితే విశ్వంలో ఎక్కడైనా అంతే దూరంలో ఈ రెండు కణాలను ఉంచితే వాటి మధ్య బలం అంతే F గా ఉంటుంది.

ఈ గురుత్వాకర్షణ బలం యొక్క అతి ముఖ్యమైన ఆభిలక్షణం ఏమిటంటే అది ఎప్పుడూ ఆకర్షణ బలం. అది ప్రకృతి బలాలలో ఒక ప్రాథమిక బలం. ఈ ఆకర్షణ పరస్పరం అని గుర్తించుకోవాలి. అంటే ద్రవ్యరాశి m_1 గల కణం, m_2 ద్రవ్యరాశి గల కణాన్ని ఆకర్షిస్తుంది మరియు m_2 కణం m_1 ను ఆకర్షిస్తుంది. ఇంకా ఈ బలం ఆ రెండు కణాలను కలిపే రేఖ వెంబడి ఉంటుంది.



పటం 8.2 : ద్రవ్యరాశులు, m_1 మరియు m_2 లు r_{12} దూరంలో ఉంచబడ్డాయి. ద్రవ్యరాశి m_1, ద్రవ్యరాశి m_2ను F_{12} బలంతో మరియు ద్రవ్యరాశి m_2, ద్రవ్యరాశి m_1 ను F_{21} బలంతో ఆకర్షిస్తుంది.

బలం అనేది సదిశరాశి. సమీకరణం (8.1) కి మార్పు అవసరమా? ఈ ప్రశ్నకు జవాబు ఈ సమీకరణం పరిమాణం మరియు దిశను ప్రతిబింబించగలగాలి. పైన చెప్పినట్లు ఈ గురుత్వ బలం కణాలను కలుపు రేఖ వెంబడి ప్రయోగించబడుతుంది. అనగా m_1 మరియు m_2 అను కణాలను కలిపే రేఖ వెంబడి పనిచేస్తుంది. (పటం 8.2) ద్రవ్యరాశి m_1. ద్రవ్యరాశి m_2 పై కలుగచేసే ఆకర్షణ బలాన్ని F_{12} తో సూచించి వాటి మధ్య దూరాన్ని r_{12}తో సూచిస్తే గురుత్వాకర్షణ నియమం యొక్క సదిశా రూపాన్ని ఇలా రాయవచ్చు.

$$\vec{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{(\mathbf{r}_{12})^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (8.2)$$

ఇచ్చట $\hat{r}_{12}$ అనునది m_1 నుండి m_2 దిశలో ఏకాంక సదిశ. ఇదే విధంగా ద్రవ్యరాశి m_1, ద్రవ్యరాశి m_2 పై కలుగచేసే ఆకర్షణ బలాన్ని $\vec{F}_{21}$ తో సూచించి, వాటి మధ్య దూరాన్ని $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ తో సూచిస్తే గురుత్వాకర్షణ నియమం యొక్క సదిశా రూపాన్ని ఈ క్రింది విధంగా రాయచ్చు.

$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_2 m_1}{(\mathbf{r}_{21})^2}\hat{\mathbf{r}}_{21} \qquad (8.3)$$

ఇక్కడ $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ మరియు $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ లు ఏకాంక పరిమాణాన్ని కలిగి ఉండి వ్యతిరేక దిశలలో ఉంటాయి. పై సమీకరణం (8.3) లో ఋణ గుర్తు సదిశ $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ యొక్క దిశ సదిశ $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ దిశకు వ్యతిరేక దిశలో ఉండడాన్ని తెలుపుతుంది మరియు $\hat{\mathbf{r}}_{12} = -\hat{\mathbf{r}}_{21}$. కావున సమీకరణం (8.2) మరియు సమీకరణం (8.3) నుండి.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (8.4)$$

బలాలు $\vec{F}_{12}$ మరియు $\vec{F}_{21}$ లు సమానం మరియు వ్యతిరేకంగా ఉండి చర్య మరియు ప్రతిచర్య బలాల జతగా ఉండి న్యూటన్ మూడవ గమన సూత్రానికి అనుగుణంగా ఉంటాయి. $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ మరియు $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ లు ఏకాంక పరిమాణం అని గుర్తుంచుకోవాలి. ఈ సదిశల దిశలు ఒకదానినొకటి వ్యతిరేకము. ఈ విషయము ప్రత్యేకించి చెప్పకపోతే ఈ పాఠంలో గురుత్వాకర్షణ యొక్క పరిమాణం మాత్రమే ఆలోచిస్తాము.

స్థిరరాశి G విలువ ఎంత చిన్నదంటే న్యూటన్ గాని, అతని సమకాలీన ప్రాయోగిక శాస్త్రవేత్తలు కాని దానిని నిర్ణయించలేకపోయారు. 100 సంవత్సరాల తరువాత తొలిసారిగా దానిని కావెండిష్ కనుగొన్నాడు. ఈ రోజున G కి అంగీకరించిన విలువ 6.67×10^{-11} Nm^2 kg^{-2}. G కు ఇంత తక్కువ విలువ ఉంది కాబట్టే సాధారణ వస్తువుల మధ్య ఈ గురుత్వాకర్షణ బలం మనం గుర్తించలేము.

ఉదాహరణ 8.1

కెప్లర్ మూడవ సూత్రం (దీని గురించి ఎక్కువగా తర్వాత చర్చిస్తాం) సూర్యునికి, గ్రహానికి మధ్య దూరం 'r' మరియు దాని కక్ష్య ఆవర్తన కాలం T అయితే $\frac{r^3}{T^2}$ = స్థిరరాశి. గ్రహం పై పని చేసే బలం, దూరం యొక్క వర్గానికి విలోమానుపాతంలో ఉంటుందని చూపండి.

సాధన :

సరళత కోసం గ్రహం యొక్క కక్ష వృత్తాకారంగా ఉన్నదనుకొనుము (నిజానికి కక్ష్యలు దాదాపు వృత్తాకారంగానే ఉంటాయి). అప్పుడు గ్రహంపై పనిచేసే అపకేంద్రబలం

$$\vec{F} = \frac{mv^2}{r}$$

ఇక్కడ V కక్ష్యా వేగం. కాని $\vec{V} = r\omega = \frac{2\pi r}{T}$, ఇక్కడ T ఆవర్తన కాలం. ఇప్పుడు ఈ సమీకరణాన్ని క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$\vec{F} = \frac{m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

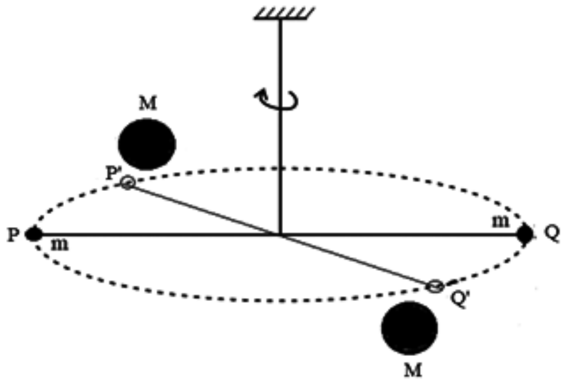
కాని $T^2 \propto r^3$ లేదా $T^2 = Kr^3$ (కేప్లర్ మూడవ నియమం). ఇక్కడ K అనుపాత స్థిరాంకం. కావున,

$$\vec{F} = \frac{4\pi^2 mr}{Kr^3} = \frac{4\pi^2}{K} \times \frac{m}{r^2} = \frac{4\pi^2 m}{K} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\vec{F} \propto \frac{1}{r^2} \qquad \left(\because \frac{4\pi^2 m}{K} \text{ ఒక గ్రహానికి ఇది ఒక స్థిరాంకం}\right)$$

8.2 విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం (G)

ప్రయోగాత్మకంగా విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం G విలువను ఆంగ్ల శాస్త్రవేత్త హెన్రీ కావెండిష్ 1798 లో కనుగొన్నాడు. దీని కొరకు ఉపయోగించిన ప్రయోగ నిర్మాణం పటం 8.3 లో చూపబడింది.



పటం 8.3 : కావెండిష్ ప్రయోగ అమరిక

'm' ద్రవ్యరాశి గల రెండు చిన్న గోళాలు చివరల వద్ద జోడించబడిన ఒక కడ్డి 'PQ' ని ఒక సన్నని తీగతో వ్రేలాడదీయబడి ఉంటుంది. ఈ కడ్డీని పురి పెట్టి భ్రమణం చెందించి వదిలినప్పుడు, తీగలో ఏర్పడే పురి వలన పునఃస్థాపక బలం ఏర్పడుతుంది. ఈ బలం కడ్డీ పొందిన భ్రమణ కోణానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

'M' ద్రవ్యరాశి గల రెండు పెద్ద గోళాలను 'PQ' కడ్డీ చివర జతచేయబడిన చిన్న గోళాల దగ్గరకు తీసుకువచ్చినప్పుడు, పెద్ద గోళాలు చిన్న గోళాలపై గురుత్వాకర్షణ శక్తిని ప్రయోగిస్తాయి. ఈ గురుత్వాకర్షణ శక్తి కారణంగా, కడ్డీ మెలితిప్పబడి (పురి పెట్టబడి), తీగలో పునఃస్థాపక బలం ఏర్పడుతుంది. ఈ బలాన్ని గురుత్వ బలం సమతుల్యం చేసిన తర్వాత, కడ్డీ 'PQ' విరామ స్థితికి వస్తుంది. 'M' మరియు 'm' ద్రవ్యరాశి మధ్య గురుత్వ ఆకర్షణ బలాన్ని 'F' అని అనుకుందాం. అప్పుడు,

$$\vec{F} = G\frac{Mm}{d^2} \qquad (8.5)$$

ఇక్కడ 'd' అనేది పెద్ద గోళం మరియు దాని పక్కన ఉన్న చిన్న గోళం యొక్క కేంద్రాల మధ్య దూరం.

కానీ ఈ బలం రెండు చిన్న గోళాలపై వ్యతిరేక దిశలో మరియు సమాంతరంగా పనిచేస్తుంది. ఫలితంగా కడ్డీ 'PQ' పై పునఃస్థాపక బలయుగ్మం ఏర్పడుతుంది. 'L' అనేది కడ్డీ యొక్క పొడవు అని అనుకుందాం. అప్పుడు పునఃస్థాపక బలయుగ్మం,

$$\text{పునఃస్థాపక బలయుగ్మం} = L \times F = G\frac{Mm}{d^2}L \qquad (8.6)$$

'θ' అనేది పురి కోణం మరియు τ అనేది ప్రమాణ పురి కోణానికి పునఃస్థాపక బలయుగ్మం అని అనుకుందాం, అప్పుడు కడ్డీ 'PQ' పై కలిగే పునఃస్థాపక బలయుగ్మం,

$$\text{పునఃస్థాపక బలయుగ్మం } PQ = \tau\theta \qquad (8.7)$$

సమీకరణాలు (8.6) మరియు (8.7) ల నుండి

$$G\frac{Mm}{d^2}L = \tau\theta \qquad (8.8)$$

ద్రవ్య రాశులు 'M', 'm' మరియు కడ్డీ పొడవు 'L' తెలిసినప్పుడు, ప్రమాణ కోణానికి తెలిసిన పునఃస్థాపక బలయుగ్మము గల తీగ ద్వారా కడ్డీని వ్రేలాడదీసినాము అనుకుందాం. అప్పుడు సమీపంగా ఉన్న ద్రవ్యరాశుల మధ్య దూరం 'd'ని ప్రయోగాత్మకంగా కొలవవచ్చు. ఈ దత్తాంశం ద్వారా సమీకరణం (8.8) నుండి 'G'ని లెక్కించడానికి వీలుపడుతుంది. కావెండిష్ ప్రయోగం నుండి 'G' యొక్క విలువను $6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$ గా కనుగొనబడింది.

8.3 గురుత్వ క్షేత్రం మరియు గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రత ($\bar{E}$)

గురుత్వ క్షేత్రం : ఒక ద్రవ్యరాశి చుట్టూ ఉన్న ప్రాంతములోని ఏ పరిధిలో, ఇతర ద్రవ్యరాశి గురుత్వాకర్షణ బల ప్రభావానికి లోనౌతుందో, ఆ పరిధిలోని ప్రాంతాన్ని ఆ ద్రవ్యరాశి గురుత్వ క్షేత్రం అంటారు. గురుత్వ క్షేత్రంలోని ఏదేని బిందువు వద్ద ఉంచిన ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి పై పనిచేయు గురుత్వ బలాన్ని ఆ బిందువు వద్ద గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రత $\bar{E}$ గా నిర్వచిస్తాము.

ద్రవ్యరాశి M వలన ఏర్పడిన క్షేత్రంలో దాని నుండి r దూరంలో పరీక్ష ద్రవ్యరాశి 'm' ని ఉంచినట్లయితే, ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి అనుభవించే గురుత్వ బలం F ను క్రింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

$$\vec{F} = -G\frac{mM}{\mathbf{r}^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (8.9)$$

ఇక్కడ $\hat{\mathbf{r}}$ ఏకాంక సదిశ.

నిర్వచనం నుండి, ద్రవ్యరాశి M వలన దాని క్షేత్రంలో P బిందువు వద్ద గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రత,

$$\bar{E} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (8.10)$$

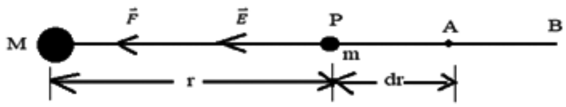
సమీకరణాలు (8.9) మరియు (8.10) ల నుండి,

$$\bar{E} = -G\frac{M}{\mathbf{r}^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (8.11)$$

పై సమీకరణంలోని ఋణ గుర్తు, క్షేత్రం ద్రవ్యరాశి M యొక్క గురుత్వ కేంద్రం వైపు పని చేయడాన్ని సూచిస్తుంది. సమీకరణం (8.11) గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రతకు సమాసాన్ని సూచిస్తుంది.

8.4 గురుత్వ స్థితిజ శక్తి (U)

ఒక వస్తువు యొక్క గురుత్వ క్షేత్రంలోని ఏదేని బిందువు వద్ద గురుత్వ స్థితిజ శక్తిని, అనంత దూరం నుండి ప్రమాణ ద్రవ్యరాశిని క్షేత్రంలోని ఆ బిందువు వద్దకు తీసుకురావడానికి చేసిన పనిగా నిర్వచిస్తాం.



పటం 8.4 : M ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు గురుత్వ క్షేత్రంలో దాని నుండి r దూరంలో గల బిందువు P వద్ద ఉంచిన మరొక ద్రవ్యరాశి m

'M' ద్రవ్యరాశి వలన ఏర్పడిన గురుత్వ క్షేత్రంలో, m ద్రవ్యరాశి గల మరొక వస్తువును ఒక స్వల్ప దూరం dr జరపడంలో చేసిన పనిని dW అనుకుందాము. అప్పుడు, గురుత్వ స్థితిజ శక్తిని క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$dU = dW = \text{బలం} \times \text{స్థానభ్రంశం}$$

$$dU = -F \,.\, dr \qquad (8.12)$$

కానీ m ద్రవ్యరాశిని అనంతం నుండి M ద్రవ్యరాశికి r దూరంలో ఉన్న P బిందువు వద్ద జరపడంలో చేసిన పని లేదా దానిలో ఏర్పడిన స్థితిజ శక్తిని క్రింది విధయిగా పొందగలము.

$$U = -\int_{\infty}^{r} F.dr \qquad (8.13)$$

కానీ ఈ బలం m మరియు M ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువుల మధ్య పనిచేసే గురుత్వ బలం. కావున పై సమీకరణంలో గురుత్వ బలాన్ని ప్రతిక్షేపించగా,

$$U = -\int_{\infty}^{r} -G\frac{Mm}{r^2}dr$$

$$U = GMm\int_{\infty}^{r} \frac{1}{r^2}dr$$

$$U = -G\frac{Mm}{r} \qquad (8.14)$$

పై సమీకరణం (8.14), ద్రవ్యరాశి 'M' గురుత్వ క్షేత్రంలో, ఉంచిన ద్రవ్యరాశి 'm' యొక్క గురుత్వ స్థితిజ శక్తిని సూచిస్తుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.1

1. భూమి చుట్టూ చంద్రుని యొక్క భ్రమణావర్తన కాలం 27.3 రోజులు, స్థిర నక్షత్రాల పరంగా ఇది ఆవర్తన కాలం అని గుర్తించుకోవాలి. (చలించే భూమి పరంగా భ్రమణావర్తన కాలం దాదాపు 29.5 రోజులు. (కొన్ని పంచాంగాలలో ఈ సమయాన్ని ఉపయోగించి నెల యొక్క సమయాన్ని నిర్ణయిస్తారు.) చంద్రుని యొక్క కక్ష్యా వ్యాసార్ధం 3.84×10^8 మీటర్లు (భూ వ్యాసార్ధానికి 60 రెట్లు) చంద్రుని యొక్క అపకేంద్ర త్వరణాన్ని గణించండి. ఇది 9.8 మీ.సెకను$^{-2}$ ను 3600 చే భాగిస్తే వచ్చే విలువకు దరిదాపుగా సమానంగా వుంటుందని చూడండి. గురుత్వాకర్షణ $\frac{1}{r^2}$ పరంగా మారుతూ ఉంటుందని తీసుకోండి.
2. సమీకరణం (8.1) నుండి G యొక్క మితులను రాబట్టండి.
3. సమీకరణం (8.1) ను ఉపయోగించి 1 కి.గ్రా, ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులను 1 మీ. దూరంలో వేరుచేయబడినప్పుడు వాటి మధ్య ఏర్పడే గురుత్వ బల పరిమాణమే G నిర్వచనం అని చూపండి?
4. కొంత దూరంలో ఉంచబడిన రెండు ద్రవ్యరాశులు మధ్య బల పరిమాణం F, అయితే
   (i) ద్రవ్యరాశులను మార్చుకుండా దూరాన్ని రెట్టింపు చేసిన,
   (ii) దూరాన్ని స్థిరంగా ఉంచి ద్రవ్యరాశులు రెట్టింపు చేసిన
   (iii) దూరాన్ని రెట్టింపు మరియు ఒక్కొక్క ద్రవ్యరాశిని రెట్టింపు చేసిన, F విలువ ఏ విధంగా మారుతుంది.

5. 50 కి.గ్రా మరియు 60 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశులు గల రెండు వస్తువులను 1 మీ. దూరం వేరు చేసినారు. వాటి మధ్య గల గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని గణించండి.

8.5 గురుత్వ త్వరణం

న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ప్రకారం, 'm' ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువుపై F బలం ప్రయోగించినపుడు, ఆ వస్తువులో 'a' త్వరణం కలుగుతుంది అని మనకు తెలుసు. దీనిని ఈ విధంగా సూచించవచ్చు.

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (8.15)$$

గురుత్వ బలం కూడా, అనగా భూమి మీద లేదా దగ్గరగా వున్న వస్తువుపై కూడా పని చేసే బలం, వస్తువులో త్వరణాన్ని కల్గిస్తుంది. వస్తువులో గురుత్వబలం కలిగించే త్వరణాన్నే గురుత్వ త్వరణం అంటారు. దీనిని 'g' గుర్తుతో సూచిస్తారు. కావున సమీకరణం (8.15) నుండి, 'm' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు భూమి మీద ఉన్నప్పుడు దానిపై గురుత్వ బలం పరిమాణం క్రింది విధంగా ఉంటుంది.

$$\vec{F} = mg \qquad (8.16)$$

సమీకరణము 8.1 నుండి, 'M' ద్రవ్యరాశి గల భూమి మరియు 'm' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు మధ్య పని చేసే గురుత్వ బల పరిమాణం

$$\vec{F} = G\frac{mM}{R^2} \qquad (8.17)$$

ఇచట R భూ వ్యాసార్థం. సమీకరణాలు (8.16) మరియు (8.17) ల నుండి

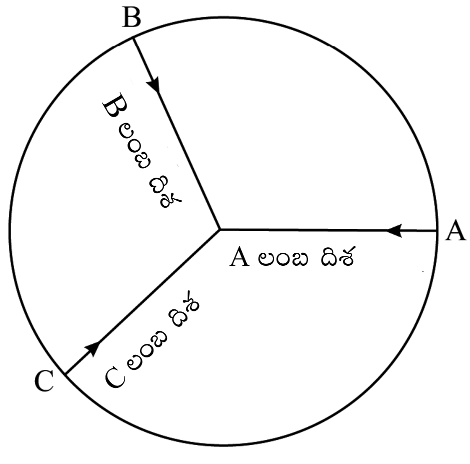
$$mg = G\,\frac{mM}{R^2}$$

(లేదా)

$$g = G\frac{M}{R^2} \qquad (8.18)$$

వస్తువుపై గురుత్వ బలం దిశ భూ కేంద్రం వైపు ఉంటుంది. ఈ దిశనే మనం లంబదిశ అంటారు. పటం 8.5లో భూతలంపై వేరు వేరుప్రాంతాలలో లంబాలు చూపబడినవి. ఈ లంబానికి లంబంగా ఉండే దిశను క్షితిజ సమాంతరము అంటారు.

భూమి లేదా మరి ఏ ఇతర ఖగోళ వస్తువు (అంటే గ్రహం) యొక్క ద్రవ్యరాశి (M) మరియు వ్యాసార్థం (R) తెలిస్తే ఆ ప్రాంతంలో 'g' విలువను సమీకరణం (8.18) ఉపయోగించి గణించవచ్చు. భూ ఉపరితలం పై సాధారణంగా 'g' విలువను 9.8 ms^{-2} గా తీసుకుంటారు.



పటం 8.5 : భూతలం పై ఏ బిందువు వద్దనైన లంబదిశ ఆ బిందువు నుండి భూ కేంద్రం వైపుకు ఉండే దిశ అవుతుంది.

ఒక ఉపగ్రహం లేదా గ్రహం యొక్క ద్రవ్యరాశి, వ్యాసార్థం ఇవ్వబడితే, మనం సమీకరణం (8.18) ను ఉపయోగించి ఆ ఉపగ్రహం లేదా గ్రహం యొక్క గురుత్వ త్వరణాన్ని కనుగొనవచ్చును.

మరికొంత ముందుకు వెళ్లేముందు మరొక్కసారి సమీకరణం (8.18) ను చూద్దాం. ఒక వస్తువులో కలిగే గురుత్వత్వరణం దాని ద్రవ్యరాశిపై ఆధారపడదు. అంటే తేలికైన లేదా బరువైన బంతులు ఒకే వేగంతో క్రిందికి పడతాయి. అంటే కొంత ఎత్తునుండి ఈ బంతులను నేలపైకి జారవిడిస్తే అవి రెండూ ఒకేసారి నేలను చేరుతాయి.

కృత్యం 8.1

ఒక కాగితం ముక్క మరియు చిన్న గులక రాయిని తీసుకొనండి. కొంత ఎత్తు నుండి ఈ రెండింటిని ఒకేసారి జారవిడవండి. ఈ రెండు వస్తువులు అనుసరించిన మార్గమును పరిశీలించండి. అవి నేలను తాకేందుకు పట్టే సమయంను గుర్తించండి. ఇపుడు రెండు గులకరాళ్ళు తీసుకోండి. ఒకటి రెండవదాని కంటే బరువు అయినది అయివుండాలి. ఈ రెండింటిని కొంత ఎత్తు నుండి ఒకేసారి నేలపైకి జారవిడవండి. ఈ రెండూ నేలను తాకేందుకు ఎంత సమయం తీసుకున్నవో గమనించండి.

గురుత్వాకర్షణ ప్రభావంలో వస్తువుల పతనం

గురుత్వాకర్షణ ప్రభావములో, బరువైన మరియు తేలికైన గులకరాళ్ళు నేలపై ఒకే రేటులో పతనం చెందుతాయిఅనే నిజం కొంచెం వింతగా అనిపించవచ్చు. 16వ శతాబ్దం వరకు తేలిక వస్తువు కన్నా, బరువైన వస్తువు ముందు నేలను తాకుతుందని సాధారణంగా నమ్మకం ఉండేది. ఏమైనప్పటికీ ఆ సమయంలోని గొప్ప శాస్త్ర వేత్త గెలీలియో రెండు వస్తువులు ఒకేసారి నేలపై పడతాయి అని నిరూపించాడు. అతడు పీసా టవర్ పైకి ఎక్కి ఒకే సమయంలో వేరు వేరు ద్రవ్యరాశులు గల రెండు ఇనుప బంతులను క్రిందికి వదిలాడు అని చెప్పుకుంటారు. ఈ బంతులు నేలను ఒకేసారి చేరాయి. కాని ఒక ఈక, మరియు ఒక రాయిని ఒకేసారి నేలపైకి వదిలినపుడు రెండూ నేలను చేరేందుకు వేర్వేరు సమయాలు తీసుకున్నాయి. ఈక నెమ్మదిగా క్రిందకు పడడానికి కారణం అది ఎక్కువగా గాలి నిరోధక బలానికి లోను కావడమేనని గెలీలియో వాదించాడు. గాలి కనుకలేకపోతే ఆ రెండు ఒకేసారి నేల మీద పడేవి అన్నాడు. ఇటీవలి కాలంలో వ్యోమగాములు చంద్రుడిపై ఒక ఈకను ఒక రాయిని వదిలి ప్రయోగం చేసారు. ఆ రెండు ఒకేసారి చంద్రుడి తలంపై పడినట్లు నిరూపించారు. చంద్రునిపై వాతావరణం లేదా గాలి ఉండదు అని గుర్తుంచుకోండి.

గురుత్వాకర్షణ ప్రభావం వల్ల వస్తువు నిటారుగా కిందికి ప్రయాణించి భూమి పై పడుతుంది. భూతలం నుండి కొద్ది ఎత్తులకు గురుత్వ త్వరణం పెద్దగా మారదు. అందువలన తొలి మరియు తుది వేగాలు, 't' కాలంలో ప్రయాణం చేసిన దూరాలకు చలన సమీకరణాలు క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$v = u + gt \qquad (8.19\ [a])$$

$$s = ut + \frac{1}{2}gt^2 \qquad (8.19\ [b])$$

$$v^2 = u^2 + 2gs \qquad (8.19\ [c])$$

వస్తువు చలన దిశ ఏవిధంగా ఉన్నప్పటికి 'g' ఎల్లప్పుడు లంబంగా కింది దిశలోనే వుంటుందని ముఖ్యంగా గుర్తుంచుకోవాలి. 'g' విలువతో సమానం అయిన త్వరణంతో వస్తువు పతనం చెందుతూ ఉంటే దానిని స్వేచ్ఛా పతనం అంటారు.

వస్తువు నిశ్చల స్థితి నుండి కిందకు పడుతుంటే ‘t’ కాలంలో అది $s = h$ దూరం ప్రయాణించినది అనుకుందాం. అప్పుడు, సమీకరణం 8.19(b) నుండి,

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (8.19\ [d])$$

ఇక్కడ $u = 0$ వస్తువు నిశ్చల స్థితి నుండి ప్రారంభమైనది అని తెలుపుతుంది.

అందువలన ఒక బరువైన నాణెమును కొంత ఎత్తు నుండి జార విడిచి దాని పతనానికి పట్టే కాలాన్ని ఖచ్చితమైన స్టాప్ వాచ్ సహాయంతో కొలిచే చిన్న ప్రయోగం చేయడము వల్ల 'g' విలువ మనకు వస్తుంది. ఐదు రూపాయల నాణెము, ఒక మీటరు దూరం కిందకు పడడానికి తీసుకునే సమయాన్ని సమీకరణం 8.19(d) ను ఉపయోగించి కొలిస్తే, అనేక ప్రయత్నాలకు సగటు పతన సమయం 0.45 సెకను ఉంటుందని మీకు తెలుస్తుంది. ఈ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి 'g' విలువను గణించవచ్చును. ఏది ఏమైనప్పటికీ ప్రయోగశాలలో లఘులోలకం ఉపయోగించి 'g' విలువను పరోక్ష పద్ధతి ద్వారా మీరు కొనుగొంటారు.

భూమి మీద ఉన్న వస్తువు మరియు భూమికి మధ్యన చాలా దూరంగా భూవ్యాసార్ధంను తీసుకొని ఆ వస్తువు పై గురుత్వ బలాన్ని గణించడం ఎందుకో అని మీకు ఆశ్చర్యాని కలిగించవచ్చు. మనం రెండు విడివిడి కణాలు లేదా బిందు ద్రవ్యరాశులను పరిగణించినప్పుడు వాటి మధ్య దూరం అవి వేరు చేయబడ్డ దూరానికి సమానం. కాని, సాగదీసిన రెండు వస్తువుల మధ్య గురుత్వ బలాన్ని మనం గణన చేసేటప్పుడు మనం ఏ దూరాన్ని లెక్కలోకి తీసుకుంటాము? ఈ సమస్యలకు పరిష్కార దిశగా వస్తువు యొక్క గరిమనాభి భావనను పరిచయం చేస్తాము. గురుత్వ ప్రభావానికి సంబంధించి ఈ గరిమనాభి బిందువును వస్తువుకు బదులుగా తీసుకొంటే ఫలితం ఒకే విధంగా ఉంటుంది. జామీతీయంగా ఏకరీతి సాంద్రత గల క్రమాకార వస్తువులు అయిన గోళాలు, స్థూపాలు, దీర్ఘచతురస్రాలకు జ్యామితీయ కేంద్రమే వాటి గరిమనాభి అవుతుంది. అందుకే మనం భూ కేంద్రాన్ని, మిగతా వస్తువుల మధ్య దూరాన్ని కొలచేటప్పుడు ఎంచుకుంటాం. అక్రమాకారపు వస్తువుల విషయంలో వాటి గరిమనాభిని గుర్తించేందుకు సులువైన మార్గం లేదు.

ఒక లోహపు వలయం యొక్క గరిమనాభి ఎచట ఉంటుంది? వలయం కేంద్రంలో ఉంటుంది. కాని ఈ బిందువు వస్తువు ద్రవ్యరాశికి బయట ఉంది. దీని అర్థం వస్తువు గరిమనాభి దాని వెలుపల ఉండవచ్చును. మీకు (మనకు) ఒక క్రమాకారం ఉందని భావించిన మీ (మన) గరిమనాభి ఎక్కడ ఉంటుంది? అంటే మీ గరిమనాభి మీ శరీరం మధ్యభాగం అయిన నాభి దిగువ భాగంలో ఎక్కడో ఉంటుంది.

తరువాత పాఠ్యక్రమంలో వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గురించి కూడా మీరు నేర్చుకుంటారు. ఈ బిందువు వద్ద మొత్తం వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి అంతా కేంద్రీకృతం అయి ఉందని భావిస్తారు. భూమి వద్ద ఉండే రకంగా ఏకరీతి గురుత్వక్షేత్రంలో, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, గరిమనాభితో ఏకీభవిస్తుంది.

గరిమనాభి లేదా ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని ఉపయోగించడం వలన మనం చేసే గణనలు చాలా సులువు అవుతాయి. వస్తువులో ఉండే విడివిడి కణాల మధ్యన ఉండే బలాలను లెక్కించి చివరకు ఈ బలాల ఫలితాన్ని కనుగొనడంలో, ఎన్ని గణనాలు ఇమిడి ఉంటాయో ఊహించుకోండి.

'G' మరియు g లు వేరు వేరు భౌతిక రాశులను సూచిస్తాయని మీరు గుర్తించుకోవాలి. 'G' అనేది విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం. ఇది ఎక్కడైనా ఒకే విధంగా ఉంటుంది. g అనేది గురుత్వ త్వరణం ఇది ప్రదేశ, ప్రదేశానికి మారుతూ ఉంటుంది. దీని గురించి మనం వచ్చే భాగంలో నేర్చుకుంటాము.

ఇప్పుడు మీకు ఎంత వరకూ అర్థం అయిందో పరీక్షించుకునేందుకు కింది కొన్ని ప్రశ్నలకు మీరు జవాబులు వ్రాయవలసి ఉంటుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.2

1. భూమి ద్రవ్యరాశి 5.97×10^{24} kg మరియు దాని సగటు వ్యాసార్థం 6.37×10^{6} m. భూతలం మీద 'g' విలువను గణించండి?
2. భూ మధ్యరేఖ వద్ద భూ వ్యాసార్ధము 6378 km మరియు ధృవాల వద్ద 6357 km అని జాగ్రత్తగా కొలిచిన కొలతలు ద్వారా తెలిశాయి. భూ మధ్య రేఖ, ధృవాల వద్ద 'g' విలువలను సరిపోల్చండి.
3. ఒక వస్తువును పైకి విసిరినారు. (i) వస్తువు పైకి వెళ్ళినపుడు (ii) వస్తువు ప్రయాణంలో అది గరిష్ట ఎత్తులో ఉన్నపుడు (iii) అది కిందకు పడుతున్నపుడు (iv) అది భూమికి తిరిగి వచ్చినప్పుడు 'g' యొక్క దిశ ఏమిటి?
4. చంద్రుని ద్రవ్యరాశి 7.3×10^{22} kg మరియు దాని వ్యాసార్థం 1.74×10^{6} m. దీని ఉపరితలంపై గురుత్వ త్వరణాన్ని గణించండి.

8.6 గురుత్వ త్వరణం 'g' లో మార్పులు

8.6.1 ఎత్తుతో 'g' లో మార్పు

సమీకరణం (8.18) లోని కుడివైపున గల హారంలోని R–రాశి, భూ కేంద్రం నుండి దూరం యొక్క వర్గం విలువను తెలుపుతుంది మరియు ఈ విలువ పెరిగే కొలది 'g' విలువ తగ్గిపోతుందని గమనించగలము. అంటే భూ కేంద్రం నుండి '2R' దూరంలో, భూతలం వద్ద ఉన్న 'g' విలువలో 1/4 వ వంతు 'g' విలువ ఉంటుంది. ఏది ఏమైనప్పటికీ భూతలం నుండి ఉండే ఎత్తు 'h' ని altitude అని అంటారు. ఇది భూ వ్యాసార్థంతో పోలిస్తే తక్కువగా ఉంటుంది. ఇపుడు 'g' విలువను ఎత్తు 'h' వద్ద 'g_h'తో సూచిస్తే అపుడు,

$$g_h = G \frac{M}{(h+R)^2}$$

$$g_h = G \frac{M}{R^2\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$g_h = G \frac{M}{R^2} \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

సమీకరణం (8.18) నుండి భూ ఉపరితలంపై గురుత్వ త్వరణం విలువ $g = G\frac{M}{R^2}$. ఈ విలువను పై సమీకరణములో ప్రతిక్షేపించగా,

$$g_h = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$\frac{g}{g_h} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^2$$

$$\frac{g}{g_h} = 1+\frac{2h}{R}+\left(\frac{h}{R}\right)^2$$

పై సమీకరణములోని $\frac{h}{R}$ రాశి విలువ చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. కావున $\left(\frac{h}{R}\right)^2$ రాశి విలువ మరింత తక్కువగా ఉంటుంది మరియు దీనిని వదిలివేయవచ్చును. అప్పుడు

$$\frac{g}{g_h} = 1+\frac{2h}{R}$$

$$g_h = \frac{g}{\left(1+\frac{2h}{R}\right)} \qquad (8.20)$$

$$g_h = g\left(1+\frac{2h}{R}\right)^{-1}$$

పై సమీకరణంలోని కుడివైపు పదాన్ని విస్తరించి అధిక తరగతి పదాలను (తక్కువ విలువలను కలిగి ఉన్నవి) వదిలివేయగా,

$$g_h = g\left(1-\frac{2h}{R}\right) \qquad (8.21)$$

సమీకరణము (8.21) నుండి, భూమిపై ఎత్తు 'h' భూ వ్యాసార్ధంతో పోల్చితే తక్కువగానే ఉంటుంది. కావున గురుత్వ త్వరణం ఎత్తుకు పోయే కొద్ది $\left(1-\frac{2h}{R}\right)$ రాశి యొక్క గుణకం తగ్గి, భూవ్యాసార్ధంలో సగం ఎత్తు వద్ద అనగా, $h=\frac{R}{2}$ వద్ద శూన్యం అవుతుంది.

ఒక చిన్న ఉదాహరణ ద్వారా ఈ భావనను అర్థం చేసుకుందాం.

ఉదాహరణ 8.2

ఆధునిక విమానాలు ఊర్ధ్వ దిశలో 10 km ల ఎత్తులో ఎగురుతూ ఉంటాయి. 10 km ల ఎత్తులో 'g' విలువను గణిద్దాం. భూ వ్యాసార్థం విలువ 6400 km గానూ మరియు భూతలంపై g విలువను 9.8 ms^{-2} గా తీసుకొందాం.

సాధన : సమీకరణం (8.20) నుండి,

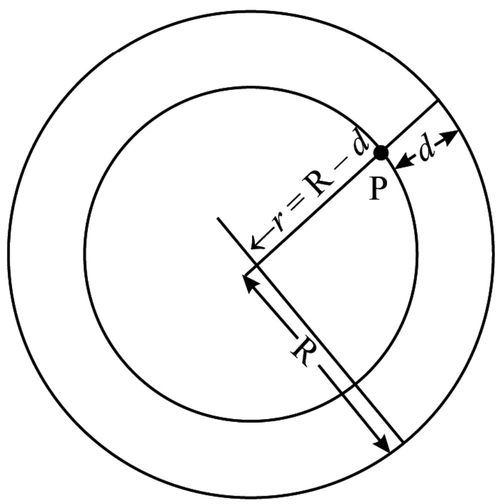
$$g_h = \frac{g}{\left(1+\frac{2h}{R}\right)}$$

$$g_h = \frac{9.8\,ms^{-2}}{\left(1+\frac{2(10\,km)}{(6400\,km)}\right)} = \frac{9.8\,ms^{-2}}{1.003} = 9.77\,ms^{-2}$$

8.6.2 లోతుతో 'g' విలువలో మార్పు

పటం 8.6 లో చూపినట్లుగా భూమికి 'd' లోతులో 'P' అనే బిందువును పరిగణిద్దాము. భూమిని ఏకరీతి సాంద్రత 'ρ' గల గోళంగా ఊహించుదాం. అప్పుడు 'P' బిందువు భూ కేంద్రం నుండి r = (R – d) దూరంలో ఉంటుంది. భూమి కేంద్రాన్ని కేంద్రంగా తీసుకొని, r = (R – d) వ్యాసార్థం గల గోళాన్ని నిర్మిద్దాం. P బిందువు వద్ద ఒక బిందు రూప ద్రవ్యరాశిని ఉంచినప్పుడు, అది ఈ విధంగా రెండు వైపుల నుండి గురుత్వబల ప్రభావాన్ని పొందుతుంది.

1. 'd' మందం గల కర్పరంలో ఉన్న ద్రవ్యరాశి (కణాల) వలన మరియు
2. 'r' వ్యాసార్థం గల గోళంలోని ద్రవ్యరాశి (కణాలు) వలన



పటం 8.6 : భూ ఉపరితలము నుండి 'd' లోతులో, భూ కేంద్రం నుండి r = (R – d) దూరంలో గల బిందువు P.

పటం (8.6) నుండి, 'P' బిందువు 'r' వ్యాసార్థం గల గోళము ఉపరితలంపై ఉన్నట్లు మరియు కర్పరం 'd' మందం, 'r' లోపలి వ్యాసార్థాన్ని కలిగి ఉన్నట్లు పరిశీలించాలి. కర్పరంలోని కణాల వల్ల ఏర్పడు బలాలు ఒకదానినొకటి రద్దు చేసుకుంటాయని చూపించవచ్చు. అంటే 'P' వద్ద కర్పరం వల్ల కలిగే ఫలిత బలం శూన్యం అవుతుంది. అందువల్ల 'P' వద్ద గల గురుత్వ త్వరణం గణించేందుకు $r = (R - d)$ వ్యాసార్థంగల గోళం ద్రవ్యరాశిని మాత్రమే పరిగణలోకి తీసుకోవాలి. వ్యాసార్థం $r = (R - d)$ గల గోళం ద్రవ్యరాశి M' విలువను క్రింది విధంగా గణించవచ్చు.

వ్యాసార్థం 'r' గల గోళం ద్రవ్యరాశి = ఘనపరిమాణం × సాంద్రత

$$M' = \left(\frac{4}{3}\pi\left(R-d\right)^3\right)\rho \qquad (8.22)$$

'P' బిందువు వద్ద ఉంచిన బిందు రూప ద్రవ్యరాశి పొందే గురుత్వ త్వరణం,

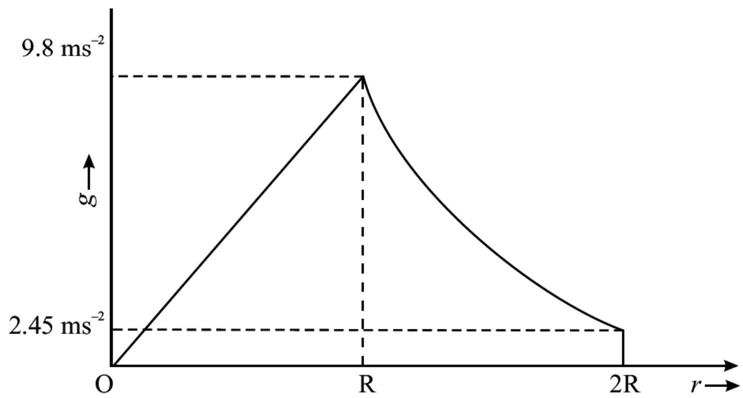
$$g_d = G\frac{M'}{\left(R-d\right)^2} \qquad (8.23)$$

సమీకరణం (8.22) మరియు (8.23) ల నుండి,

$$g_d = G\frac{1}{(R-d)^2}\left(\frac{4}{3}\pi\left(R-d\right)^3\right)\rho$$

$$g_d = \frac{4\pi G}{3}\left(R-d\right)\rho \qquad (8.24)$$

ఇక్కడ 'd' పెరిగే కొలది $(R - d)$ తగ్గిపోతుందని గమనించండి. అంటే భూమి లోపలకు వెళ్లే కొలది ఆ విలువ తగ్గిపోతుందని దీని అర్థం. $d = R$ వద్ద, అంటే భూ కేంద్రం వద్ద, గురుత్వత్వరణం, అదృశ్యమై పోతుంది. $(R - d) = r$ అనేది భూ కేంద్రం నుండి దూరం అని కూడా గమనించండి. అంటే గురుత్వత్వరణం r కు రేఖీయ అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. భూకేంద్రం నుండి భూతలానికి మరియు భూ ఉపరితలముపై ఎత్తుకు 'g' విలువలోని మార్పులు పటం 8.7లో చూపబడింది



పటం 8.7 : భూ కేంద్రం నుండి దూరంతో g విలువలో మార్పు.

సమీకరణము (8.24) నుండి, 'g_d' విలువను భూ ఉపరితలముపై అనగా $d = 0$ వద్ద ఉపరితలముపై గురుత్వ త్వరణ పదాలతో వ్యక్తపరచవచ్చును.

$$g = \frac{4\pi G}{3}\rho R \qquad (8.25)$$

సమీకరణాలు (8.24) మరియు (8.25) ల నుండి, 'g_d' మరియు 'g' ల మధ్య సంబంధాన్ని క్రింది విధముగా పొందవచ్చును.

$$g_d = g\frac{(R-d)}{R} = g\left(1-\frac{d}{R}\right),\ 0 \le d \le R \qquad (8.26)$$

సమీకరణాలు (8.21)మరియు (8.26) ల నుండి, పటం 8.7 లో చూపినట్లుగా, 'g' విలువ ఎత్తుకు వెళ్ళినప్పుడు మరియు లోతుకు వెళ్ళినప్పుడు కూడా తగ్గుతుంది అని, భూ ఉపరితలముపై గరిష్ఠంగా ఉంటుందని గ్రహించగలం.

8.6.3 రేఖాంశంతో 'g' విలువలో మార్పు

భూమి తన అక్షం పై తాను తిరుగుతున్న విషయం మీకు తెలుసు. దీని వల్ల భూ తలం మీద గల ప్రతికణం వృత్తాకార చలనంలో ఉంటుంది. గురుత్వాకర్షణ లేకపోయినట్లయితే అన్ని కణాలు భూమి మీద నుండి వాటి వృత్తాకార కక్ష్యలకు గీయబడిన స్పర్శరేఖల వెంబడి ఎగిరిపోయి ఉండేవి. మనందరని భూమి మీద ఉండేట్లు చేయడంలో గురుత్వాకర్షణ చాలా ముఖ్యమైన పాత్ర నిర్వహిస్తుంది. ఒక వస్తువును వృత్తాకార చలనంలో ఉంచాలంటే దానికి అపకేంద్ర బలాన్ని సరఫరాచేయాల్సి ఉంటుందని మీకు తెలుసు. గురుత్వ బలంలో కొంత భాగం ఈ అపకేంద్ర బలం సరఫరా చేయడానికి ఉపయోగపడుతుంది. దీని ఫలితంగా, భూతలం పై వున్న వస్తువులను ఆకర్షించే బలం విలువ కొంచెం తగ్గుతుంది. భూ మధ్య రేఖ వద్ద భూ భ్రమణ ఫలితం గరిష్టంగా ఉంటుంది. ధృవాల వద్ద ఈ ఫలితం దాదాపు కనుమరుగవుతుంది. అందువల్ల ఎటువంటి ఉత్పాదనలు అవసరం లేకుండా రేఖాంశంతో 'g' విలువ ఏ విధంగా మారేది తెలియ జేసే సూత్రాన్ని మనం చెప్పుకుంటాం. ధృవాల వద్ద విలువ 'g' అనుకుంటే, రేఖాంశం వద్ద గల 'g_λ' విలువ కింది విధంగా ఉంటుంది.

$$g_\lambda = g - R\omega^2\cos^2\lambda \qquad (8.27)$$

ఇచట 'ω' భూమి యొక్క కోణీయ వేగం, 'R' దాని వ్యాసార్థం. ధృవాల వద్ద $\lambda = 90$ కాబట్టి $g_\lambda = g$ అవుతుందని సులువుగా మీరు గ్రహించగలరు.

ఉదాహరణ 8.3

ధృవాల వద్ద g విలువను గణించండి.

సాధన :

ధృవాల వద్ద భూ వ్యాసార్ధం $R = 6357\ km = 6.357 \times 10^6\ m$

భూమి యొక్క ద్రవ్యరాశి $M = 5.97 \times 10^{24}\ kg$

సమీకరణం (8.1 8)ని ఉపయోగిస్తే, $g = G\frac{M}{R^2}$

$$g_{\text{ధృవాలు}} = \frac{(6.67\times10^{-11}\ Nm^2\,kg^{-2})\times(5.97\times10^{24}\ kg)}{(6.357\times10^6\ m)^2} = 9.853\,ms^{-2}$$

ఉదాహరణ 8.4

$\lambda = 60^o$ వద్ద g విలువను గణిద్దాం. ఇక్కడ భూమి వ్యాసార్థం 6371 km.

సాధన : భూ భ్రమణ ఆవర్తన కాలం, T = 24 hours = 24 × 60 × seconds

భూ భ్రమణ పౌనఃపున్యం $= \frac{1}{T}$

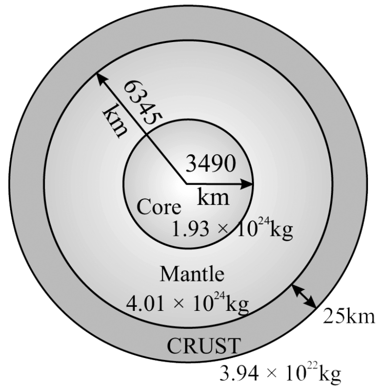
భూమి కోణీయ వేగం, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{24 \times 60 \times 60} = 7.27 \times 10^{-5}\ \text{rad}\,\text{s}^{-1}$

g_λ (60^o రేఖాంశము వద్ద) $= 9.853 - (6.37 \times 10^6)(7.27 \times 10^{-5})^2 \cos^2 60$

g_λ (60^o రేఖాంశము వద్ద) $= 9.853 - 0.008 = 9.844\ \text{ms}^{-2}$

భూమి అంతర్నిర్మాణం

పటం 8.8 చూడండి. భూ ద్రవ్యరాశి ఎక్కువ భాగం దాని కేంద్ర భాగం వద్ద కేంద్రీకరించబడి ఉంటుంది. భూఉపరితల పొర చాలా తేలికగా ఉంటుంది. మరీ తక్కువ లోతుల వద్ద, g విలువను గణనం చేసేటప్పుడు పెద్దగా భూ ద్రవ్యరాశిలో మార్పు ఉండదు. కాని వ్యాసార్థంలో తగ్గుదల ఉంటుంది. అందువల్ల కొంత లోతుకు వెళ్లే వరకు విలువలో పెరుగుదల ఉండి ఆ తరువాత తరుగుదల మొదలవుతుంది. అంటే భూమి ఏకరీతిగా ఉండే గోళం అనే ఊహ నిజం కాదు.



పటం 8.8 : భూమి నిర్మాణం (స్కేలుకుకాదు) భూమి యొక్క మూడు ముఖ్యమైన పొరలు వాటి ద్రవ్యరాశులను అంచనావేస్తూ చూపబడినవి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.3

1. భూతలం మీద గల 'g' విలువలో సగం విలువ భూ తలం నుండి ఎంత ఎత్తులో ఉంటుంది?
2. భూతలం మీద గల 'g' విలువలో 80% శాతం g విలువ భూమికి ఏ లోతులో ఉంటుంది?
3. ఢిల్లీ సుమారుగా 30 డిగ్రీల ఉత్తర రేఖాంశం వద్ద ఉంది. ఢిల్లీ మరియు ధృవాల వద్ద గల g విలువలను గణించండి? ఆ విలువల మధ్య తేడా కనుక్కోండి.
4. ఒక ఉపగ్రహం భూమికి 1000 కిమీ ఎత్తులోగల కక్ష్యలో తిరుగుచున్నది. ఉపగ్రహంపై పనిచేసే గురుత్వ త్వరణాన్ని (i) సమీకరణం (8.21) ని ఉపయోగించి (ii) 'g' విలువ $\frac{1}{r^2}$ నకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుందనే సంబంధాన్ని ఉపయోగించి, ఇచట 'r' భూ కేంద్రం నుండి దూరం, గణించండి. ఈ గణనలో ఏది మీకు ఎందుకు ఉపయోగకరంగా ఉందని మీరు అనుకుంటున్నారు.

8.7 భారము మరియు ద్రవ్యరాశి

ఒక వస్తువును భూమి ఆకర్షణ ఎంత బలంతో లాగుతుందో అది దాని భారం అవుతుంది. వస్తువు ద్రవ్యరాశి 'm' అయితే అప్పుడు దాని భారం 'W'

$$W = mg \tag{8.28}$$

భారం అనేది బలం కాబట్టి దాని ప్రమాణం న్యూటన్. మీ ద్రవ్యరాశి 50 కి||గ్రా అయితే మీ బరువు (భారం) $50\ kg \times 9.8\ ms^{-2} = 490$ న్యూటన్లు అవుతుంది.

'g' విలువ ప్రదేశాన్ని బట్టి మారుతూ ఉంటుంది కాబట్టి, వస్తువు భారం కూడా ప్రదేశాన్ని బట్టి మారుతూ ఉంటుంది. వస్తువు భారం ధృవాల వద్ద గరిష్టంగాను, భూమధ్య రేఖ వద్ద కనిష్టంగాను ఉంటుంది. దీనికి కారణం భూ వ్యాసార్ధం ధృవాల వద్ద కనిష్టంగాను భూ మధ్యరేఖ వద్ద గరిష్టంగా ఉండడమే. భారం భూతలం నుండి ఎత్తులకు వెళ్లినా లేదా భూమి లోతులకు వెళ్లినా తగ్గుతుంది. కాని వస్తువు ద్రవ్యరాశిలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు. ద్రవ్యరాశి అనేది వస్తువులోని కణాల తయారయింది. అది దాని స్వభావ సిద్ధమైన లక్షణం. అందుకే వస్తువును ఎక్కడ ఉంచినా ద్రవ్యరాశి స్థిరంగా ఉంటుంది.

గమనిక : నిత్యజీవితంలో మనం ద్రవ్యరాశి, భారాలను తరచు ఒకదాని బదులు మరొకటి వాడుతూ ఉంటాం. స్ప్రింగ్ త్రాసులు వస్తువు భారాన్ని కొలిచినప్పటికీ అని కిలో గ్రాములలో గుర్తించబడి ఉంటున్నాయి (న్యూటన్లలో కాదు).

కృత్యం 8.2

50 కి||గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు భారాన్ని భూ కేంద్రం నుండి 2R, 3R, 4R, 5R మరియు 6R దూరాల వద్ద గణించండి. భారానికి, దూరానికి మధ్య, రేఖా పటం (గ్రాఫ్) గీయండి. అదే గ్రాఫ్ మీద ద్రవ్యరాశి ఏ విధంగా మారుతున్నది చూపండి. ద్రవ్యరాశి భారంలపై మీ భావనలను స్థిరీకరించడం కోసం ఈ క్రింది ప్రశ్నలను ప్రయత్నించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.4

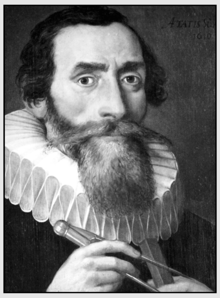
1. మీరు చంద్రుని పై దిగారనుకుందాం. మీ బరువు, ద్రవ్యరాశి ఏవిధంగా ప్రభావితం అవుతాయి?
2. మీ బరువు భూమి మీద, కుజ గ్రహం మీద ఏవిధంగా ఉంటుందో సరిపోల్చండి? మీ ద్రవ్యరాశి ఏమవుతుంది? కుజ గ్రహం ద్రవ్యరాశి $= 6 \times 10^{23}$ kg, దాని వ్యాసార్థం 4.3×10^{6} m గా తీసుకొనండి?
3. వస్తువుల బరువులు తూచడానికి రెండు రకాల త్రాసులను మీరు చూసి ఉంటారు. ఒక దానికి రెండు పళ్లెములు ఉంటాయి. ఇందులో ఒక పళ్లెంలో బరువు కనుగొనవలసిన వస్తువును, రెండవ పళ్లెంలో తూనిక రాళ్ళను వేస్తాం. రెండవ రకం స్ప్రింగ్ త్రాసు. ఇందులో బరువును కనుగొన వలసిన వస్తువును స్ప్రింగ్ అడుగున గల కొంకికి వేలాడదీస్తాం. స్కేలు పై ఉన్న రీడింగ్ తీసుకుంటాం. ఉదాహరణకు

ఒక సంచిలోని బంగాళాదుంపల బరువును రెండు త్రాసుల మీద కనుగొన్నారు అనుకుందాం. అవి రెండూ ఒకే విలువను ఇస్తాయి. ఇప్పుడు వాటిని చంద్రుని మీదకు తీసుకువెళ్ళామనుకుందాం. ఈ రెండు త్రాసులు చూపించే కొలతలలో ఏమైనా మార్పులు ఉంటాయా?

8.8 కెప్లర్ గ్రహ గమన నియమాలు

పూర్వ కాలంలో ఖగోళ వస్తువులన్నీ భూమి చుట్టూ తిరిగేవి అని విశ్వసించేవారు. గ్రీకు ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు ఈ పొరపాటు అభిప్రాయాన్ని సమర్థించేవారు. ఈ భూకేంద్ర విశ్వాసం ఎంత బలంగా ఉండేదంటే సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాలు తిరుగుతున్నాయనే అన్ని రకాల వాస్తవాలను పట్టించుకోని విధంగా ఉండేది. ఏది ఏమైనప్పటికి 15వ శతాబ్దంలో పొలిష్ ఖగోళ శాస్త్రవేత్త కోపెర్నికస్ సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాలన్నీ తిరుగుతున్నాయని ప్రతిపాదించాడు. 16వ శతాబ్దంలో గెలీలియో తన పరిశీలనల ఆధారంగా కోపెర్నికస్ సిద్ధాంతాన్ని బలపరిచాడు. మరొక ఐరోపా ఖగోళశాస్త్రవేత్త టైకోబ్రాహీ, గ్రహాల చలనానికి సంబంధించి మరింత సమాచారాన్ని సేకరించాడు. ఈ పరిశీలనల ఆధారంగా అతని సహాయకుడు అయిన కెప్లర్, గ్రహ గమన నియమాలను ప్రతిపాదించాడు.

జొహ్నెస్ కెప్లర్ (Johannes Kepler)



జర్మనీలో జన్మించిన జొహ్నెస్ కెప్లర్, టైకోబ్రాహి దగ్గర ఖగోళశాస్త్రంలో సహాయకుడిగా తన వృత్తిని ప్రారంభించాడు. రకరకాల గ్రహాల స్థితిగతులను అనుదినం మొత్తం 20 సంవత్సరాలు సేకరించాడు. అతను మరణించిన తరవాత ఈ దత్తాంశం కెప్లర్‌కు వెళ్లింది. ఈ దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడానికి అతడు 16 సంవత్సరాలు తీసుకున్నాడు. ఈ విశ్లేషణ ఆధారంగా కెప్లర్ గ్రహగతులకు సంబంధించి మూడు నియమాలు చెప్పాడు.

జ్యామితీయ దృశాశాస్త్రానికి ఇతడిని వ్యవస్థాపకునిగా భావిస్తారు. ఒక దూరదర్శిని పనితీరును కిరణాలు ఆధారంగా సచిత్రంగా వర్ణించిన మొదటి వ్యక్తి ఇతడు.

అతను సూర్యుని చుట్టూ భూమి తిరుగుతోందని ధ్రువీకరించాడు. క్రైస్తవ అధికారులుతో విశ్వానికి కేంద్రం భూమి అని నమ్మడంవల్ల చర్చి వారితో విభేదించవలసి వచ్చింది. అతడు నిశ్శబ్దంగా ఉన్నట్లు కనిపించినా, తన పరిశీలనలను జాగ్రత్తగా నమోదుచేశాడు. అతడు మరణించిన తరవాత ఇవి బహిర్గతం అయ్యాయి. అదృష్టవశాత్తు అప్పుడు ఉన్న పోప్ కెప్లర్ పై ఉన్న నిందలను తొలగించాడు.

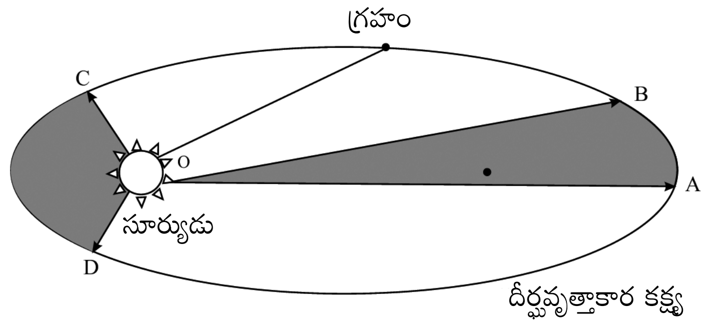
గ్రహాల చలనాన్ని వివరించే మూడు నియమాలను కెప్లర్ ఈ క్రింది విధంగా రూపొందించాడు. అవి

1. **కక్ష్యా నియమం :** గ్రహాలన్నీ సూర్యుని చుట్టూ దీర్ఘావృత్తాకార కక్ష్యలలో, దీర్ఘవృత్తం యొక్క ఏదో ఒక నాభి (దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యకు రెండు నాభులు ఉంటాయి) వద్ద సూర్యుడు ఉండేటట్లుగా తిరుగుతూ ఉంటాయి. ఈ దీర్ఘావృత్తాకార కక్ష్య పటం 8.9 లో చూపినట్లుగా ఉంటుంది.

దీర్ఘవృత్తం అనేది ఒక ప్రత్యేక వక్రరేఖ, దీనిలో వక్రరేఖలోని ప్రతి బిందువు నుండి మరో రెండు బిందువుల వరకు ఉన్న దూరాల మొత్తం స్థిరంగా ఉంటుంది. ఈ రెండు ఇతర బిందువులను దీర్ఘవృత్తాకార నాభులు అంటారు. దీర్ఘవృత్త కక్ష్య లక్షణం ఏమిటంటే, దాని రెండు నాభుల నుండి ఏదైనా గ్రహం యొక్క దూరాల మొత్తం స్థిరంగా ఉంటుంది. దీర్ఘవృత్తాకార కక్ష్యలో సూర్యుని చుట్టూ గ్రహం గమన సమయంలో, గ్రహం సూర్యుడికి దగ్గరగా ఉండే బిందువును పెరిహెలియన్ (perihelion) అని పిలుస్తారు. గ్రహం సూర్యుడికి దూరంగా ఉన్న బిందువును అఫెలియన్ (aphelion) అంటారు.

A బిందువు నుండి B బిందువుకు గ్రహం కదిలే కాలం, C నుండి D బిందువుకు కదిలే కాలానికి సమానంగా ఉంటే, అప్పుడు కెప్లర్ రెండవ గ్రహగమన నియమం అనుసరించి AOB వైశాల్యం COD వైశాల్యానికి సమానంగా ఉంటుంది.

2. **వైశాల్యాల నియమం :** ఏదైనా గ్రహాన్ని మరియు సూర్యుడిని కలిపే సరళ రేఖ సమాన కాల వ్యవధులలో సమాన వైశాల్యాలను చిమ్ముతుంది లేదా ఏర్పరుస్తూ పర్యటిస్తుంది.



పటం 8.9 : గ్రహం యొక్క మార్గం ఒక దీర్ఘవృత్తం. సూర్యుడు దీని ఒక నాభిలో ఉంటాడు.

కక్ష్య వృత్తాకారంగా లేనందున, గ్రహం యొక్క గతిశక్తి దాని మార్గంలో స్థిరంగా ఉండదు. సూర్యుడికి దగ్గరగా ఉన్న బిందువు (పెరిహెలియన్) దగ్గర ఎక్కువ గతిశక్తిని కలిగి ఉంటుంది సూర్యుడికి దూరంగా ఉన్న బిందువు (అఫెలియన్) దగ్గర తక్కువ గతిశక్తి శక్తి కలిగి ఉంటుంది. గ్రహం పెరిహిలియన్ వద్ద ఎక్కువ వేగాన్ని మరియు అఫెలియన్ వద్ద తక్కువ వేగం ఉండడాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

3. **కక్ష్యావర్తన కాల నియమం :** సూర్యుని చుట్టూ ఒక గ్రహం యొక్క కక్ష్యా వర్తన కాలం యొక్క వర్గం, సూర్యుడికి గ్రహానికి మధ్య గల సగటు దూరం యొక్క ఘనానికి అనులోమానుపాతంలో ఉ ంటుంది.

అవర్తన కాలాన్ని 'T'తో మరియు సూర్యుని నుండి సగటు దూరాన్ని 'r' గా సూచిస్తే, ఆవర్తన కాల నియమాన్ని $T^2 \alpha r^3$ గా చెప్పవచ్చు. సూర్యుని చుట్టూ గ్రహం యొక్క కక్ష్య చిన్నదిగా ఉంటే, ఒక భ్రమణం పూర్తి చేయడానికి పట్టే కాలం కూడా తక్కువగానే ఉంటుంది.

మూడవ నియమాన్ని కొంచెం జాగ్రత్తగా పరిశీలిద్దాము. సూర్యుడు మరియు గ్రహాల మధ్య పనిచేసే శక్తిని అంచనా వేయడానికి న్యూటన్ ఈ నియమాన్ని ఉపయోగించినట్లు మరియు అది $\frac{1}{r^2}$ గా మారుతుందని మీకు గుర్తుండే ఉంటుంది. అంతేకాకుండా, T_1 మరియు T_2 అనేది రెండు గ్రహాల కక్ష్యావర్తన కాలాలు మరియు r_1 మరియు r_2 సూర్యుని నుండి వాటి సగటు దూరాలు అయితే, కెప్లర్ మూడవ నియమం నుండి,

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \tag{8.29}$$

ఒక గ్రహానికి సంబంధించిన సంబంధాన్ని, రెండవ గ్రహానికి సంబంధించిన సంబంధంతో విభజించినప్పుడు అనులోమానుపాత స్థిరాంకం రద్దు అవుతుంది. ఇది చాలా ముఖ్యమైన విషయం. ఉదాహరణకు, మనకు T_1, r_1 మరియు r_2 లు తెలిస్తే, T_2 ని పొందడానికి సమీకరణం (8.29) ని ఉపయోగించవచ్చు.

ఉదాహరణ 8.5

సూర్యుని నుండి బుధ గ్రహం దూరం 57.9×10^9 m అయితే బుధ గ్రహం కక్ష్యావర్తన కాలం గణించండి. భూమికి సూర్యునికి మధ్య దూరం 1.5×10^{11} m గా ఇవ్వబడింది.

సాధన :

భూమి యొక్క కక్ష్యా వర్తన కాలం 365.25 రోజులు అని మనకు తెలుసు.

అంటే $T_1 = 365.25$ రోజులు మరియు $r_1 = 1.5 \times 10^{11}$ m. బుధ గ్రహానికి $r_2 = 57.9 \times 10^9$ m అందువల్ల బుధగ్రహానికి కక్ష్యావర్తన కాలం T_2 ఈ విధంగా వస్తుంది.

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$$

పై విలువలు ప్రతిక్షేపించాగా,

$$T_2 = \sqrt{\frac{T_1^2 r_2^3}{r_1^3}} = \sqrt{\frac{(365.25)^2 \times \left(57.9 \times 10^9\right)^3}{\left(1.5 \times 10^{11}\right)^3}} = 87.6 \text{ రోజులు}$$

ఇదే విధంగా ఇతర గ్రహాల కక్ష్యావర్తన కాలాలు కనుగొనవచ్చు. దత్తాంశం క్రింది పేజీలో ఇవ్వబడింది. మీ ఫలితాలను 8.1 పట్టికలో ఇచ్చిన సంఖ్యలతో మీరు యదార్థం తెలుసుకోవచ్చు.

పట్టిక 8.1 : సౌర వ్యవస్థలోని గ్రహాలకి సంబంధించిన కొంత సమాచారము.

గ్రహము	సూర్యుని నుండి గ్రహానికి మధ్య గల సరాసరి దూరం (భూమి యొక్క దూరానికి గుణకంగా)	వ్యాసార్థము ($\times 10^3$ km)	ద్రవ్యరాశి (భూమి ద్రవ్యరాశిలో)
బుధుడు	0.387	2.44	0.53
శుక్రుడు	0.72	6.05	0.815
భూమి	1.0	6.38	1.00
అంగారకుడు	1.52	3.39	0.107
బృహస్పతి	5.2	71.4	317.8
శని	9.54	60.00	95.16
యురేనస్	19.2	25.4	14.50
నెప్ట్యూన్	30.1	24.3	17.20

వ్యవస్థలో ఎక్కడైనా పట్టి ఉంచే బలం గురుత్వ స్వభావం కలిగి ఉంటే దానికి కెప్లర్ నియమాలు అనువర్తించవచ్చు. ఉదాహరణకు బృహస్పతి మరియు దాని చందమామలకు (ఉపగ్రహాలకు), భూమి దాని ఉపగ్రహమైన చంద్రుడు మరియు కృత్రిమ ఉపగ్రహాలకు కూడా అనువర్తింపచేయవచ్చు.

ఉదాహరణ 8.6

ఒక ఉపగ్రహానికి కక్ష్యా వర్తన కాలం ఒక రోజునకు సమానంగా ఉంది (ఇటువంటి ఉపగ్రహాలను, భూస్థిర ఉపగ్రహాలు అంటారు). భూతలం నుండి దీని ఎత్తును గణించండి. భూమి నుండి చందమామ దూరం 60 R_E గా ఇవ్వబడింది (R_E అంటే భూ వ్యాసార్థం). దాని కక్ష్యా వర్తన కాలం 27.3 రోజులు (స్థిర నక్షత్రాల పరంగా ఇది చంద్రుని కక్ష్యావర్తనకాలం). భూమి పరంగా, అదే సూర్యుని చుట్టూ కక్ష్యలో ఉంటుంది. (చంద్రుని కక్ష్యా వర్తన కాలం దాదాపు 29.5 రోజులు).

సాధన :

ఒక భూస్థావర ఉపగ్రహ అవర్తన కాలం T_2 ఒక రోజుకు సమానం. చంద్రుని ఆవర్తన కాలం $T_1 = 27.3$ రోజులు, $r_1 = 60\ R_E$ మరియు $T_2 = 1$వ రోజు. అప్పుడు ఈ క్రింది సంబంధాన్ని ఉపయోగించి r_2 ని లెక్కించవచ్చు.

$$r_2 = \left[\frac{r_1^3\,T_2^2}{T_1^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(60\,R_E)^3\,(1\,\text{day})^2}{(27.3\ \text{day})^2}\right]^{1/3} = 6.6\,R_E.$$

ఉపగ్రహం దూరం భూకేంద్రం నుండి తీసుకున్నామని గుర్తుంచుకోండి. భూతలం నుండి దీని ఎత్తు తెలుసుకోవాలంటే, 6.6 R_E నుండి R_E తీసివేయాలి. అంటే భూతలం నుండి కావలసిన దూరం 5.6 R_E అవుతుంది. దూరం కిమీలలో కావాలనుకుంటే 5.6 ను కిలో మీటరులలో గల భూవ్యాసార్ధంతో గుణించాలి.

8.9 గ్రహాల కక్ష్యా వేగం

ఇంతవరకు మనం గ్రహాల యొక్క కక్ష్యావర్తన కాలం గురించి మాట్లాడుకున్నాం. ఒక గ్రహం యొక్క కక్ష్యా ఆవర్తన కాలం 'T' మరియు సూర్యుడి నుండి దాని దూరం 'r' అయితే అది 'T' కాలంలో $2\pi r$ దూరం ప్రయాణిస్తుంది. అందువల్ల దాని కక్ష్యా వేగం

$$v_o = \frac{2\pi r}{T} \qquad (8.30)$$

సూర్యుని చుట్టూ తిరిగేటప్పుడు ఒక గ్రహం యొక్క సగటు వేగాన్ని గ్రహం యొక్క కక్ష్యా వేగం అంటారు. కక్ష్య వేగాన్ని లెక్కించడానికి మరొక మార్గం కూడా ఉంది. కక్ష్యలో తిరుగుతున్నప్పుడు, గ్రహం అపకేంద్రక బలానికి గురవుతుంది. ఈ బలం $\frac{mv_0^2}{r}$, ఇక్కడ m అనేది గ్రహం యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు r అనేది కక్ష్య యొక్క వ్యాసార్ధం (లేదా గ్రహం మరియు సూర్యునికి మధ్య గల సగటు దూరం). ఈ బలం సూర్యుడు మరియు గ్రహం మధ్య గురుత్వాకర్షణ శక్తి ద్వారా అందించబడుతుంది. M సూర్యుని ద్రవ్యరాశి అయితే, గ్రహం మీద గురుత్వాకర్షణ బలం $G\frac{mM}{r^2}$. ఈ రెండు బలాలను సమం చేస్తే, మనకు గ్రహాల కక్ష్యా వేగం సమీకరణం లభిస్తుంది,

$$\frac{mv_o^2}{r} = G\frac{mM}{r^2}$$

$$v_o^2 = G\frac{M}{r}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad (8.31)$$

పై సమీకరణంలో గ్రహం ద్రవ్యరాశి లేనేలేదు. కక్ష్యావేగం కేవలం సూర్యుని నుండి దూరంపైన మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది. సమీకరణాలు (8.30) నుండి (8.31) లో, కక్ష్యా వేగము v_oను ప్రతిక్షేపిస్తే కెప్లర్ మూడవ గమన నియమం వస్తుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.5

1. మన గెలాక్సీలో అనేక గ్రహ వ్యవస్థలు కనుగొనబడినవి. కెప్లర్ నియమాలు వీటికి అనువర్తిస్తాయా?
2. భూతలం నుండి 1000 కిమీ మరియు 2000 కి.మీ. దూరంలో రెండు కృత్రిమ ఉపగ్రహాలు కక్ష్యలో తిరుగుతున్నాయి. దీనిలో దేనికి ఆవర్తనకాలం ఎక్కువ? మొదటి దాని ఆవర్తన కాలం 90 నిమిషాలు అయితే రెండవ దాని ఆవర్తనకాలం కనుగొనండి.

3. సౌర వ్యవస్థలో సిడ్నా అనే కొత్త చిన్న గ్రహాన్ని ఇటీవల కాలంలో కనుగొన్నారు. ఇది సూర్యునికి 86 AU ల (Astronomical unit) దూరంలోని కక్ష్యలో తిరుగుతున్నది. AU అంటే సూర్యునికి, భూమికి మధ్యగల దూరం. ఇది 1.5×10^{11} m లకి సమానం. దాని కక్ష్యావర్తన కాలాన్ని సంవత్సరాల్లో గణించండి.

4. భూమి చుట్టూ కక్ష్యలో తిరుగుతున్న ఒక ఉపగ్రహం యొక్క కక్ష్య వేగానికి సమాసం రాబట్టండి.

5. సమీకరణాలు (8.30) మరియు (8.31) లను ఉపయోగించి కెప్లర్ మూడవ గమన నియమం రాబట్టండి.

8.10 పలాయన వేగం

పైకి విసిరిన బంతి గురుత్వాకర్షణ బలం వల్ల ఎల్లప్పుడు కిందికి వస్తుందని మీకు తెలుసు. దానిని మరికొంత బలంతో విసిరితే అది మరికొంత పైకి వెళుతుంది. కాని మరల వెనుతిరిగి వస్తుంది. మంచి శారీరక బలం గల వారు ఉంటే అతనిని బంతిని పైకి విసరమని అడగండి. మీరు విసిరిన దానికన్నా అతను విసిరిన బంతి మరికొంత పైకి వెళ్ళవచ్చు. కాని ఇదికూడా వెనుతిరిగి వస్తుంది. ఇప్పుడు మీరు అడగవచ్చు, ఒక వస్తువు భూమి ఆకర్షణను దాటి పలాయనం చెందటం సాధ్యమా? దీనికి జవాబుగా సాధ్యమే అనవచ్చు. వస్తువు పలాయన వేగం కలిగి ఉంటే సరిపోతుంది. భూమి యొక్క గురుత్వాకర్షణ నుండి ఒక వస్తువు 'పలాయనం చెందటానికి దానికి ఉండవలసిన కనిష్ఠ వేగాన్ని పలాయన వేగం అంటారు.

గురుత్వాకర్షణ వస్తువు ద్రవ్యరాశికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. కాబట్టి పలాయనం చెందడానికి ప్రయత్నించే వస్తువు యొక్క పలాయన వేగం దాని ద్రవ్యరాశిపై ఆధారపడి ఉంటుందని స్పష్టమవుతుంది. అంతేకాదు ఇది వస్తువు వ్యాసార్థం మీద కూడా ఆధారపడి ఉంటుంది. ఎందుకంటే వ్యాసార్థం చిన్నది అయ్యే కొద్దీ గురుత్వాకర్షణ బలం ఎక్కువగా ఉంటుంది.

'm' ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువును పలాయన వేగం (v_e) తో ప్రక్షిప్తం చేసినప్పుడు, ఆ వస్తువు పొందే గతి శక్తి, $\frac{1}{2}mv_e^2$ మరియు ఇది గురుత్వ స్థితి శక్తి $G\frac{Mm}{R}$ కి సమానము లేదా ఎక్కువగా గాని ఉంటుంది. అందువల్ల,

$$\frac{1}{2}mv_e^2 = G\frac{Mm}{R}$$

$$v_e^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \qquad (8.32)$$

ఇక్కడ M భూమి ద్రవ్యరాశి మరియు R భూమి వ్యాసార్థం. ఏదైనా ఇతర గ్రహం లేదా ఖగోళ వస్తువు నుండి పలాయన వేగాన్ని లెక్కించడానికి, పై సమీకరణంలో ఆ ఖగోళ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు వ్యాసార్థాన్ని ప్రతిక్షేపించాలి. ఒక వస్తువును పలాయన వేగంతో ప్రక్షేపించినప్పుడు, గురుత్వాకర్షణ శక్తి పనిచేయడం ఆగిపోదు. గురుత్వాకర్షణశక్తి పనిచేస్తుంది. వస్తువు పైకి వెళ్లే కొద్ది వస్తువు యొక్క వేగం మరియు దానిపై పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ

బలం రెండూ తగ్గుతాయి. వేగం శూన్యంగా మారడానికి ముందు గురుత్వాకర్షణ బలం శూన్యం అవుతుంది. అందువల్ల వస్తువు గురుత్వాకర్షణ ప్రభావం నుండి తప్పించుకుంటుంది.

'g' మరియు 'G' ల మధ్య సంబంధము నుండి, $g = \frac{GM}{R^2}$ అని మనకు తెలుసు. దీని నుండి $GM = gR^2$ ని సమీకరణము (8.32) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$v_e = \sqrt{\frac{2gR^2}{R}} = \sqrt{2gR} \qquad (8.33)$$

సమీకరణము (8.33) పలాయన వేగానికి సమాసాన్ని తెలుపుతుంది. గురుత్వ త్వరణము, $g = 9.8\ ms^{-2}$ ని మరియు భూమి వ్యాసార్ధము $R = 6.4 \times 10^6$ m లను ప్రతిక్షేపించగా, పలాయన వేగము $v_e = 11.2\ km\ s^{-1}$ ను పొందుతాము.

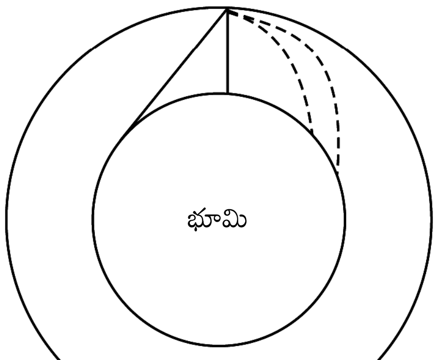
పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.6

1. భూమి ద్రవ్యరాశి 5.97×10^{24} kg దాని వ్యాసార్ధం 6371 km. భూమి నుండి పలాయన వేగాన్ని గణించండి.
2. ద్రవ్యరాశిలో ఎటువంటి మార్పు లేకుండా భూమి అకస్మాత్తుగా దాని నాలుగవ వంతు వ్యాసార్ధానికి కుంచించుకుపోయింది అనుకోండి. అప్పుడు దాని పలాయన వేగం ఎంత?
3. ఒక ఊహాత్మకమైన గ్రహం X ద్రవ్యరాశి భూ ద్రవ్యరాశికి 8 రెట్లు ఉన్నది. వ్యాసార్ధం భూ వ్యాసార్ధానికి రెట్టింపు ఉంది. భూమి మీద పలాయన వేగ పరంగా ఈ గ్రహంపై పలాయన వేగం ఎంత ఉంటుంది?

8.11 కృత్రిమ ఉపగ్రహాలు

ఆస్ట్రేలియాలోని సిడ్నిలో ఒక క్రికెట్ మ్యాచ్ ఆడారు. మనం అక్కడ లేకపోయినా దానిని మనం ఇండియాలో ప్రత్యక్షంగా చూడగలుగుతున్నాం, అమెరికాలో ఆడుతున్న టెన్నీస్ ఆటను ఇండియాలో మనం చూసి ఆనందించగలుగుతున్నాం. ఎలా ఇది సాధ్యమయ్యింది అని ఎప్పుడైనా మీకు ఆశ్చర్యం కలిగిందా? ఇవన్నీ సాధ్యం చేసింది భూమి చుట్టూ తిరిగే కృత్రిమ ఉపగ్రహాలు. ఒక కక్ష్యలో కృత్రిమ ఉపగ్రహాన్ని ఎలా ప్రవేశపెట్టగలరు? అని మీరు ఇప్పుడు అడగవచ్చు.

ఒక ప్రక్షిప్త వస్తువు యొక్క గమనాన్ని మీరు ఇప్పటికే అధ్యయనం చేసి ఉన్నారు. ఒక వస్తువును క్షితిజ సమాంతరానికి కొంత కోణంలో ప్రక్షిప్తం చేస్తే అది పరావలయ మార్గంలో వెళుతుంది. పెంచుతున్న బలంతో వస్తువులను పైకి వదలడం గురించి ఊహించండి. పటం 8.10లో ఏమి జరుగుతోందో చూపబడింది.



పటం 8.10 : భూమి కక్ష్యలోకి ఒక ప్రక్షేపకం.

ప్రక్షేపకాలు వెనుదిరిగి భూమి మీద పడే ముందు ఎక్కువ దూరాలు ప్రయాణం చేస్తాయి. ఆఖరుకు ప్రక్షేపకం భూమి చుట్టూ ఉండే కక్ష్యలో ప్రవేశిస్తుంది. దానినే కృత్రిమ ఉపగ్రహం అంటారు. ఇటువంటి ఉపగ్రహాలు మానవ నిర్మితాలని ఒక ప్రత్యేకమైన లక్ష్యంతో వీటిని ప్రవేశపెట్టడం జరుగుతుందని గుర్తుంచుకోవాలి. చంద్రుని వంటి ఉపగ్రహాలు సహజ ఉపగ్రహాలు. గ్రహాల చుట్టూ తిరిగే మానవ నిర్మిత ఉపగ్రహాన్ని కృత్రిమ ఉపగ్రహాలు అంటారు. ఒక ఉపగ్రహం భూమి చుట్టూ ఒక కక్ష్యలో తిరిగే వేగాన్ని ఆ ఉపగ్రహం యొక్క కక్ష్యా వేగం, v_o అంటారు.

కక్ష్యా వేగం కోసం సమాసాన్ని పొందేందుకు, $(R + h)$ వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార కక్ష్యలో ఉన్న ఉపగ్రహాన్ని పరిగణించండి. ఇక్కడ R అనేది భూమి యొక్క వ్యాసార్థం మరియు h అనేది భూమి ఉపరితలం నుండి కక్ష్య యొక్క ఎత్తు. m అనేది ఉపగ్రహం యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు v_o అనేది దాని కక్ష్య వేగం అయితే, ఈ కక్ష్యకు అవసరమైన అపకేంద్ర బలం,

$$\vec{F}_{\text{అభికేంద్ర}} = \frac{mv_o^2}{(R+h)} \tag{8.34}$$

ఇది భూమి యొక్క కేంద్రం నుండి అవతలి వైపుకు ఉంటుంది. దీనిని గురుత్వాకర్షణ శక్తి సమం చేస్తుంది. ఈ గురుత్వాకర్షణ శక్తి

$$\vec{F}_{\text{గురుత్వ}} = \frac{GmM}{(R+h)^2} \tag{8.35}$$

ఇక్కడ M అనేది భూమి యొక్క ద్రవ్యరాశి. సమీకరణం (8.34) మరియు (8.35) లను సమానం చేసినప్పుడు,

$$\frac{m v_o^2}{(R+h)} = \frac{GmM}{(R+h)^2}$$

$$v_o^2 = \frac{GM}{(R+h)} \tag{8.36}$$

g మరియు G మధ్య సంబంధం నుండి, $GM = gR^2$ అని మనకు తెలుసు. పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా, క్రింది సమాసాన్ని పొందుతాం.

$$v_o^2 = \frac{gR^2}{(R+h)}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{gR^2}{(R+h)}} \tag{8.37}$$

ఉపగ్రహం భూమికి చాలా దగ్గరగా ఉంటే, అప్పుడు $(R+h) \approx R$. అప్పుడు,

$$v_o = \sqrt{gR} \tag{8.38}$$

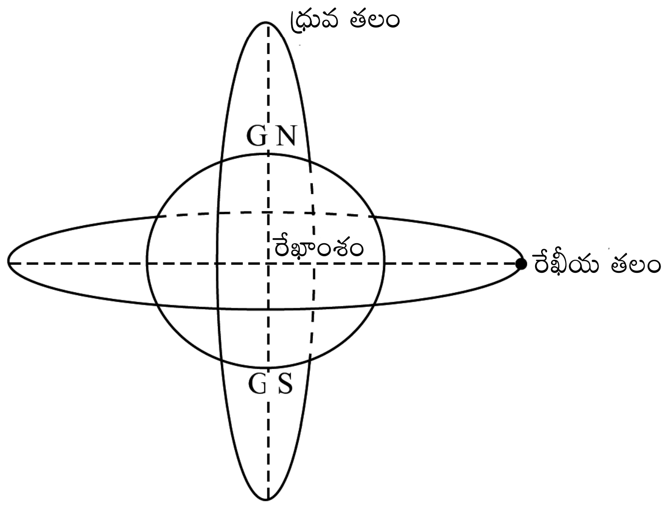
గురుత్వ త్వరణం $g = 9.8\ ms^{-2}$ మరియు భూమి యొక్క వ్యాసార్థం, $R = 6.4 \times 10^6\ m$ ప్రతిక్షేపించగా, కక్ష్య వేగం $v_o = 8\ km\ s^{-1}$ విలువను పొందుతాం.

ఒక ఉపగ్రహాన్ని కక్ష్యలోకి ప్రవేశపెట్టడానికి భూ వాతావరణం వల్ల కలిగే ఘర్షణ కారణంగా వచ్చే శక్తి నష్టాన్ని కనిష్టం చేసేందుకు దానిని ముందు 200 km ఎత్తుకు తీసుకువెళ్లాలి. ఆ తరువాత దానికి సెకనుకు 8 km s^{-1} వేగంతో క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయోగిస్తారు.

కెప్లర్ గ్రహ గమన నియమాలను కృత్రిమ ఉపగ్రహ కక్ష్య కూడా పాటిస్తుంది. ఎందుకంటే దీనిని అదుపుచేసే బలం భూమికి, కృత్రిమ ఉపగ్రహానికి మధ్య గల గురుత్వాకర్షణ బలం. దీని కక్ష్య దీర్ఘవృత్తాకార రీతిలో ఉండి, దాని తలం ఎల్లప్పుడూ భూకేంద్రం గుండా పోతూ ఉంటుంది. కృత్రిమ ఉపగ్రహం కక్ష్యా వేగం ఎల్లప్పుడూ దాని పలాయన వేగం కన్నా తక్కువగా ఉంటుందన్న విషయం గుర్తుంచుకోవాలి. లేకపోతే అది భూమి గురుత్వక్షేత్రాన్ని దాటి పోతుండడం వల్ల భూమి చుట్టూ కక్ష్యలో తిరగదు. భూమికి సమీపంలో ఉండే ఉపగ్రహం కక్ష్యా వేగం (సమీకరణం (8.33) నుండి) మరియు భూమి నుండి పలాయన వేగానికి (సమీకరణం (8.38) నుండి) ఉండే సమాసాల నుండి మనం వాటి మధ్య సంబంధాన్ని ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

$$v_e = \sqrt{2}v_o \qquad (or) \qquad v_o = \frac{v_e}{\sqrt{2}} \qquad (8.39)$$

ఏ అవసరం కోసమైతే ఉపగ్రహాన్ని ప్రవేశపెడతారో దాని మీద ఆధారపడి కృత్రిమ ఉపగ్రహాలకు సాధారణంగా రెండు రకాల కక్ష్యలు (పటం 8.11) ఉంటాయి. రిమోట్ సెన్సింగ్ వంటి పనుల కోసం ఉపయోగించే ఉపగ్రహాలకు ధృవ కక్ష్యలు ఉంటాయి. ఈ కక్ష్యల ఎత్తు దాదాపు 800 కి.మీ. ఉంటుంది. కక్ష్య ఎత్తు 300 కి.మీ. లోపల ఉంటే వాతావరణంలోని కణాలతో ఎదురయ్యే ఘర్షణ వల్ల ఉపగ్రహం శక్తిని నష్టపోతుంది. ఫలితంగా అది ఎక్కువ సాంద్రత గల ప్రాంతమైన తక్కువ ఎత్తులోకి కదులుతుంది. అక్కడ అది మండిపోతుంది. ధృవ ఉపగ్రహం యొక్క ఆవర్తన కాలం సుమారుగా100 నిముషాలు ఉంటుంది. ధృవ ఉపగ్రహాన్ని సూర్యస్థిరంగా ఉండేటట్లు చేయవచ్చు. అంటే ప్రతి దినం అది ఒకే రేఖాంశంలోకి అదే సమయంలో వస్తూ ఉంటుంది. అనేక పర్యాయాలు నిలువుగా తిరగడం వల్ల ఈ ఉపగ్రహం తన అక్షం మీద తాను తిరుగుతూ మొత్తం భూమిని స్కాన్ చేయగలుగుతుంది (పటం 8.11లో చూపినట్లుగా). ఇటువంటి ఉపగ్రహాలను వాతావరణ పరిస్థితి ముందుగా చెప్పేందుకు కావలసిన దత్తాంశ సేకరణకు, వరదలు, పంటలు, అడవుల దహనాలు వంటి వాటిని పర్యవేక్షించేందుకు ఉపయోగిస్తారు.



పటం 8.11 : భూ మధ్య రేఖాంశం మరియు ధృవ కక్ష్యలు

సమాచారం కోసం ఉపయోగించే ఉపగ్రహాలను భూమధ్య రేఖాంశ కక్ష్యలో ఎక్కువ ఎత్తులో ప్రవేశపెడతారు. వీటిలో ఎక్కువ ఉపగ్రహాలు భూస్థిర ఉపకక్ష్యలో ఉంటాయి. అంటే వీటి కక్ష్యా వర్తన కాలం భూభ్రమణ ఆవర్తన కాలంతో

సమానంగా ఉంటుంది. 24 గంటలకు సమానం. ఉదాహరణ 8.6 లో మీరు చూసినట్లు, ఈ ఎత్తు దాదాపు 36000 కి.మీ. ఎత్తు వద్ద స్థిరంగా ఉండేట్లు చేస్తారు. వీటి కక్ష్యా ఆవర్తన కాలం భూమితో సమానంగా ఉండడంవల్ల భూమిపై ఒకే ప్రదేశంలో అవి తిరుగుతున్నట్లు కనిపిస్తూ ఉంటాయి. ఈ విధమైన ఉపగ్రహాలు మొత్తం భూగోళాన్ని పై నుండి చూడడం వల్ల సంకేతాలను ఒక ప్రదేశం నుండి మరొక ప్రదేశానికి భూమి మీద పంపగలవు. భూతలంపై ఒకే ప్రదేశాన్ని మొత్తం సమయం అంతా ఈ భూస్థిర ఉపకక్ష్యలోని ఉపగ్రహాలు పరిశీలించగలవు కాబట్టి, ఎక్కువ సమయం తీసుకునే తీవ్రమైన తుపానులు, హరికేనులు వంటి అసాధారణ పరిస్థితులను పర్యవేక్షించడానికి వీటిని ఉపయోగిస్తారు.

8.12 ఉపగ్రహాల అనువర్తనాలు

కృత్రిమ ఉపగ్రహాలు మానవ జాతికి ఎంతో ఉపయోగంగా ఉన్నాయి. వాటిలో కొన్ని అనువర్తనాలు ఇక్కడ ఇవ్వబడ్డాయి.

1. **వాతావరణ సూచనలు (భవిష్యవాణి) :** వాతావరణంలోని స్వల్ప మరియు దీర్ఘకాల మార్పులకు (భవిష్య వాణికి) పనికి వచ్చే సంబంధించిన అన్ని విషయాలను ఉపగ్రహాలు సేకరిస్తాయి. ఈ ఉపగ్రహాలు పంపించే దత్తాంశం నుండి తయారుచేసిన వాతావరణ హెచ్చరికలను అనుదినం మీరు వార్తా పత్రికలు లేదా టెలివిజన్లలో చూస్తూ ఉంటారు. భారతదేశం వంటి దేశంలో రుతుపవనాల ఆధారంగా కురిసే వర్షాలపై దేశాభివృద్ధి చాలా ఎక్కువగా ఆధారపడి ఉంటుంది. ఉపగ్రహ దత్తాంశం ఉపయోగించి, రుతుపవనాల రాక కోసం వాటిలో మార్పుల కోసం నిరీక్షిస్తూ ఉంటాం. వాతావరణం మాత్రమేగాక, పంటలకు ఎక్కువ విస్తీర్ణం మేర వ్యాపించే తెగుళ్ళ రీతులను, రాబోయే వరదల గురించి హెచ్చరికలు చేయడానికి, అడవుల దహనం వంటివి ఉపగ్రహాలు చూసి చెప్పగలుగుతూ ఉంటాయి.

2. **నౌకాయానం :** కొన్ని ఉపగ్రహాలు భూమి మీద ఒక ప్రదేశం యొక్క స్థానాన్ని ఎక్కువ కచ్చితత్వంతో గుర్తించగలవు. మన మార్గం మరచిపోయినప్పుడు లేదా త్రోవతప్పినప్పుడు మన స్థానాన్ని తెలుసుకునేందుకు ఇవి ఎంతగానో ఉపకరిస్తాయి. ఎక్కువ విస్తీర్ణంగల భూభాగాల వివరణాత్మక పటాలు తయారుచేయడానికి ఉపగ్రహాలను ఉపయోగిస్తారు. ఈ పని మరో విధంగా చేయాలంటే ఎక్కువ సమయం, ఎక్కువ శక్తి ఖర్చు అవుతాయి.

3. **దూర ప్రసారాలు :** ఉపగ్రహాల కారణంవల్ల టెలివిజన్ కార్యక్రమాలు భూగోళంపై ఎక్కడి నుండైనా ప్రతి చోటుకు ప్రసారం చేయడం సాధ్యమయ్యిందని మనం ఇప్పటికే చెప్పుకున్నాం. టెలివిజన్ సంకేతాలు మాత్రమేగాక, టెలిఫోన్, రేడియో సంకేతాలను కూడా ప్రసారం చేయగలుగుతున్నాం. కృత్రిమ ఉపగ్రహాలు ప్రసారాల విషయంలో విప్లవం సృష్టించి ప్రపంచాన్ని ఒక చిన్న ప్రదేశంగా మార్చివేశాయి. దీనినే మనం గ్లోబల్ విలేజ్ అని పిలుచుకుంటున్నాం.

4. **శాస్త్ర పరిశోధనలు :** భూమి నుండి శాస్త్ర పరికరాలను అంతరిక్షంలోకి ఉపగ్రహాల ద్వారా పంపి భూమి, చంద్రుడు, తోకచుక్కలు, గ్రహాలు, సూర్యుడు, నక్షత్రాలు, గెలాక్సీలను పరిశీలించడానికి

వినియోగిస్తున్నారు. హబుల్ దూరదర్శిని, చంద్రా ఎక్స్-రే దూరదర్శినిల గురించి మీరు వినే ఉంటారు. అంతరిక్షంలో దూరదర్శిని ఉండడం వల్ల ప్రయోజనం ఏమిటంటే దానిని చేరే కాంతి కిరణాలు వాతావరణంలో ప్రయాణించి భూమికి చేరాల్సిన అవసరంలేదు. అందువల్ల వాటి తీవ్రతలో ఎటువంటి తగ్గుదల ఉండదు. అందుకే ఖగోళ దూరదర్శినిలు తీసిన ఛాయాచిత్రాల కన్నా హబుల్ దూరదర్శిని తీసిన ఛాయాచిత్రాలు ఎంతో మేలుగా, నాణ్యతతో ఉన్నాయి. ఇటీవల ఒక యూరోపియన్ శాస్త్రవేత్తల బృందం సౌరవ్యవస్థ వెలుపలి భాగంలో 20 కాంతి సంవత్సరాల దూరంలో భూమివంటి గ్రహాన్ని పరిశీలించారు.

5. **సైనిక చర్యలను పర్యవేక్షించుట :** కృత్రిమ ఉపగ్రహాలను ఉపయోగించి శత్రు సైన్యాల కదలికలను పసిగడుతున్నారు. ఈ ఉపగ్రహాల నిర్వహణ ఖర్చును భరించగల దేశాలన్నీ వీటిని కలిగి ఉన్నాయి.

విక్రమ్ అంబాలాల్ సారాభాయ్ (Vikram Ambalal Sarabhai)

భారతదేశంలోని గుజరాత్‌లోగల అహమ్మదాబాద్‌లోని పారిశ్రామిక వేత్తల కుటుంబంలో విక్రమ్ సారాభాయి జన్మించాడు. భారతదేశంలోని మొదటి తరం శాస్త్రవేత్తలనందరిని మానసిక ఉత్సాహం కలిగించగల స్థాయికి విక్రమ్ సారాభాయ్ ఎదిగాడు. కాలంతో మార్పుచెందే విశ్వకిరణాలపై అతని కృషి సైన్సు సమాజంలో అతనికి మంచి గౌరవం తెచ్చిపెట్టింది. ఇతడు అహమ్మదాబాద్‌లో ఫిజికల్ రీసెర్చి లాబరేటరీ వ్యవస్థాపకుడు, భారతదేశంలో అంతరిక్ష పరిశోధనకు ఆద్యుడు. అంతరిక్ష పరిశోధనలు ప్రసార, విద్యా, ఉల్క, రిమోట్ సెన్సింగ్, భూగర్భ మొదలైన రంగాల్లో మంచి ఫలాలు తెచ్చిపెడతాయని ముదుంగానే భావించిన వ్యక్తి.

8.13 భారత అంతరిక్ష పరిశోధన సంస్థ (ISRO)

భారతదేశం అతి పెద్ద జనాభా గల దేశం. ఎక్కువమంది జనాభా గ్రామీణ ప్రాంతాల్లో నివసిస్తూ ఎక్కువగా వర్షాలపై అంటే రుతుపవనాలపై ఆధారపడి జీవిస్తూ ఉంటారు. వాతావరణ పరిస్థితిని ముందుగా చెప్పాల్సిన బాధ్యత ప్రభుత్వం పైనున్న ముఖ్యమైన పని. అంతేకాదు విస్తృతమైన జనాభాకు ప్రసార అవసరాలను తీర్చవలసి ఉంది. ఇప్పటికీ ఎక్కువ ప్రాంతాలు ఖనిజాలు, నూనె, సహజ వాయువుల కోసం శాస్త్రీయంగా పరిశోధించకుండా వదిలి వేయబడ్డాయి. ఈ సమస్యలన్నింటికి ఉపగ్రహ సాంకేతిక శాస్త్రం చక్కని పరిష్కారం ఇస్తుంది. ఈ దృక్పథంతో, భారత ప్రభుత్వం 1969 లో భారత అంతరిక్ష పరిశోధనా సంస్థను (ఇస్రో) డాక్టర్ విక్రమ్ సారాభాయ్‌గారి చురుకైన నాయకత్వంలో ఏర్పాటు చేసింది. ప్రజలను ఉపగ్రహాల ద్వారా విద్యావంతుల్ని చేయాలనే దృష్టి డాక్టర్ సారాభాయ్‌కి ఉంది. ఇస్రో అనేక పటిష్టమైన కార్యక్రమాలను చేపట్టి సమాచారం, టెలివిజన్ బ్రాడ్ కాస్టింగ్, వాతావరణ సంబంధమైన సేవలు, రిమోట్ సెన్సింగ్ మరియు శాస్త్ర పరిశోధనల కోసం అంతరిక్ష వ్యవస్థలను రూపొందించింది. ధ్రువ ఉపగ్రహాలను కక్ష్యలో ప్రయోగించే వాహనాలు (Launched Vehicles for Polar Satellites (PSLV), మరియు భూస్థిర ఉప గ్రహాలను ప్రవేశపెట్టే వాహనాలను (GSLV) జయప్రదంగా అభివృద్ధిపరచగలిగింది. అంతేగాక, ఇతర దేశాలయిన

జర్మనీ, బెల్జియం మరియు కొరియాల ఉపగ్రహాలను కూడా ఇస్రో అంతరిక్షంలోకి ప్రవేశపెట్టింది. అయిదు దేశాలు మాత్రమే ఉండే క్లబ్‌లో సభ్యదేశంగా చేరింది. దీని శాస్త్ర పరిశోధనా కార్యక్రమాలు కింద వాటి అధ్యయనంతో కలసి ఉన్నాయి.

(a) వాతావరణం, పర్యావరణం మరియు భౌగోళిక మార్పులు

(b) ఉపరితల వాతావరణం

(c) ఖగోళశాస్త్రం మరియు ఖగోళ భౌతికశాస్త్రం

(d) భారతదేశ సముద్రాలు

ఇటీవల ఇస్రో ప్రపంచంలోనే మొట్టమొదటిది అయిన (తొలి రకమైన) ప్రత్యేకంగా విద్య కోసం నిర్దేశించబడిన ఎడ్యుశాట్ ఉపగ్రహాన్ని ప్రయోగించింది. ఇది ప్రత్యేకించి దూర ప్రాంతాల్లో నివసిస్తున్న యువ మరియు వయోజన విద్యార్థులు ఇరువురిని విద్యావంతుల్ని చేయడానికి ఉపయోగించబడుతోంది. ఇప్పుడు అది చంద్రుని మీదకు వెళ్ళే ప్రత్యేక లక్ష్యంతో ముందుకు వెళ్తున్నది.

పటం 8.12 : PSLV

పటం 8.13 : GSLV

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 8.7

1. కొంత మంది సైన్సు రచయితలు ఏదో ఒక రోజున కుజగ్రహంపై మానవులు నివాస గృహాలు నిర్మిస్తారని నమ్ముతున్నారు. ఈ కోరిక గల ప్రజలను కుజగ్రహ స్థిర కక్ష్యలో ప్రవేశపెట్టారు అనుకుందాం. కుజ గ్రహం యొక్క భ్రమణ ఆవర్తనకాలం 24.6 గంటలు. కుజగ్రహం యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు వ్యాసార్థాలు వరసగా 6.4×10^{23} kg మరియు 3400 km. కుజ గ్రహ తలం నుండి ఎంత ఎత్తులో ఈ ఉపగ్రహం ఉంటుంది?

2. అంతరిక్షంలో దూరదర్శినిని ఉంచడంవల్ల కలిగే ప్రయోజనాలను తెలపండి.

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- విశ్వగురుత్వ బలం విశ్వంలో ఏ రెండు కణాల మధ్యనైనా ఉంటుంది. ఇది ద్రవ్యరాశుల లబ్ధానికి అనులోమానుపాతంలో మరియు వాటి మధ్య దూరం యొక్క వర్గానికి విలోమంగా ఉంటుంది.
- గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం G అనేది విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం.
- భూమి యొక్క గురుత్వాకర్షణ బలం అన్ని వస్తువులను తనవైపుకు ఆకర్షించుకుంటుంది.
- ఒక ద్రవ్యరాశి చుట్టూ ఉన్న ప్రాంతములో, ఇతర ద్రవ్యరాశులు గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని అనుభవించే ప్రాంతాన్ని గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రం అంటారు.
- గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రంలోని ఒక బిందువు వద్ద ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి అనుభవించే గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని ఆ బిందువు వద్ద గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర తీవ్రతగా నిర్వచించబడింది.
- గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రంలోని ఒక నిర్దిష్ట బిందువుకు ఒక ద్రవ్యరాశిని అనంత దూరం నుండి తీసుకొని రావడంలో చేసిన పని మొత్తం ఆ బిందువు వద్ద గురుత్వ స్థితి శక్తి (పోటేన్షియాల్) అని నిర్వచిస్తారు.
- భూతలం వద్ద గురుత్వ త్వరణం విలువ $9.8\ \mathrm{ms}^{-2}$ ఉంటుంది. భూమి ఆకారం పరిపూర్ణమైన గోళంగా ఉండదు కాబట్టి g విలువ భూతలంపై మారుతూ ఉంటుంది.
- గురుత్వ త్వరణం విలువ, ఎత్తు, లోతు మరియు రేఖాంశాలతో పాటు మారుతూ ఉంటుంది.
- ఒక వస్తువు యొక్క భారం దాని మీద ప్రయోగించిన గురుత్వ బలానికి సమానంగా ఉంటుంది.
- కెప్లర్ మొదటి నియమం ప్రకారం ఒక గ్రహం యొక్క కక్ష్య దీర్ఘవృత్తాకారంగా ఉండి దాని ఒక నాభిలో సూర్యుడు ఉంటాడు.
- కెప్లర్ రెండవ నియమం ప్రకారం గ్రహాన్ని, సూర్యుడిని కలిపే రేఖ (రేఖీయ సదిశ) సమాన కాలవ్యవధిలో, సమాన వైశాల్యాలు చిమ్ముతూ పర్యటిస్తుంది.
- కెప్లర్ మూడవ గమన నియమం అనుసరించి ఒక గ్రహం యొక్క కక్ష్యావర్తనకాలం యొక్క వర్గం, సూర్యుడి నుండి గ్రహానికి మధ్యగల సగటు దూరం యొక్క ఘనానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.
- సూర్యుని చుట్టూ కక్ష్యలో ఒక గ్రహం తిరిగే వేగాన్ని గ్రహం యొక్క కక్ష్య వేగం అని పిలుస్తారు మరియు గ్రహం యొక్క కక్ష్యా వేగం సూర్యుడి నుండి ఉన్న దూరంపై మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది అంతేగాని గ్రహం యొక్క ద్రవ్యరాశిపై మాత్రం కాదు.
- ఒక వస్తువు గురుత్వ క్షేత్రాన్ని తప్పించుకునే వేగానికి సమానమైన లేదా అంతకంటే ఎక్కువ వేగాన్ని పొందగలిగితే భూమి యొక్క గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రం నుండి తప్పించుకోగలదు.

- భూమి చుట్టూ తిరిగేందుకు ఉపగ్రహానికి అవసరమైన కనీస వేగం ఉపగ్రహం యొక్క కక్ష్యా వేగంగా నిర్వచించబడింది మరియు అది భూమి నుండి ఉపగ్రహం ఉండే దూరంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
- ఒక వస్తువు భూమి గురుత్వక్షేత్ర పరిధిని దాటి పలాయనం చెందాలంటే దాని వేగం పలాయన వేగం లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ వేగం ఉన్నప్పుడే సాధ్యమవుతుంది.

ముగింపు అభ్యాసం

1. గురుత్వాకర్షణ అనేది పరస్పరంగా ఉంటుందని అని మీరు నేర్చుకున్నారు. అది నిజం అయితే ఆపిల్ కూడా భూమిని ఆకర్షిస్తుందా? అవును అయితే భూమి ఎందుకు కదలటంలేదు చెప్పండి?
2. భూమి మీద ఒక ప్రయోగాన్ని ఏర్పాటుచేసి కొంత దూరంలో ఉంచిన రెండు కణాల మధ్యగల గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని కొలవదలచాం. అప్పుడు ఈ బలం యొక్క పరిమాణం F అనుకుందాం. ఒకవేళ ఈ పరికరాల అమరికను చంద్రునిపై తీసుకువెళ్ళి పై ప్రయోగం మళ్ళీ చేసాం, అనుకుంటే అక్కడ రెండు కణాల మధ్య ఉండే బలం యొక్క పరిమాణం ఎంత?
3. భూమి ద్రవ్యరాశిలో మార్పు లేకుండా దాని ఆకారం రెట్టింపుగా వ్యాకోచించింది అని అనుకుందాం. ప్రస్తుతం మీ బరువు 500 న్యూటన్లు అయితే, అప్పుడు మీ బరువు ఎంత ఉంటుంది?
4. భూమి అకస్మాత్తుగా దాని గురుత్వాకర్షణను కోల్పోయింది అనుకుందాం. అప్పుడు ఈ గ్రహం మీద ఉన్న జీవరాశి ఏమవుతుంది?
5. పటం 8.8 చూడండి. అది భూమి నిర్మాణాన్ని చూపుతుంది. భూపటలం కింది భాగంలో (లోతు 25 కిమీ) మరియు భూగర్భం కింది భాగంలో (లోతు 2855 కిమీ) g విలువను లెక్కించండి.
6. భూ ద్రవ్యరాశికి ఒక సమాసం ఉత్పాదించండి. మీకు చంద్రుని కక్ష్యావర్తనకాలం మరియు కక్ష్యా వ్యాసార్థాలు ఇవ్వబడినవి.
7. భూమి మీద మీ బరువు 500 న్యూటన్లు అనుకోండి. చంద్రునిపై మీ బరువు గణించండి. చంద్రునిపై మీ ద్రవ్యరాశి ఎంత ఉంటుంది?
8. ఒక ధృవ ఉపగ్రహం భూతలం నుండి 800 కిమీ ఎత్తులో ఉంచబడింది. దాని కక్ష్యావర్తన కాలం మరియు కక్ష్యా వేగం గణించండి.
9. గురుత్వాకర్షణ నియమాన్ని పేర్కొనండి మరియు గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం G విలువను కావెండిష్ ప్రయోగం ద్వారా ఎలా నిర్ణయించవచ్చో వివరించండి?
10. గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రాన్ని నిర్వచించండి మరియు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర తీవ్రతకు సమాసాన్ని తెల్పండి.
11. గురుత్వాకర్షణ స్థితి శక్తిని నిర్వచించండి మరియు దాని కోసం సమాసాన్ని తెల్పండి.
12. గ్రహ చలనానికి సంబంధించిన కెప్లర్ నియమాలను పేర్కొనండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

8.1

1. చంద్రుని యొక్క ఆవర్తన కాలం, T = 27.3 days = 27.3 × 24 × 3600 seconds

చంద్రుని కక్ష్యా వ్యాసార్థం, $R = 3.84 \times 10^8$ m

చంద్రుని కక్ష్యావేగం, $v = \frac{2\pi R}{T}$

అపకేంద్ర బలము, $F = m\frac{v^2}{R}$

పైసమీకరణాన్ని F = ma తో పోల్చగా

అపకేంద్రత్వరణం, $a = \frac{v^2}{R}$

$$= \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$= \frac{4 \times (3.14)^2 \times 3.84 \times 10^8}{(27.3 \times 24 \times 3600)^2} = 0.00272 \mathrm{ms^{-2}}$$

అపకేంద్ర త్వరణాన్ని గణించడానికి 'g' ని 3600 తో భాగిస్తాం. అప్పుడు మనకు ఈ విధంగా వస్తుంది

$$\frac{9.8}{3600}\mathrm{ms^{-2}} = 0.0027222 \mathrm{ms^{-2}}$$

అందువల్ల, చంద్రుని అపకేంద్ర త్వరణం 9.8 $\mathrm{ms^{-2}}$ ని 3600 చే భాగించగా వచ్చే విలువకు చాలా దగ్గరగా ఉంటుంది.

2. సమీకరణం (8.1) నుండి,

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

'G' విలువ కొరకు పై సమీకరణం నుండి

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2} = \frac{(\text{బలము}) \times (\text{దూరము})^2}{(\text{ద్రవ్యరాశి}) \times (\text{ద్రవ్యరాశి})} = \frac{\mathrm{Nm^2}}{\mathrm{kg^2}}$$

6. $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

$m_1 = m_2 = 1$ kg మరియు $r = 1$ m, అయినప్పుడు,

$F = G$

అనగా,1 కి్రగా ద్రవ్యరాశి గల రెండు ద్రవ్యరాశులు ఒకదానికొకటి 1 మీ దూరంలో ఉంచినప్పుడు వాటి మధ్య ఉండే బల పరిమాణం విశ్వగురుత్వ స్థిరాంకం G సమానం

7. (i) $F \alpha \dfrac{1}{r^2}$, కావున 'r' రెట్టింపు చేస్తే బలం నాలుగవ వంతు అవుతుంది.

(ii) $F \alpha m_1 m_2$ కావున, m_1 మరియు m_2 లు రెట్టింపు చేస్తే F నాలుగు రెట్లు అవుతుంది.

(iii) $F \alpha \dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, కావున, ఒక్కొక్క ద్రవ్యరాశి రెట్టింపు చేసి మరియు దూరాన్ని కూడా రెట్టింపు చేస్తే F లో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

8. $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

$m_1 = 50$ kg, $m_2 = 60$ kg, $r = 1$ m, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

$$F = \left(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}\right)\frac{(50\mathrm{kg})\times(60\mathrm{kg})}{(1)^2} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{N}$$

8.2

1. $g = \dfrac{GM}{R^2}$

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}, $M = 5.97 \times 10^{24}$ kg, $R = 6.371 \times 10^6$ m

$$g = \frac{\left(6.67\times10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}\right)\times(5.97\times10^{24}\,\mathrm{kg})}{\left(6.371\times10^6\,\mathrm{m}\right)^2} = 9.81\mathrm{ms^{-2}}$$

2. $g = \dfrac{GM}{R^2}$

$$g_{(\text{భూమధ్యరేఖ})} = \frac{\left(6.67\times10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}\right)\times(5.97\times10^{24}\,\mathrm{kg})}{\left(6.378\times10^6\,\mathrm{m}\right)^2} = 9.79\mathrm{ms^{-2}}$$

$$g_{(\text{ధ్రువము})} = \frac{\left(6.67\times10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}\right)\times(5.97\times10^{24}\,\mathrm{kg})}{\left(6.357\times10^6\,\mathrm{m}\right)^2} = 9.81\mathrm{ms^{-2}}$$

3. 'g' విలువ ఎప్పుడూ నిట్టనిలువుగా కిందవైపుకు ఉంటుంది.

4. $$g_{(\text{చంద్రుడు})} = \frac{\left(6.67\times10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}\right)\times(7.3\times10^{22}\,\mathrm{kg})}{\left(1.74\times10^{6}\,\mathrm{m}\right)^2} = 1.61\,\mathrm{ms^{-2}}$$

8.3

1. $g_{\text{ఉపరితలం}} = \frac{GM}{R^2}$, ఇక్కడ R భూవ్యాసార్థం

$g_{\text{ఎత్తు వద్ద}} = \frac{GM}{R^2}$, ఇక్కడ r భూకేంద్రం నుండి ఎత్తు.

$$\frac{g_{\text{ఉపరితలం}}}{g_{\text{ఎత్తు వద్ద}}} = \frac{r^2}{R^2}$$

$$g_{\text{ఎత్తు వద్ద}} = \frac{g_{\text{ఉపరితలం}}}{2},\ \text{అయినప్పుడు}\ \frac{g_{\text{ఉపరితలం}}}{g_{\text{ఎత్తు వద్ద}}} = 2\ \text{అవుతుంది.}$$

$$\text{అప్పుడు,}\ \frac{r^2}{R^2} = 2$$

$$r = \sqrt{2}R = 1.414R$$

కాని, ఉపరితల 'g' విలువలో సగం అయిన ఎత్తు వద్ద,

$$h = r - R = 1.414\ R - R = 0.414R$$

2. భూమి లోపల 'g' లో మార్పు, $g_d = g\frac{(R-d)}{R}$

$$\frac{g_d}{g} = \frac{(R-d)}{R}$$

g_d ఉపరితల 'g' విలువలో 80% అయినప్పుడు $\frac{g_d}{g} = 80\%$ (లేదా) $\frac{g_d}{g} = \frac{80}{100} = 0.80$

$$\text{అప్పుడు,}\ \frac{(R-d)}{R} = 0.80$$

$$d = 0.2R$$

3. అక్షాంశాల పరంగా 'g' లో మార్పు $g_\lambda = g - R\omega^2\cos^2\lambda$

$$g_{\text{ధృవం}} = 9.853\ \text{ms}^{-2}$$

భూ వ్యాసార్ధం, $R = 6.37 \times 10^6$ m

భూ కోణీయ వేగం, $\omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad s^{-1}

$$g_{\text{ఢిల్లీ}} = 9.853\ \text{ms}^{-2} - (6.37 \times 10^6\ \text{m}) \times (7.27 \times 10^{-5}\ \text{rad s}^{-1})^2 \cos^2 30$$

$$g_{\text{ఢిల్లీ}} = 9.853\ \text{ms}^{-2} - 0.025\ \text{ms}^{-2}$$

$$g_{\text{ఢిల్లీ}} = 9.828\ \text{ms}^{-2}$$

4. సమీకరణం (8.21) నుండి, $g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

$$g_h = 9.81\text{ms}^{-2}\left(1 - \frac{2 \times 1000\text{km}}{6371\text{km}}\right) = 7.47\ \text{ms}^{-2}$$

మనకు తెలిసిన సంబంధం నుండి, $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$$g = \frac{\left(6.67 \times 10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}\right)(5.97 \times 10^{24}\text{kg})}{(6371 \times 10^3\text{m} + 1000 \times 10^3\text{m})^2} = 7.33\ \text{ms}^{-2}$$

ఇది చాలా కచ్చితమైన ఫలితాన్ని ఇస్తుంది. ఎందుకంటే సూత్రం $h \ll R$ సందర్భానికి వర్తిస్తుంది. ఇక్కడ $h \ll R$ కాదు.

8.4

1. చంద్రుని మీద 'g' విలువ భూమి మీద విలువ కన్నా $\frac{1}{6}$వ వంతు ఉంటుంది. అంటే చంద్రుని మీద మీ బరువు భూమి మీద బరువులో $\frac{1}{6}$వ వంతు ఉంటుంది. ద్రవ్యరాశిలో మార్పు ఉండదు. స్థిరంగా ఉంటుంది.

2. కుజుడు ద్రవ్యరాశి $= 6 \times 10^{23}$ kg, కుజుడు వ్యాసార్ధం 4.3×10^6 m.

$$g_{\text{Mars}} = \frac{GM}{R^2} = \frac{\left(6.67\times10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}\right)\left(6\times10^{23}\text{kg}\right)}{\left(4.3\times10^6\text{m}\right)^2} = 2.16\text{ms}^{-2}$$

$$\frac{(\text{కుజుడుపై భారం})}{(\text{భూమిపై భారం})} = \frac{\text{Mass} \times g_{\text{Mars}}}{\text{Mass} \times g_{\text{Earth}}} = \frac{g_{\text{Mars}}}{g_{\text{Earth}}} = \frac{2.16}{9.81} = 0.22$$

అనగా మీ బరువు భూమి మీద బరువులో దాదాపు $\frac{1}{4}$వ వంతు ఉంటుంది. ద్రవ్యరాశి స్థిరంగా ఉంటుంది.

3. రెండు పళ్ళెములు గల త్రాసు, రెండు ద్రవ్యరాశులను సరిపోలిస్తుంది. ఎందుకంటే రెండు పళ్ళాలపై 'g' ప్రవర్తించి ఒకదానికొకటి రద్దు అయిపోతాయి. రెండవ రకం త్రాసు స్ప్రింగు త్రాసు. ఇది బరువును కొలుస్తుంది. రెండు పళ్ళెములు గల త్రాసు చంద్రునిపై కూడా అదే రీడింగును ఇస్తుంది. సంచి బంగాళదుంపలు భూమి మీద బరువులో చంద్రుని మీద $\frac{1}{6}$వ వంతు ఉన్నట్లు స్ప్రింగ్ త్రాసు చూపుతుంది.

8.5

1. అవును, ఎక్కడ వస్తువులు మధ్య బలం గురుత్వం అవుతుందో అక్కడ కెప్లర్ నియమాలు పాటించబడతాయి

2. కెప్లర్ మూడవ నియమం ప్రకారం

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$r_1 = R + h_1 = 6371 \text{ km} + 1000 \text{ km} = 7371 \text{ km}$$

$$r_2 = R + h_2 = 6371 \text{ km} + 2000 \text{ km} = 8371 \text{ km}$$

$$T_1 = 90 \text{ min}$$

$$T_2^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 T_1^2$$

$$T_2^2 = \left(\frac{8371}{7371}\right)^3 (90)^2 = 108.9 \text{ min}$$

3. కెప్లర్ మూడవ నియమం ప్రకారం

$$\frac{T^2_{\text{భూమి}}}{T^2_{\text{సెడ్నా}}} = \frac{r^3_{\text{భూమి}}}{r^3_{\text{సెడ్నా}}}$$

$$T_{\text{భూమి}} = 1 \text{ yr}, \quad r_{\text{భూమి}} = 1 \text{ AU మరియు } r_{\text{సెడ్నా}} = 86 \text{ AU}$$

$$T^2_{\text{సెడ్నా}} = \left(\frac{r_{\text{సెడ్నా}}}{r_{\text{భూమి}}}\right)^3 T^2_{\text{భూమి}}$$

$$T_{\text{సెడ్నా}} = \left(\frac{r_{\text{సెడ్నా}}}{r_{\text{భూమి}}}\right)^{\frac{3}{2}} T_{\text{భూమి}} = \left(\frac{86AU}{1AU}\right)^{\frac{3}{2}} 1yr = 797.5yr$$

4. భూకేంద్రం నుండి దూరంలో గల ఉపగ్రహం ద్రవ్యరాశి m, కక్ష్యావేగం V అయితే, అపకేంద్ర బలాన్ని గురుత్వ బలంతో సమానం చేయగా కింది విధంగా వస్తుంది.

భూమి చుట్టూ కక్ష్యలో తిరుగుటకు ఉపగ్రహానికి అవసరమయ్యే అపకేంద్రక బలం,

$$F_{\text{అపకేంద్ర}} = \frac{mv_o^2}{r}$$

ఈ అపకేంద్రక బలం గురుత్వాకర్షణ చే సమకూర్చబడుతుంది.

$$F_{\text{గురుత్వ}} = \frac{GmM}{r^2}$$

ఇక్కడ M భూమి ద్రవ్యరాశి.

భూమి చుట్టూ కక్ష్యలో ఒక ఉపగ్రహం పరిభ్రమిస్తున్నప్పుడు, పైన పేర్కొన్న రెండు బలాలు సమతుల్యంగా ఉంటాయి, అందువల్ల,

$$\frac{mv_o^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$$

$$v_o^2 = \frac{GM}{r}$$

g మరియు G మధ్య సంబంధం నుండి, $GM = gR^2$ అని మనకు తెలుసు. దీనిని ప్రతిక్షేపించగా,

$$v_o^2 = \frac{gR^2}{r}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{gR^2}{(R+h)}}$$

ఇక్కడ ఉపగ్రహం యొక్క కక్ష్య యొక్క వ్యాసార్థం $r = (R + h)$,

ఇక్కడ R అనేది భూమి యొక్క వ్యాసార్థం మరియు h అనేది భూమి యొక్క ఉపరితలం నుండి ఉపగ్రహం యొక్క ఎత్తు. ఉపగ్రహం భూమికి చాలా దగ్గరగా ఉంటే, $(R+h) \approx R$. అప్పుడు,

$$v_o = \sqrt{gR}$$

5. సమీకరణం (8.30) నుండి, వ్యాసార్థం 'r' గల కక్ష్యలో పరిభ్రమిస్తున్న గ్రహం యొక్క వేగం,

$$v_o = \frac{2\pi r}{T}$$

సమీకరణం (8.31) నుండి, గ్రహ కక్ష్యా వేగం, $v_o = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

పై సమీకరణాల నుండి,

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) r^3$$

కుడివైపు కుండలిలో (బ్రాకెట్‌లో) ని అన్ని పదాలు స్థిరాంకాలు. కావున,

$$T^2 \;\alpha\; r^3$$

8.6

1. $$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\left(6.67\times10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}\right)(5.97\times10^{24}\,kg)}{(6.371\times10^6\,m)}} = 11.3\times10^3\,ms^{-1}$$

$$v_e = 11.3 \text{ km s}^{-1}$$

2. $$v_e \,\alpha \sqrt{\frac{1}{R}}$$

R విలువ $\frac{1}{4}$ వ వంతు అయితే, అప్పుడు

$$v_e \,\alpha \sqrt{\frac{1}{R/4}} \Rightarrow v_e \,\alpha \sqrt{\frac{4}{R}} \Rightarrow v_e \,\alpha\, 2\sqrt{\frac{1}{R}}$$

పలాయన వేగం రెట్టింపు అవుతుంది.

3. భూమిపై పలాయన వేగం, $v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$

గ్రహము X పై పలాయన వేగం, $v_X = \sqrt{\frac{2GM_X}{R_X}}$

$$\frac{v_X}{v_e} = \sqrt{\frac{M_X R_e}{M_e R_X}}$$

ఇక్కడ $M_X = 8\ M_e$ మరియు $R_X = 2R_e$

$$\frac{v_X}{v_e} = \sqrt{\frac{(8M_e)R_e}{M_e(2R_e)}} = \sqrt{4} = 2$$

$$v_X = 2v_e$$

ఊహాత్మక గ్రహం X పై పలాయన వేగం భూమిపై ఉన్న దానికంటే రెట్టింపు ఉంటుంది.

8.7

1. 'r' వ్యాసార్థం గల కక్ష్యలో తిరుగుతున్న ఉపగ్రహ వేగం, $v_o = \frac{2\pi\, r}{T}$

ఉపగ్రహ కక్ష్యా వేగం, $v_o = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

పై సమీకరణాల నుండి,

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$$

$$r^3 = \left(\frac{GM}{4\pi^2}\right)T^2$$

$$r^3 = \frac{\left(6.67\times10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}\right)\times\left(6.4\times10^{23}\,kg\right)\times(24.6\times60\times60s)^2}{4\times(3.14)^2}$$

$$r^3 = 8370 \times 10^{18}\ m^3$$

$$r = 20300\ km$$

కాని 'r' గ్రహ కేంద్రము నుండి దూరము. కావున $r = R + h$, ఇక్కడ R వ్యాసార్థము మరియు h ఉపరితలము నుండి ఎత్తు.

$$R + h = 20300 \text{ km}$$

$$3400 \text{ km} + h = 20300 \text{ km}$$

$$h = 20300 \text{ km} - 3400 \text{ km} = 16{,}900 \text{ km}$$

2. (a) ప్రతిబింబాలు స్పష్టంగా ఉంటాయి

   (b) వాతావరణంలోకి కిరణాలు ప్రసరించాల్సిన అవసరం లేదు. ముందుగానే దూరదర్శినికి చేరుతాయి. కనుక కాంతి తీవ్రత తగ్గడం ఉండదు. అందువల్ల ఛాయాచిత్రాలు అత్యంత నాణ్యతతో ఉంటాయి.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

3. 125 N

5. $g = 5.5 \text{ ms}^{-2}$

7. భారము $= \frac{500}{6}$ N, భూమి మీద,చంద్రుని మీద ద్రవ్యరాశి 50 kg మాత్రమే.

8. $T = 1\frac{1}{2}$ hours, $v = 7.47 \text{kms}^{-1}$

9

ఘనపదార్థాల స్థితిస్థాపక ధర్మాలు

పరిచయం

వస్తువులో స్థానభ్రంశంను కలగచేసే బలం ప్రభావం గురించి మీరు ముందు పాఠాల్లో చదువుకున్నారు. వస్తువుపై ప్రయోగించిన బలం, ఆ వస్తువు యొక్క ఆకారాన్ని లేదా పరిమాణాన్ని కూడా మార్చవచ్చును. ఉదాహరణకు, ఒక స్ప్రింగ్‌పై సరైన బలాన్ని ప్రయోగించడంవల్ల దాని ఆకారంలోను, పరిమాణంలోను మార్పులు రావడం మనం గమనిస్తాం. ఆ బలం తొలగించగానే స్ప్రింగ్ యథాస్థితికి వస్తుంది. కాని అదే బలాన్ని మోడలింగ్ మట్టి (నమూనాల తయారికి ఉపయోగించే మెత్తటి పదార్థం) పైగాని, కరిగించిన మైనం ముద్దపైగాని ప్రయోగించండి. బాహ్య బలం తొలగించగానే పూర్వపు పరిమాణాన్ని, ఆకారాన్ని పొందుతాయా? అవి వాటి తొలి ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని పొందవు. అంటే, కొన్ని వస్తువులు వాటి తొలి ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని పొందితే, మరికొన్ని పొందవు. ఈ విధమైన ప్రవర్తన పదార్థ ధర్మమైన స్థితిస్థాపకతపై ఆధారపడుతుంది.

ఏదైనా వస్తువుపై ప్రయోగించిన బలాన్ని తొలగించినప్పుడు, అది తన పూర్వపు పరిమాణాన్ని, ఆకారాన్ని పొందే లక్షణాన్ని స్థితిస్థాపకత మరియు ఈ వైకల్యాన్ని స్థితిస్థాపక వికృతి అంటారు. కానీ కొన్ని వస్తువుల విషయంలో ప్రయోగించిన బలాన్ని తొలగించినప్పటికీ తమ పూర్వపు ఆకారాన్ని పొందకుండా, కొంత మేరకు శాశ్వత వికృతికి లోనవుతాయి. ఇటువంటి పదార్థాలను అస్థితిస్థాపక (ప్లాస్టిక్) పదార్థాలనీ మరియు ఈ లక్షణాన్ని అస్థితిస్థాపకత అని అంటారు.

పదార్థాల స్థితిస్థాపక ధర్మం, నిత్యజీవితంలో అత్యంత ప్రాముఖ్యతను కలిగి ఉంది. తీగల సహాయంతో పనిచేసే కేబుల్ కార్లు, లిఫ్టులు, క్రేన్‌లు మొదలైనవాటిలో తీగల (దారుఢ్యాన్ని) ధృడత్వాన్ని నిర్ణయించడంలో 'స్థితిస్థాపకత' ప్రముఖ పాత్ర పోషిస్తుంది. ఈ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి భవనాలు మరియు వంతెనల నిర్మాణాలలో ఉపయోగించే కడ్డీల, లోహపు స్తంభాల ధృఢత్వాన్ని కనుగొంటాము. ఈ యూనిట్‌లో పదార్థాల ధృఢత్వాన్ని గురించి, వాటిని ప్రభావితం చేసే అంశాల గురించి చదువు కొంటారు.

లక్ష్యాలు

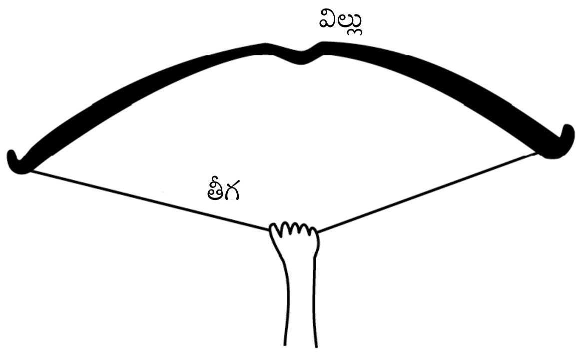
ఈ పాఠం చదివిన తరువాత ఈ క్రింది విషయాలు తెలుసుకుంటారు.

- అణు సిద్ధాంత రీత్యా పదార్థాల వివిధ స్థితుల మధ్య భేదాన్ని గుర్తించడం
- స్థితిస్థాపక, అస్థితిస్థాపక పదార్థాల మధ్య భేదాన్ని గుర్తించడం.
- ప్రతిబలం, పీడనాల మధ్య భేదాన్ని గుర్తించడం.
- అనుదైర్ఘ్య, అభిలంబ, విమోటన ప్రతిబలాలను నిర్వచించిడం.

- వికృతి మరియు వివిధ రకాల వికృతులను నిర్వచించడం.
- ఒక స్థితిస్థాపక వస్తువు యొక్క ప్రతిబలం-వికృతిల వక్రాన్ని అధ్యయనం చేయడం.
- హుక్ నియమాన్ని అర్థం చేసుకోవడం.
- యంగ్ గుణకం, ఆయత గుణకం, దృఢతా/విమోటన గుణకం మరియు పాయిజాన్ నిష్పత్తులను నిర్వచించడం.
- స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తిని నిర్వచించడం, దాని సమీకరణాన్ని రాబట్టడం
- పదార్థాల స్థితిస్థాపక లక్షణాలను అనుసరించి, సురక్షితమైన మరియు స్థిరమైన నిర్మాణాలను డిజైన్ చేయడం.

9.1 స్థితిస్థాపకత

బాహ్యబల ప్రభావం వల్ల వస్తువు ఆకారంలో గాని, పరిమాణంలోగాని (లేక రెండింటిలోనూ) మార్పు వస్తుందని మీకు తెలిసే ఉంటుంది. వస్తువులో కలిగే విరూపణ వస్తువు ఆకారంపైన, పదార్థంపైన మరియు బాహ్య బలం పైన ఆధారపడి ఉంటుంది. విరూపణ బలాన్ని తొలగించగానే వస్తువులు తొలి ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని తిరిగి పొందుతాయి.



పటం 9.1 వింటి తీగపై బలాన్ని ప్రయోగించి, దాని ఆకారాన్ని మార్చుట

భారాన్ని వేలాడదీసిన స్ప్రింగ్ లేదా వింటి తీగపై బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు లేదా రబ్బరు బంతిని నొక్కినప్పుడు ఈ విషయాన్ని గమనించవచ్చు. వింటి తీగపై బలాన్ని ప్రయోగించి లాగినప్పుడు దాని ఆకారంలో కలిగే మార్పును మీరు గమనించే ఉంటారు. వింటి తీగను వదిలిన వెంటనే అది పూర్వపు ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని పొందుతుంది (పటం 9.1).

విరూపణ బలాలను తొలగించగానే, పూర్వపు ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని తిరిగి పొందే పదార్థ ధర్మాన్ని 'స్థితిస్థాపకత' అంటారు.

9.2 స్థితిస్థాపక మరియు ప్లాస్టిక్ వస్తువులు

విరూపణ బలాలను తొలగించగానే పూర్తిగా పూర్వస్థితిని పొందే వస్తువులను 'పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక' వస్తువులంటారు. విరూపణ బలాన్ని తొలగించినా పూర్తిగా విరూపణ స్థితిలోనే ఉండి అంటే విరూపణను పోగొట్టుకోలేని వైఖరిని చూపించే వస్తువులను పరిపూర్ణ ప్లాస్టిక్ వస్తువులంటారు. వాస్తవంలో వస్తువుల ప్రవర్తన ఈ రెండు అవధుల మధ్య ఉంటుంది. పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక వస్తువులుగాని, పరిపూర్ణ ప్లాస్టిక్ వస్తువులుగాని ప్రకృతిలో లభించవు (ఉండవు). పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక

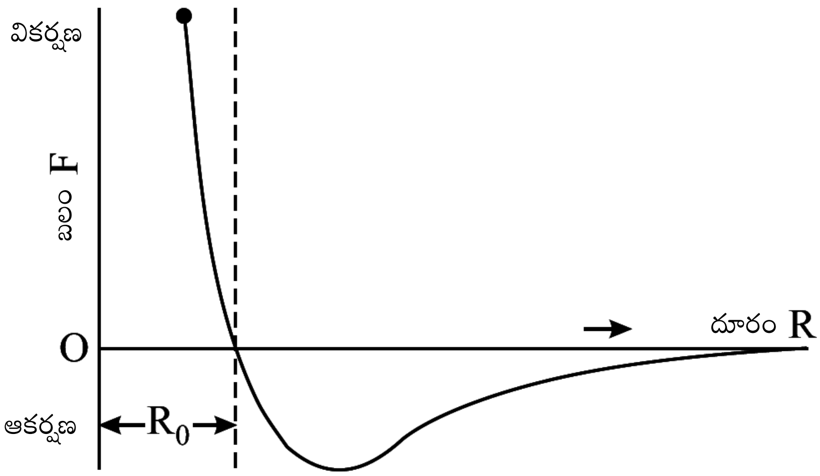
వస్తువుకు దగ్గరగా ఉండే ఉదాహరణ 'క్వార్ట్జ్ తంత్రి (తీగ). అదేవిధంగా పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక వస్తువుకు ఉదాహరణ సాధారణ పుట్టీ (putty). విరూపణను ఎంత ఎక్కువ వ్యతిరేకిస్తే, అంత ఎక్కువ స్థితిస్థాపకత ఆ వస్తువుకు ఉన్నట్లు భావించవచ్చును. స్థితిస్థాపక విరూపణ విజ్ఞానశాస్త్రంలో ఎంత ముఖ్యమో, ప్లాస్టిక్ (అస్థితిస్థాపక) విరూపణలు కూడా యాంత్రిక ప్రకియలలో అంతే అవసరం. ముద్రను వేయడం, లోహపు ముక్కలను వంచడం, సాగదీయడం లాంటి ప్రక్రియలను మీరు చూసే ఉంటారు. ప్లాస్టిక్ విరూపణ ద్వారా మాత్రమే ఇవన్నీ సాధ్యమవుతాయి.

స్థితిస్థాపక దృగ్విషయాన్ని అంతర అణుబలాల ఆధారంగా వివరించవచ్చు.

9.3 పదార్థాల అణు సిద్ధాంతం : అంతర అణు బలాలు

అణువులు మరియు పరమాణువులతో పదార్థం తయారై ఉంటుందని మనకు తెలుసు. వాటి మధ్య పనిచేసే బలాలు పదార్థ నిర్మాణానికి కారణభూతం అవుతాయి. అణువుల మధ్య పనిచేసే బలాలనే 'అంతర అణు బలాలు' అంటారు.

అణువుల మధ్య అంతరాన్ని (దూరాన్ని) బట్టి, వాటి మధ్య పనిచేసే అంతర అణుబలాలు ఎలా మారతాయో పటం 9.2 లో చూపబడింది.



పటం 9.2 అంతర అణుబలం మరియు అంతర అణువుల మధ్య దూరాల మధ్య గ్రాఫ్

అణువుల మధ్య దూరం ఎక్కువగా ఉంటే, రెండు అణువుల మధ్య బలహీనమైన ఆకర్షణ బలం ఉంటుంది. అణువుల మధ్య దూరం (అంతరం) తగ్గే కొద్ది ఆకర్షణ బలం పెరిగి, ఒకానొక కనిష్ఠ దూరం వద్ద గరిష్ఠం అవుతుంది. ఆ కనిష్ఠ అంతరం ఇంకా తగ్గితే అణువుల మధ్య బలం వికర్షణ బలంగా మారుతుంది. $R = R_0$ (ఒక కనిష్ట దూరం) వద్ద అణువుల మధ్య ఫలితబలం శూన్యం. ఈ కనిష్ఠ దూరాన్ని సమతాస్థితి దూరం లేక సమతాస్థితి అంతరం (equilibrium separation) అంటారు. కావున అణువుల మధ్య అంతరం $R > R_0$ అయితే వాటి మధ్య ఆకర్షణబలం ఉంటుంది మరియు $R < R_0$ అయితే అణువుల మధ్య వికర్షణబలం ఉంటుంది.

ఘన పదార్థాలలో, అణువులు చాలా దగ్గరగా, సమతాస్థితి అంతర దూరం (10^{-10} m) లో ఉంటాయి. బలమైన అంతర అణుబలాల వల్ల అణువులు ఘన పదార్థాలలో స్థిరమైన స్థానాలలో ఉంటాయి. ఘనపదార్థానికి నిర్దిష్టమైన ఆకారం ఎందుకు ఉంటుందో ఇప్పుడు మీకు అర్థమై ఉంటుంది.

ద్రవపదార్థాలలో, అణువుల మధ్య సగటు అంతరం ఈ దూరం (10^{-8} m) కంటే కొంచెం ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఫలితంగా అణువుల మధ్య ఆకర్షణబలాలు బలహీనంగా ఉంటాయి . ఘన పదార్థాల్లోని అణువులతో పోల్చి చూసినప్పుడు ద్రవం యొక్క మొత్తం ద్రవ్యరాశిలో అవి స్వేచ్ఛగా కదులుతూ ఉంటాయి. ద్రవాలకు ఎందుకు నిర్దిష్టమైన ఆకారం ఉండదో ఇప్పుడు మీకు అర్థమై ఉంటుంది. అందువల్ల ద్రవాన్ని ఏ పాత్రలో పోస్తే, ఆ పాత్ర ఆకారాన్ని అది సంతరించుకుంటుంది.

వాయు పదార్థాలలో, అణువుల మధ్య దూరం చాలా ఎక్కువ, కావున వాటి మధ్య పనిచేసే ఆకర్షణబలం అత్యంత బలహీనంగా (ఉపేక్షింపదగినంతగా) ఉంటుంది. అందుచేతనే, వాయు అణువులు పాత్ర అంతటా స్వేచ్ఛగా చలిస్తూ ఉంటాయి. కావున వాయువులకు స్థిరమైన ఆకారంగాని, పరిమాణంగాని ఉండదు.

9.4 అణుసిద్ధాంత రీత్యా స్థితిస్థాపకత

ఘన పదార్థం క్రమాకారంలో అమరి ఉన్న అనేక పరమాణువులతో కూడి ఉంటుందని మీకు తెలుసు. ప్రతి పరమాణువు పై సమీప పరమాణువుల బల ప్రభావం ఉంటుంది. ఈ అంతర పరమాణు బలాలవల్ల ప్రతి పరమాణువు స్థిర సమతాస్థితిలో ఉండడంచేత ఘనపదార్థాలకు నిర్దిష్ట ఆకారం ఉంటుంది. వస్తువు విరూపణకు గురైనపుడు, పరమాణువులు వాటి పూర్వ స్థితి నుండి స్థానభ్రంశం చెందుతాయి. పరమాణువుల మధ్య 'అంతర పరమాణు దూరం' మారుతుంది. విరూపణలో కణాల మధ్య దూరం (R), సమతాస్థితి దూరం (R_0), (అంటే $R > R_0$) కంటే ఎక్కువైనప్పుడు బలమైన ఆకర్షణ బలాలు ఏర్పడతాయి. అయితే, అంతర పరమాణు దూరం తగ్గినప్పుడు (అంటే $R < R_0$) బలమైన వికర్షణ బలాలు ఏర్పడతాయి. ఈ బలాలను "పునఃస్థాపక బలాలు" అంటారు. ఈ పునఃస్థాపక బలాలు పరమాణువులను యథాస్థానానికి తీసుకరావడానికి ప్రయత్నిస్తాయి. ఘన పదార్థాలలో పరమాణువుల ప్రవర్తనను, స్ప్రింగులకు కట్టిన బంతుల వ్యవస్థతో పోల్చవచ్చు.

వస్తువును విరూపణ చెందించడానికి బలాలను ఏ విధంగా ప్రయోగించాలో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

పరమాణువు గురించి ప్రాచీన భారతీయ భావన

ప్రపంచంలో మొదటిసారిగా పరమాణు భావన గురించి ఆలోచన చేసిన వ్యక్తి మనదేశానికి చెందిన కనాథ ఇతను క్రీ.పూ. 6వ శతాబ్దంలో అలహాబాద్ వద్దనున్న "ప్రభాస" ప్రాంతంలో నివసించాడు.

ఇతని భావన ప్రకారం, విశ్వమంతా పరమాణువులచే నిర్మింపబడింది. అవి శాశ్వతమైనవి మరియు నాశనము చేయలేనివి. పరమాణువులు కలిసి వివిధ రకాల అణువులు ఏర్పడతాయి. రెండు పరమాణువులు కలిసి ఒక అణువు ఏర్పడితే దాన్ని 'ద్వి అణుక' అని మూడు పరమాణువులతో ఏర్పడితే దాన్ని 'త్రి అణుక' అని అంటారు. ఇతను 'వైశేషిక సూత్ర' అనే గ్రంథాన్ని రచించాడు.

ప్రాచీన భారతీయులు పరమాణు పరిమాణాన్ని కూడా అంచనావేయ గలిగారు. బుద్ధుని జీవిత చరిత్ర (లలిత విస్తార) లో పరమాణు పరిమాణం సుమారుగా 10^{-10} m ఉండవచ్చు అన్న విషయం నమోదు చేయబడింది. ఇది ఆధునిక పద్ధతిలో కనుగొన్న పరమాణు పరిమాణానికి దగ్గరగా ఉంది.

9.5 ప్రతిబలం

ఒక బాహ్యబలం లేక బలాల వ్యవస్థ వస్తువుపై పనిచేసినపుడు, అది ఆకారంలోగాని, పరిమాణంలోగాని, ప్రయోగించిన బల స్వభావాన్నిబట్టి మార్పును పొందుతుంది. విరూపణ ప్రక్రియలో అణువులు సమతా స్థితిస్థానాల నుండి స్థానభ్రంశాల వల్ల అంతర పునఃస్థాపక బలం ఏర్పడుతుందని మనం వివరించాం. ఈ అంతర పునఃస్థాపక బలం విరూపణ బలాన్ని వ్యతిరేకిస్తుంది. విరూపణకు గురి అయిన వస్తువులో ప్రమాణ మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యంపై పనిచేసే అంతర పునఃస్థాపక బలాన్ని ప్రతిబలం అంటారు.

సమతాస్థితిలో, పునఃస్థాపక బలం, బాహ్య విరూపణ బలానికి పరిమాణంలో సమానంగా, దిశలో వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది. కావున సమతాస్థితిని పొందినప్పుడు ప్రతిబలాన్ని, ప్రమాణ మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యంపై పనిచేసే బాహ్య బలంగా కొలుస్తారు. 'F' పరిమాణం గల విరూపణ బలం, 'A' వైశాల్యం పై పనిచేసినప్పుడు

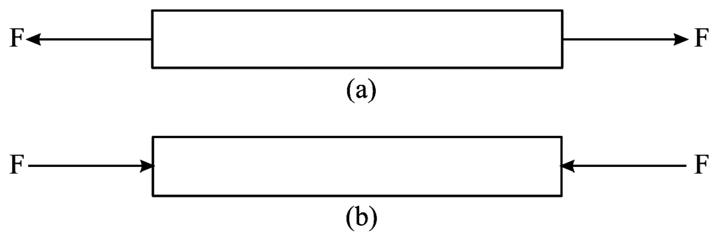
$$\text{ప్రతిబలం (stress)} = \frac{\text{పునఃస్థాపక బలం}}{\text{వైశాల్యం}} = \frac{\text{విరూపణ బలం}(F)}{\text{వైశాల్యం}(A)}$$

లేదా $$\text{ప్రతిబలం} = \frac{F}{A} \tag{9.1}$$

ప్రతిబలానికి ప్రమాణం Nm^{-2}. ఈ ప్రతిబలం మూడు రకాలుగా ఉండవచ్చు. అనుదైర్ఘ్య, అభిలంబ మరియు విమోటనం. ఒక దాని తరువాత ఒకటిగా వీటిని అధ్యయనం చేద్దాం.

9.5.1 అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలం

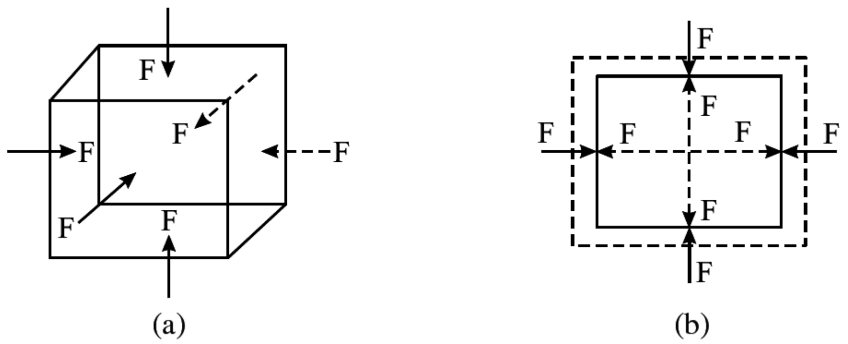
విరూపణ బలం వస్తువు పొడవు వెంబడి ఉంటే ఏర్పడిన ప్రతిబలాన్ని 'అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలం' అంటారు. ఈ ప్రతిబలం రెండు రూపాలను పటం 9.3 (a), 9.3 (b) లో చూపించారు.



పటం 9.3(a) తన్యత (tensile) ప్రతిబలం, (b) సంపీడ్య ప్రతిబలం

9.5.2 అభిలంబ ప్రతిబలం

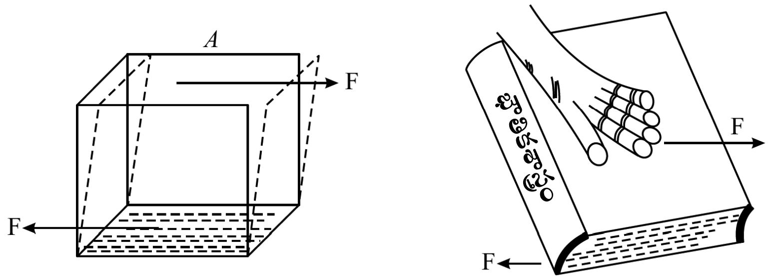
వస్తువు ఆకారంలో మార్పు రాకుండా ఘనపరిమాణంలో మార్పు కలిగే విధంగా విరూపణ బలాలను వస్తువు ఉపరితలం అంతటా ఏకరీతిగా, లంబంగా ప్రయోగించినప్పుడు ఏర్పడిన ప్రతిబలాన్ని అభిలంబ ప్రతిబలం అని అంటాం (పటం 9.4). వస్తువు ఉపరితలం అంతటా ఏకరీతిగా బలాన్ని ప్రయోగించి అభిలంబ ప్రతిబలాన్ని ఏర్పరచవచ్చు. ఉపరితలానికి లంబంగా ప్రమాణ వైశాల్యంపై పనిచేసే విరూపణ బలాన్ని పీడనం అంటారు. ఉపరితలానికి లంబంగా ప్రమాణ వైశాల్యంపై పనిచేసే పునఃస్థాపక బలాన్ని ప్రతిబలం అంటారు.



పటం 9.4 అభిలంబ ప్రతిబలం

9.5.3 విమోటన ప్రతిబలం

వస్తువు ఘనపరిమాణంలో మార్పు రాకుండా, ఆకారంలో మార్పు కలిగేట్లు ఉపరితలానికి స్పర్శీయంగా లేదా సమాంతరంగా విరూపణ బలాలు పనిచేసినప్పుడు (పటం 9.5(a)) ఏర్పడే ప్రతిబలాన్ని విమోటన ప్రతిబలం అంటారు. విమోటన ప్రతిబలానికి ఉదాహరణగా పటం 9.5(b) లో పుస్తక స్థానం స్థిరంగా ఉండే విధంగా దానిపై భాగంపై బలాన్ని ప్రయోగించి ప్రక్కకు తోయబడిన పుస్తకాన్ని చూపించారు. ఘర్షణ బలం భూమిని ఆనుకొని ఉన్న పుస్తక తలాన్ని పట్టి ఉంచుతుంది.



పటం 9.5(a) విమోటన ప్రతిబలం (b) పుస్తకాన్ని ప్రక్కకు నెట్టడం

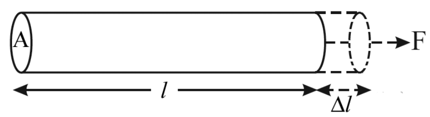
9.6 వికృతి

విరూపణ బలాలు, వస్తువు కొలతలలో మార్పును కలగచేస్తాయి. ప్రమాణ కొలతకు, కొలత (ఉదాహరణకు, పొడవు, ఆకారం లేదా ఘనపరిమాణం) లో కలిగే మార్పును 'వికృతి' గా నిర్వచిస్తారు. ఈ కొలతలో మార్పు పొడవులోనూ, వైశాల్యములోనూ లేక ఘనపరిమాణంలోనూ కావచ్చును. వికృతి ఒకే రకమైన రెండు రాశుల మధ్య నిష్పత్తి కావున దీనికి ప్రమాణాలు, మితులు ఉండవు.

ప్రయోగించబడిన ప్రతిబలాన్ని బట్టి వికృతి మూడు రకాలు (i) అనుదైర్ఘ్య వికృతి (ii) ఘనపరిమాణ (స్థూల) వికృతి మరియు (iii) విమోటన వికృతి.

9.6.1 అనుదైర్ఘ్య వికృతి

అనుదైర్ఘ్య విరూపణ బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు వస్తువు పొడవు 'l' లో 'Δl' మార్పు (పటం. 9.6) అయితే



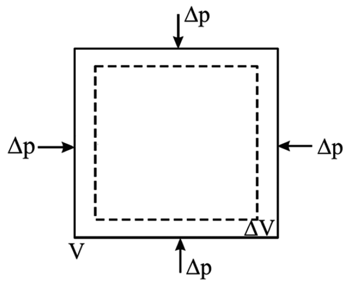
పటం 9.6 అనుదైర్ఘ్య వికృతి

$$\text{అనుదైర్ఘ్య వికృతి} = \frac{\text{పొడవులో మార్పు}}{\text{తొలి పొడవు}} = \frac{\Delta l}{l} \qquad (9.2)$$

9.6.2 ఘనపరిమాణ వికృతి

ఏకరీతి పీడనం 'ΔP' ను ప్రయోగించినప్పుడు వస్తువు ఆకారంలో మార్పు రాకుండా, వస్తు ఘనపరిమాణం 'V' లో మార్పు 'ΔV' (పటం. 9.7) అయితే,

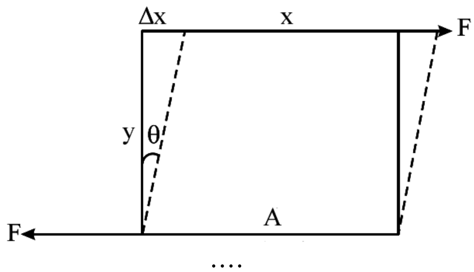
$$\text{ఘనపరిమాణ వికృతి} = \frac{\text{ఘనపరిమాణంలో మార్పు}}{\text{తొలి ఘనపరిమాణం}} = \frac{\Delta V}{V} \qquad (9.3)$$



పటం 9.7 ఘనపరిమాణ వికృతి

9.6.3 విమోటన వికృతి

విరూపణ బలాలు స్పర్శీయంగా ఉన్నప్పుడు (పటం. 9.8) కలిగే విరూపణ, స్థిరతలానికి లంబంగా ఉండే రేఖ విరూపణ వల్ల తిరిగిన కోణం θ, విమోటన వికృతిని ఇస్తుంది. (ఈ కోణం θ సాధారణంగా చాలా స్వల్పంగా ఉంటుంది).



పటం 9.8 విరూపణ వికృతి

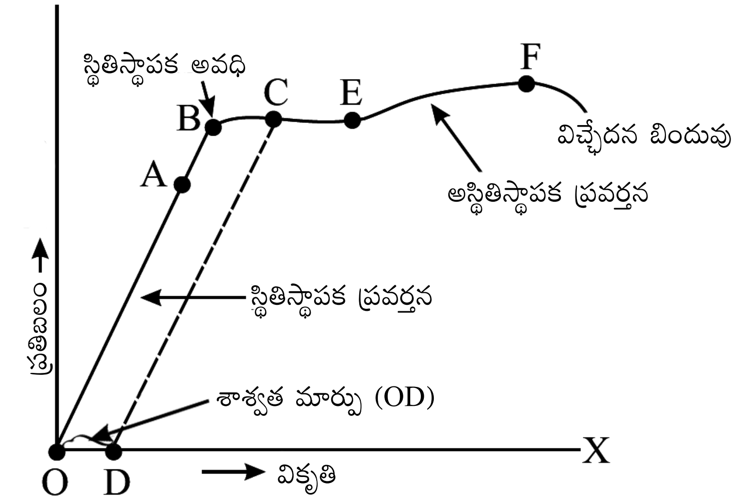
$$\theta = \frac{\Delta x}{y} \qquad (9.4)$$

గా రాయవచ్చు.

9.7 ప్రతిబలం - వికృతి వక్రం

9.7.1 లోహపు తీగకు ప్రతిబలం-వికృతి వక్రం

ఏకరీతి మధ్యచ్ఛేదం గల లోహపు తీగపై పనిచేసే తన్యతా ప్రతిబలానికి వికృతికి మధ్యగల సంబంధాన్ని, దానిపై బలాన్ని ప్రయోగించి ప్రయోగ పూర్వకంగా తెలుసుకోవచ్చు. క్రమంగా బలాన్ని పెంచుతూ తీగ పొడవులో మార్పును (వికృతిని) గుర్తించాలి. ప్రతిబలం (ప్రమాణ వైశాల్యంపై ప్రయోగించిన బలం) మరియు వికృతిల మధ్య గ్రాఫ్ గీయాలి. లోహపు తీగకు ఈ వక్రం పటం 9.9లో చూపిన విధంగా ఉంటుంది. ఈ గ్రాఫ్‌లు పెరిగే



పటం 9.9 ఉక్కు తీగకు ప్రతిబలం-వికృతి వక్రం

భారానికి పదార్థంలో వచ్చే వికృతిని అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి. ఈ వక్రం మీద ప్రత్యేక ప్రాముఖ్యతను కలిగిన ప్రాంతాలను, బిందువుల గురించి తెలుసుకుందాం.

1. **అనుపాత ప్రాంతం (OA) :** ప్రతిబలం-వికృతి వక్రంలో OA సరళ రేఖ, ఈ ప్రాంతంలో ప్రతిబలం, వికృతికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుందని సూచిస్తుంది. వస్తువు పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక వస్తువులా ప్రవర్తిస్తుంది. హుక్ నియమం పాటించబడుతుంది. ప్రయోగించిన బలం తొలగించగా వస్తువు తన పూర్వపు ఆకారాన్ని పొందుతుంది.

2. **స్థితిస్థాపక అవధి (AB) :** A బిందువును దాటి, వికృతి కొద్దిగా పెరిగితే, ప్రతిబలం వికృతికి అనులోమానుపాతంలో ఉండదు. కాని తీగకు స్థితిస్థాపకత ఉంటుంది. అంటే, ఈ స్థితిలో విరూపణ బలాన్ని (భారం) తొలగిస్తే, అది తిరిగి యధాస్థితికి చేరుకుంటుంది. ఏ గరిష్ఠ వికృతి వరకు (తీగ) వస్తువు స్థితిస్థాపక ధర్మాన్ని ప్రదర్శిస్తుందో ఆ గరిష్ట వికృతిని 'స్థితిస్థాపక అవధి' లేదా ఈగు స్థానము మరియు ప్రతిబలాన్ని పదార్థపు ఈగు సామర్థ్యం అంటారు. ఈ అవధి తరువాత (బిందువు B) వస్తువు అస్థితిస్థాపక వస్తువు (Plastic body) గా ప్రవర్తిస్తుంది.

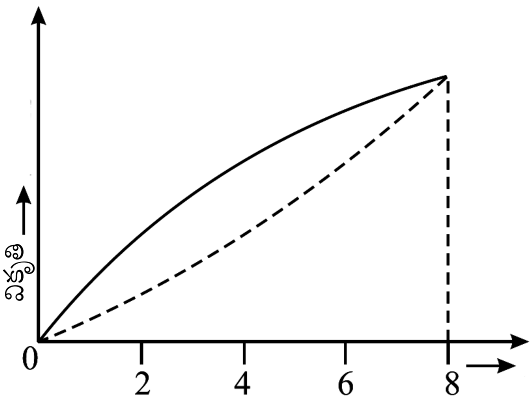
3. **C బిందువు :** తీగను B బిందువు కన్నా ఎక్కువ సాగదీసినపుడు, భారం (ప్రతిబలం) లో స్వల్పమార్పుకు కూడా వికృతి గణనీయంగా పెరిగి, ప్లాస్టిక్ వస్తువుగా మారుతుంది. గ్రాఫ్‌లో ఇది BE ప్రాంతంగా సూచించబడింది. దీని అర్థం ఏమిటంటే BE ల మధ్య ఒకానొక బిందువు C వద్ద వికృతికి కారణం అయ్యే ప్రతిబలాన్ని తొలగించినప్పటికీ, తీగ తన పూర్వపు స్థితిని పొందదు. అది గ్రాఫ్‌లో CD చుక్కల గీతను అనుసరిస్తుంది. ఈ సందర్భంలో ప్రతిబలం సున్నా అయినప్పటికీ వికృతి సున్నా కాదు. శూన్య భారవికృతి మీద మిగిలిన వికృతిని శాశ్వత స్థితి అంటారు. ఈ వికృతిని అస్థితిస్థాపక వికృతి అంటారు. గ్రాఫ్‌పై బిందువు E తరువాత ఏర్పడే సాగుదల శాశ్వతం.

4. **విచ్ఛేదన బిందువు F :** E బిందువు తరవాత వికృతి అతివేగంగా పెరిగి, F బిందువు సమీపంలో భారంను పెంచనప్పటికీ తీగ పొడవు అవిచ్ఛిన్నంగా పెరుగుతుంది. ఈ బిందువును 'విచ్ఛేదన బిందువు' (Breaking point) లేదా విరిగే బిందువు (Fracture point) అని, సంబంధిత ప్రతిబలాన్ని 'విచ్ఛేదన ప్రతిబలం' (breaking stress) అని అంటారు. స్థితిస్థాపక అవధిలోపల వస్తువు లోనయ్యే గరిష్ఠ ప్రతిబలాన్ని పని చేయగల ప్రతిబలం అంటారు. పనిచేయగల ప్రతిబలానికి విచ్ఛేదన ప్రతిబలానికి గల నిష్పత్తిని రక్షణ గుణకం (Safety factor) అంటారు. దీనిని UK లో 10 గాను, USA లో 5గాను తీసుకుంటారు. మనం UK విధానాలను అనుసరిస్తాం. స్థితిస్థాపక అవధికి, విచ్ఛేదన బిందువుకు మధ్య వికృతి చాలా ఎక్కువగా ఉంటే, ఆ పదార్థాలను అనమ్య (ductile) పదార్థాలు అంటారు. స్థితిస్థాపక అవధి దాటిన వెంటనే తెగిపోయే పదార్థాలను 'పెళుసు' పదార్థాలంటారు. ఉదాహరణ గాజు.

9.7.2 రబ్బరుకు ప్రతిబలం-వికృతి వక్రం

ఒక రబ్బరు తాడును దాని సహజపొడవు కన్నా ఎక్కువగా ఉండేలా కొన్నిసార్లు సాగదీసి వదిలితే, బలాలను తొలగించగానే అది తన తొలి పొడవును పొందుతుంది. రబ్బరుకు స్థితిస్థాపక ప్రాంతం ఎక్కువ, దానికి స్పష్టమైన ప్లాస్టిక్ (Plastic) ప్రాంతం ఉండదు. వికృతి విలువ అధికంగాగల పదార్థాలను ఎలాస్టోమర్స్ (Elastomers) అంటారు. ఈ ధర్మం ఆ పదార్థాలలోని అణువుల అమరిక వల్ల వస్తుంది. రబ్బరు యొక్క ప్రతిబలం-వికృతి గ్రాఫ్, లోహపు తీగ గ్రాఫ్

కన్నా పూర్తిగా భిన్నంగా ఉంటుంది. పటం 9.10 నుండి రెండు ముఖ్యమైన అంశాలను గుర్తించవచ్చు. మొదటగా మీరు అనుపాత ప్రాంతము లేదని గమనిస్తారు. రెండవది విరూపణ బలాన్ని క్రమంగా తగ్గిస్తే చివరికి రబ్బరు తాడు తన సహజ పొడవును పొందినా, వక్రం, మౌలిక వక్రం వెంబడి వెనకకు మరలదు. పదార్థం తన మౌలిక ఆకారాన్ని తిరిగి పొందడానికి చేసిన పని, విరూపణ బలం చేసిన పనికన్నా తక్కువ. శక్తిలోని ఈ భేదము పదార్థంచే శోషించబడి ఉష్ణంగా బయల్పడును. (రబ్బరు బ్యాండ్‌ను పెదాలతో తాకి దీనిని గ్రహించవచ్చును.) ఈ దృగ్విషయాన్ని స్థితిస్థాపక శైథిల్యం (Elastic hysteresis) అంటారు.



పటం 9.10 రబ్బరుకు ప్రతిబలం-వికృతి వక్రం

స్థితిస్థాపక శైథిల్యం, అభిఘాత శోషకాలలో (Shock absorbers) ముఖ్యమైన అనువర్తనాన్ని కలిగి ఉంది. విరూపణ బలం బదిలీచేసిన శక్తిలో కొంత భాగం, అభిఘాత శోషకాల్లో ఉండిపోయి, దానికి కలపబడిన వస్తువుకు స్వల్ప భాగం మాత్రమే ప్రసారమవుతుంది..

9.7.3 రబ్బరుకన్నా ఉక్కు ఎక్కువ స్థితిస్థాపకతను కలిగి ఉంటుంది

ఒక వస్తువుపై అధిక విరూపణబలం కలిగించినపుడు కలిగే వికృతి స్వల్పమైతే వస్తువు స్థితిస్థాపకత ఎక్కువ అంటాం. రెండు సర్వసమానమైన ఉక్కు మరియు రబ్బరు తీగలను తీసుకొని వాటిపైన సమాన విరూపణ బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు, ఉక్కు తీగలో సాగుదల రబ్బరు తీగలో సాగుదల కంటె తక్కువగా ఉంటుంది. కాని రెండింటిలో సమానమైన వికృతి కలిగించడానికి ఉక్కు తీగకు ఎక్కువ ప్రతిబలం కావాలి. ఉక్కులో విరూపణ కలిగించడానికి ఎక్కువ ప్రతిబలం అవసరమవ్వడం, రబ్బరు కంటే ఉక్కులో ఏర్పడే అంతర పునఃస్థాపక బల పరిమాణం ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది. అందువల్ల రబ్బరు కన్నా ఉక్కు ఎక్కువ స్థితిస్థాపకతను కలిగి ఉంటుంది.

ఉదాహరణ 9.1

0.10 cm^2 మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం, 1.0 m పొడవుగల తీగకు 100 kg భారాన్ని వేలాడదీశారు. తీగలో సాగుదల 0.20 cm. తీగలో (i) తన్యత ప్రతిబలం (tensile stress) (ii) వికృతిని లెక్కగట్టండి. ($g = 9.80\ ms^{-2}$ గా ఇచ్చారు)

సాధన :

(i) తన్యత ప్రతిబలం $= \dfrac{F}{A} = \dfrac{Mg}{A} = \dfrac{(100\,kg)\ (9.80\,ms^{-2})}{(0.10 \times 10^{-4}\,m^2)} = 9.8 \times 10^7\ Nm^{-2}$

(ii) తన్యత వికృతి $= \dfrac{\Delta l}{l} = \dfrac{0.20 \times 10^{-2}\,m}{1.0\,m} = 0.20 \times 10^{-2}$

ఉదాహరణ 9.2 : విచ్ఛేదన ప్రతిబలం $= 4.0 \times 10^8$ Nm^{-2}, సాంద్రత $= 7.9 \times 10^3$ kg m^{-3} మరియు g $= 9.80$ ms^{-2} అయితే స్టీలు తీగను వేలాడదీసినప్పుడు దాని భారానికి తెగిపోకుండా ఉండగలిగే తీగ గరిష్ఠ పొడవును లెక్కగట్టండి.

సాధన : తీగ భారం $W = Al\rho g$, A తీగ మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యము, l గరిష్ఠ పొడవు, ρ సాంద్రత. తీగలో కలిగే విచ్ఛేదన ప్రతిబలం $\frac{W}{A} = \rho l g$.

విచ్ఛేదన ప్రతిబలం 4.0×10^8 Nm^{-2} గా ఇవ్వబడినది. కావున

$$l = \frac{4.0 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}}{(7.9 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3})(9.80 \text{ ms}^{-2})} = 0.05 \times 10^5 \text{ m} = 5 \times 10^3 \text{ m}$$

క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వడం ద్వారా ఇంత వరకు నేర్చుకున్న అంశాలపై మీ అవగాహనను అంచనా వేయండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 9.1

1. ఒక వస్తువుపై ప్రయోగించిన విరూపణ ప్రతిబలం వల్ల అంతర్ పరమాణు దూరం (i) ఎక్కువైనప్పుడూ, (ii) తక్కువైనప్పుడూ అంతర పరమాణు బలాల స్వభావం ఎలా ఉంటుంది?
2. కడ్డీ ఒక చివరను దృఢంగా బిగించి, దాని వేరొక చివర వద్ద మధ్యచ్ఛేదానికి లంబంగా బలాన్ని ప్రయోగించినప్పుడు ఏర్పడే ప్రతిబలం, వికృతి రకం పేరును తెలపండి.
3. స్వల్ప విరూపణలకు, లోహపు తీగలో ప్రతిబలం వికృతుల నిష్పత్తి స్థిరం. విరూపణ ఎక్కువైతే ఈ నిష్పత్తిలో ఏవిధమైన మార్పులు కలుగుతాయి?
4. ఏ పరిస్థితిలో, ప్రతిబలాన్ని విచ్ఛేదన ప్రతిబలం అంటారు?
5. 4 m పొడవు, 0.64 mm వ్యాసం గల నిలువుగా వేలాడదీసిన తీగ చివర, 4 kg ద్రవ్యరాశిని తగిలించినపుడు, సాగుదల 0.60 mm అయిన తన్యత ప్రతిబలం (వ్యాపన ప్రతిబలం) (Tensile stress) మరియు వికృతిని లెక్కించండి.

9.8 హుక్ నియమం

1678లో, రాబర్ట్ హుక్ అనేక ఘన పదార్థాలకు ప్రయోగపూర్వకంగా ప్రతిబలం – వికృతి వక్రాలను అధ్యయనం చేసి స్థితిస్థాపక నియమాన్ని ప్రతిపాదించాడు. దీనిని హుక్ నియమం అంటారు. ఈ నియమం ప్రకారం స్థితిస్థాపక అవధి లోపల, ప్రతిబలం దాని అనురూప వికృతికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$\text{ప్రతిబలం} \propto \text{వికృతి}$$

$$\frac{\text{ప్రతిబలం}}{\text{వికృతి}} = \text{స్థిరం}(E) \qquad (9.5)$$

ఈ అనుపాత స్థిరాంకము E పదార్థాల స్థితిస్థాపకతకు కొలమానం. దీనినే 'స్థితిస్థాపక గుణకం' అంటారు. వికృతికి ప్రమాణాలు ఉండవు కావున, స్థితిస్థాపక గుణకం, ప్రతిబలం (ప్రమాణం) మితులనే కలిగి ఉంటుంది. దీని విలువ ప్రతిబలం, వికృతులపై ఆధారపడదు. కాని పదార్థ ధర్మంపై ఆధారపడుతుంది. దీని కొరకు కింద తెలపబడిన కృత్యంను చేయండి.

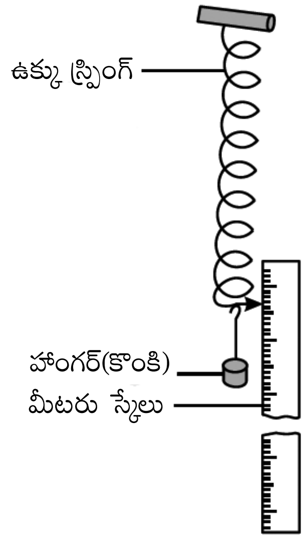
కృత్యం 9.1

పటం 9.11లో చూపిన విధంగా ఒక స్టీలు స్ప్రింగ్ పైభాగంను గోడకు దృఢ ఆధారానికి బిగించండి. పక్కనే ఒక మీటరు స్కేలు అమర్చండి. కొంకీకి ప్రతీసారి 100 g ల భారాన్ని తగిలించండి. ప్రతీ 100 g ల భారాన్ని పెట్టినప్పుడు సాగుదల బలాన్ని దాదాపు 1 N పెంచుతున్నావు. సాగుదలను కొలవండి. 500 g ల భారం వరకు, ప్రతీసారి సాగుదలను నమోదు చేయండి.

భారానికి, సాగుదలకు గ్రాపు గీయండి. గ్రాపు ఆకారం ఎలా ఉంటుంది? ఇది హుక్ నియమాన్ని పాటిస్తుందా?

గ్రాపు సరళరేఖగా ఉండి, భారం/సాగుదల నిష్పత్తి స్థిరంగా ఉంటుందని చూపుతుంది.

ఈ కృత్యంను, రబ్బరు, ఇతర పదార్థాలతో చేయండి.



పటం 9.11 హుక్ నియమాన్ని పరిశీలించి పరికరం

పటం 9.11 లో చూపినట్లు, హుక్ నియమాన్ని పాటించే పదార్థాలను స్ప్రింగ్ త్రాసులు లేదా బలాన్ని కొలిచే పరికరాలలో ఉపయోగిస్తారని మీరు తెలుసుకోవాలి. స్ప్రింగ్ త్రాసు పళ్ళెంలో వస్తువును ఉంచినపుడు, స్ప్రింగ్ పొడవు పెరగడం మీరు చూసే ఉంటారు. స్కేలు మీద సూచిక చూపించే పొడవులోని ఈ పెరుగుదలను, బలంలోని పెరుగుదలకు (ప్రయోగించిన భారం) కొలతగా తీసుకొంటాం.

రాబర్ట్ హుక్ (1635–1703)

రాబర్ట్ హుక్ పదిహేడవ శతాబ్దపు ప్రయోగాత్మక పరిశోధనలలో మేధావి. ఇతను సర్ ఐజక్ న్యూటన్‌కు సమకాలికుడు. ఇతనికి అనేక రంగాలలో గల ఆసక్తి కారణంగా భౌతికశాస్త్రం, ఖగోళశాస్త్రం, రసాయనశాస్త్రం, జీవశాస్త్రం, పురాజీవశాస్త్రం, భూగోళశాస్త్రం, భవన నిర్మాణ శాస్త్రం మరియు నావికా నిర్మాణం వంటి అనేక శాస్త్ర విజ్ఞాన విషయాలలో పరిశోధనలు చేసి వాటి అభివృద్ధికి తోడ్పడ్డాడు. ఇతడు సాధించిన విజయాలలో ముఖ్యమైన ఆవిష్కరణలు యూనివర్సల్ జాయింట్ (Universal joint) కృత్రిమశ్వాస వ్యవస్థ

(respirator), (iris diaphragm) ఐరిస్ డయాఫ్రమ్ (anchor escapement) ఆంకర్ ఎస్కేప్‌మెంట్ మరియు గడియారాలలోని (Balancing spring) సంతులన స్ప్రింగ్. 1666లో జరిగిన అగ్ని ప్రమాదం తరువాత లండన్ నగర పునర్నిర్మాణంలో ప్రధాన సర్వేయర్‌గా ప్రముఖ పాత్రవహించాడు. స్థితిస్థాపకతకు సంబంధించిన హుక్ నియమాన్ని, సరైన దహన సిద్ధాంతాల్ని సూత్రీకరించాడు. వాతారణశాస్త్రంలో ఉపయోగించే భారమితి (barometer) అనిమోమీటర్ (Anemometer) మరియు హైగ్రోమీటరు (Hygrometer) ఆవిష్కరణలు కూడా ఇతనివే.

9.9 స్థితిస్థాపక గుణకం

ఇంతకు ముందు భాగాలలో మూడు రకాల వికృతులను గురించి చదువుకున్నారు. కావున ఈ మూడు రకాల వికృతులకు సంబంధించి మూడు స్థితిస్థాపక గుణకాలుంటాయి. అవి అనుదైర్ఘ్య వికృతి, ఘనపరిమాణ వికృతి, విరూపణ వికృతి. వీటికి సంబంధించి వరుసగా 'యంగ్ గుణకం' 'ఘనపరిమాణ గుణకం' మరియు 'దృఢతా గుణకం' అని మూడు స్థితిస్థాపక గుణకాలను నిర్వచించారు. ఇప్పుడు వీటి గురించి ఒకదాని తరువాత ఒకటి అధ్యయనం చేద్దాం.

9.9.1 యంగ్ గుణకం

స్థితిస్థాపక హద్దులోపల అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలానికి, అనుదైర్ఘ్య వికృతికి గల నిష్పత్తిని ఆ వస్తుపదార్థపు యంగ్ గుణకము అంటారు. L పొడవు, A మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యము గల తీగపై F బలాన్ని ప్రయోగించినపుడు దాని పొడవులో మార్పు ΔL అయిన

$$\text{అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలం} = \frac{F}{A}$$

$$\text{మరియు అనుదైర్ఘ్య వికృతి} = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\text{కావున, యంగ్ గుణకము} \quad Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{A\,\Delta L} \qquad (9.6)$$

'r' వ్యాసార్ధమున్న తీగను దృఢ ఆధారంతో నిలువుగా వేలాడదీసి, 'M' ద్రవ్యరాశిని తగిలించినప్పుడు $A = \pi r^2, F = mg$ అగును.

$$\therefore \qquad Y = \frac{MgL}{\pi r^2\,\Delta L} \qquad (9.7)$$

Y యంగ్ గుణకం SI ప్రమాణాలు Nm^{-2}. కొన్ని పదార్థాల యంగ్ గుణకము విలువలు పట్టిక 9.1లో ఇవ్వబడ్డాయి. ఉక్కు ఎక్కువ స్థితిస్థాపకతను కలిగి ఉందని గమనించండి.

పట్టిక 9.1 కొన్ని విలక్షణ పదార్థాల యంగ్ గుణకం విలువలు

పదార్థం	$Y\ (10^9\ Nm^{-2})$
అల్యూమినియం	70
రాగి	120
ఇనుము	190
ఉక్కు	200
గాజు	65
ఎముక	9
పాలిస్టర్	3

9.9.2 స్థూల (ఘనపరిమాణ) గుణకం

స్థితిస్థాపక హద్దు లోపల, అభిలంబ ప్రతిబలానికి మరియు ఘనపరిమాణ వికృతికి గల నిష్పత్తిని ఆ వస్తు పదార్థ స్థూల (ఘనపరిమాణ) గుణకం అంటారు.

పీడనంలో పెరుగుదల 'P' వల్ల ఆకారంలో మార్పు లేకుండా వస్తు ఘనపరిమాణం 'V' లో తగ్గుదల 'ΔV' అయిన

$$\text{అభిలంబ ప్రతిబలం} = \Delta P$$

$$\text{ఘనపరిమాణ వికృతి} = \frac{\Delta V}{V}$$

$$\text{ఘనపరిమాణ గుణకం } B = \frac{\Delta P}{\Delta V / V} = V\frac{\Delta P}{\Delta V} \qquad (9.8)$$

ఘనపరిమాణ గుణకం యొక్క విలోమాన్ని సంపీడ్యత అంటారు.

$$k = \frac{1}{B} = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta P} \qquad (9.9)$$

వాయువులకుండే ఎక్కువ సంపీడ్యత వల్ల, వాటికి స్థితిస్థాపకత తక్కువ. అదే ఘనపదార్థాలకు స్థితిస్థాపకత ఎక్కువ, సంపీడ్యత తక్కువ.

$$B_{\text{ఘనపదార్థాలు}} > B_{\text{ద్రవాలు}} > B_{\text{వాయువులు}}$$

9.9.3 దృఢతాగుణకం లేక విమోటన గుణకం

స్థితిస్థాపక హద్దులోపల విమోటన లేదా విరూపణ ప్రతిబలం, విమోటన లేదా విరూపణ వికృతికి గల నిష్పత్తిని వస్తు పదార్థ దృఢతాగుణకం అంటారు.

A వైశాల్యంపై స్పర్శీయంగా పనిచేసే బలం F, విమోటన వికృతి θ అయితే,

$$\text{దృఢతా గుణకం } \eta = \frac{\text{విరూపణ ప్రతిబలం}}{\text{విరూపణ వికృతి}} = \frac{F/A}{\theta} = \frac{F}{A\theta} \qquad (9.10)$$

ఘన, ద్రవ మరియు వాయు పదార్థాలన్నింటికి దృఢతా గుణకం ఉంటుంది. కాని ప్రవాహులకు యంగ్ గుణకం మరియు దృఢతా గుణకాలు ఉండవు ఎందుకనగా అవి తన్యత ప్రతిబలం లేదా విరూపణ ప్రతిబలాన్ని స్థిరంగా కలిగి ఉండవు.

ఉదాహరణ 9.3

0.1 cm^2 మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యమున్న తీగ పొడవును 50% పెంచడానికి అవసరమయ్యే బలాన్ని లెక్కగట్టండి. $Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

సాధన :

తీగపొడవులో పెరుగుదల = 50%.

తీగ పొడవు L, సాగుదల ΔL, అయిన

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \qquad Y = \frac{F \times L}{A \times \Delta L}$$

$$F = \frac{Y \times A \times \Delta L}{L} = \frac{(2 \times 10^{11}\ Nm^{-2})(0.1 \times 10^{-4}\ m^2) \times 1}{2} = 0.1 \times 10^6\ N$$

ఉదాహరణ 9.4

ఒక ఘన రబ్బరు బంతిని సరస్సు ఉపరితలం నుండి అడుగు భాగానికి తీసుకొని పోయినపుడు ఘనపరిమాణంలో తగుదల 0.0012%. సరస్సు లోతు 360 m; నీటి సాంద్రత $10^3\ kg\ m^{-3}$ మరియు ఆ ప్రదేశంలో గురుత్వత్వరణం $10\ ms^{-2}$. రబ్బరు ఘనపరిమాణ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

సాధన :

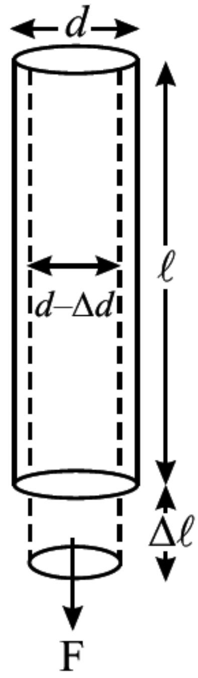
బంతిపై పీడనంలో పెరుగుదల $P = h\rho g = 360\ m \times 10^3\ kg\ m^{-3} \times 10\ ms^{-2}$

$$= 3.6 \times 10^6\ Nm^{-2}$$

$$\text{ఘనపరిమాణ వికృతి } = \frac{\Delta V}{V} = \frac{0.0012}{100} = 1.2 \times 10^{-5}$$

$$\text{ఘనపరిమాణ గుణకం } B = \frac{PV}{\Delta V} = \frac{3.6 \times 10^6}{1.2 \times 10^{-5}} = 3.0 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$$

9.9.4 పాయిజాన్ నిష్పత్తి (Poisson's Ratio)



పటం 9.12 సాగదీసిన రబ్బరు గొట్టం

ఒక రబ్బరు గొట్టాన్ని పొడవు వెంబడి సాగదీసినపుడు దాని వ్యాసము తగ్గడం (పటం 9.12) మీరు గమనించే ఉంటారు. (ఇదే ఫలితం తీగలకు వర్తిస్తుంది, కాని దానిని సులభంగా గుర్తించలేము) బల ప్రయోగదిశలో పొడవు పెరిగితే, లంబదిశలో సంకోచం ఉంటుంది. బల ప్రయోగ దిశకు లంబదిశలో కలిగే విరూపణను (వికృతిని) పార్శ్వీయ వికృతి అంటారు. పాయిజాన్ ప్రకారం స్థితిస్థాపక హద్దులోపల, పార్శ్వీయ వికృతి, అనుదైర్ఘ్య వికృతికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. అనగా పార్శ్వీయ వికృతికి, అనుదైర్ఘ్య వికృతికి గల నిష్పత్తి వస్తు పదార్థానికి స్థిరం. దీనినే 'పాయిజాన్ నిష్పత్తి' అంటారు దీనిని గ్రీకు అక్షరం σ (సిగ్మా) గుర్తుతో సూచిస్తారు. β మరియు α లు వరుసగా పార్శ్వీయ వికృతి మరియు అనుదైర్ఘ్య వికృతులను సూచిస్తే, పాయిజాన్ నిష్పత్తి

$$\sigma = \frac{\text{పార్శ్వీయ వికృతి}}{\text{అనుదైర్ఘ్య వికృతి}} = \frac{\beta}{\alpha} \qquad (9.11)$$

l పొడవు, d వ్యాసం గల తీగ (కడ్డీ లేక గొట్టం) పై సాగుదల బలాన్ని ప్రయోగించినపుడు పొడవులో సాగుదల Δl, వ్యాసములో తగ్గుదల Δd అయిన,

$$\text{అనుదైర్ఘ్య వికృతి} \quad \alpha = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\text{పార్శ్వీయ వికృతి} \quad \beta = \frac{\Delta d}{d}$$

$$\text{మరియు} \quad \text{పాయిజాన్ నిష్పత్తి} \quad \sigma = \frac{\Delta d / d}{\Delta l / l} = \frac{l}{d}\frac{\Delta d}{\Delta l} \qquad (9.12)$$

పాయిజాన్ నిష్పత్తి రెండు వికృతుల నిష్పత్తి కావున అది ఒక సంఖ్య మాత్రమే. పాయిజాన్ నిష్పత్తి పదార్థ స్వభావం మీద మాత్రమే ఆధారపడుతుంది. అనేక పదార్థాలకు దీని విలువ 0.2 మరియు 0.4ల మధ్య ఉంటుంది. తన్యతా బలానికిలోనైన వస్తువు ఘనపరిమాణంలో మార్పులేకుండా వస్తువు పరిపూర్ణంగా అసంపీడ్యం అయితే పాయిజాన్ నిష్పత్తి విలువ ఆ వస్తువుకు గరిష్ఠంగా, 0.5 ఉంటుంది. సైద్ధాంతికంగా పాయిజాన్ నిష్పత్తి అవధి విలువలు –1 నుండి 0.5 వరకు ఉంటాయి.

9.10 సాగదీసిన తీగలో స్థితిస్థాపక పొటెన్షియల్ శక్తి

తన్యతా ప్రతిబలం ఒక తీగను సాగదీసినప్పుడు ఆ తీగ పదార్థంలోని అంతర–పరమాణు బలాలకు వ్యతిరేఖంగా పని జరుగుతుంది. ఈ పని తీగలో స్థితిస్థాపక పొటెన్షియల్ శక్తి రూపంలో నిక్షిప్తమై ఉంటుంది.

ఈ స్థితిస్థాపక పొటెన్షియల్ శక్తికి సమీకరణాన్ని రాబట్టడానికి, L పొడవు మరియు A మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం గల ఒక తీగను తీసుకొని దాని పొడవు వెంబడి F వికృతి ప్రతిబలాన్ని ప్రయోగిద్దాం. దీనివల్ల తీగలో సాగుదల 'l' అనుకుందాం. సమీకరణం 9.6 నుండి

$$\text{వికృతి ప్రతిబలం} \quad F = YA\,\frac{l}{L} \qquad (9.13)$$

అవుతుంది.

ఇక్కడ Y – తీగ పదార్థపు యంగ్ గుణకం. తీగలో అతిస్వల్ప సాగుదల dl వల్ల జరిగిన పని dW అయితే

$$dW = F\,dl$$

సమీకరణం 9.13 ను పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$dW = YA\frac{l}{L}dl$$

కనుక, పై సమీకరణాన్ని సమాకలనం చేసి తీగలో సాగుదల 0 నుండి l కు పెరగడంలో జరిగిన పనిని గణించవచ్చు.

$$W = \int dW = \int_0^1 YA\frac{l}{L}dl$$

$$W = \frac{YA}{L}\int_0^1 l\,dl = \frac{YA}{2L}\left[l^2\right]_0^l$$

$$W = \frac{1}{2}\,\frac{YA}{L}\,l^2$$

దీనిని ఈ క్రింది విధంగా కూడా రాయవచ్చు.

$$W = \frac{1}{2}Y\left(\frac{l}{L}\right)^2(AL)$$

ఇక్కడ $\frac{l}{L}$ దైర్ఘ్య వికృతి, (AL) తీగ ఘనపరిమాణం మరియు యంగ్ గుణకం $Y = \frac{\text{ప్రతిబలం}}{\text{వికృతి}}$, కనుక

$$W = \frac{1}{2}\times\left(\frac{\text{ప్రతిబలం}}{\text{వికృతి}}\right)\times\left(\text{వికృతి}\right)^2\times \text{తీగ ఘనపరిమాణం}$$

$$W = \frac{1}{2}\times\ (\text{ప్రతిబలం})\times(\text{వికృతి})\times\text{తీగ ఘనపరిమాణం} \qquad (9.14)$$

ఈ పని తీగలో శక్తిరూపంలో నిక్షిప్తం అవుతుంది. దీనిని స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తి అంటారు. కనుక ప్రమాణ ఘనపరిమాణానికి ఉండే స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తి

$$U = \frac{1}{2} \times (\text{ప్రతిబలం}) \times (\text{వికృతి})$$

కృత్యం 9.2

ఒకే పదార్థంతో చేయబడిన రెండు సరిసమానమైన తీగలు A, B లను తీసుకోండి. అందులో తీగ A ను కొన్ని రోజులపాటు పదేపదే వికృతి బలాలకు గురిచేయండి. ఈ కాలంలో తీగ B ను ముట్టకండి. ఇప్పుడు రెండు తీగలను (A, B లను) ఒకే విధమైన కంపనాలకు గురిచేసి పరిశీలిస్తే, తీగ A లోని కంపనాలు తర్వగా క్షీణిస్తాయి. కాని తీగ B లో కంపనాలు ఎక్కువ కాలం పాటు కొనసాగుతాయి. ఇది తీగ B కు ఎక్కువ స్థితిస్థాపకత ఉన్నట్లు తెలియజేస్తుంది. తీగ A ఇక్కడ స్థితిస్థాపక బడలికకు గురైంది.

ఏదైనా వస్తువును పలుమార్లు వికృతికి గురిచేసినపుడు, ఆ వికృతి స్థితిస్థాపక అవధిలో ఉన్నప్పటికీ స్థితిస్థాపక బడలిక ఏర్పడుతుంది. ఈ పరిస్థితులలో వస్తువు తన సహజమైన స్థితిస్థాపకతను కోల్పోతుంది.

స్థితిస్థాపకతకు సంబంధించిన ఇతర అంశాలు

1. లోహాలకు తగిన మలినాలు కలపడం వల్ల వాటి స్థితిస్థాపక ధర్మాలు మారుతాయి. ఉదాహరణకు, ఇనుముకు, కర్బనము కలిపినా లేదా బంగారానికి పొటాషియమ్ కలిపినా, వాటి స్థితిస్థాపకత పెరుగును.
2. ఉష్ణోగ్రతలో పెరుగుదల పదార్థాల స్థితిస్థాపకతను తగ్గిస్తాయి. సాధారణ ఉష్ణోగ్రత వద్ద అధిక స్థితిస్థాపకత గల కర్బనమును, విద్యుత్ పంపి వేడి చేసినపుడు అది అస్థితిస్థాపక (Plastic) పదార్థంగా మారుతుంది. అదే విధంగా, ప్లాస్టిక్ పదార్థం ద్రవరూపంలో గల గాలిలో చల్లార్చినపుడు, అధిక స్థితిస్థాపక పదార్థంగా మారుతుంది.
3. స్థితిస్థాపక గుణకము విలువ, ప్రతిబలం మరియు వికృతిల పరిమాణంపై ఆధారపడదు. ఇది పదార్థ స్వభావం మీద మాత్రమే ఆధారపడుతుంది.

ఉదాహరణ 9.5

20 cm భుజము కలిగిన ఒక లోహపు ఘనానికి $10^4\ \mathrm{Nm^{-2}}$ విరూపణ ప్రతిబలానికి లోనయ్యింది. దాని అడుగు తలంతో పోల్చినపుడు, ఊర్ధ్వతలం 0.01 cm స్థానభ్రంశం చెందింది. ఆ ఘనపదార్థపు దృఢతా గుణకాన్ని లెక్కించండి.

సాధన :

విరూపణ ప్రతిబలం = $10^4\ \mathrm{Nm^{-2}}$, $\Delta x = 0.01$ cm మరియు $y = 20$ cm

$$\therefore \quad \text{విరూపణ వికృతి} = \frac{\Delta x}{y} = \frac{0.01\ \text{cm}}{20\ \text{cm}} = 0.0005$$

$$\text{దృఢతా గుణకం } \eta = \frac{\text{విరూపణ ప్రతిబలం}}{\text{విరూపణ వికృతి}} = \frac{10^4\ Nm^{-2}}{0.0005} = 2 \times 10^7\ Nm^{-2}$$

ఉదాహరణ 9.6

5 m పొడవు 1 mm వ్యాసము గల రాగి తీగకు 10 kg ద్రవ్యరాశిని వేలాడదీసారు. పాయిజాన్ నిష్పత్తి 0.25 అయిన, తీగ పొడవులో సాగుదల మరియు పార్శ్వీయ వికృతిని లెక్కగట్టండి. $Y = 11 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$.

సాధన : తీగ పొడవు $L = 5$ m, తీగ వ్యాసార్థం $r = \frac{d}{2} = 0.5 \times 10^{-3}$m, $Y = 11 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$, $F = mg = (10\text{ kg} \times 9.8\text{ ms}^{-2}) = (10 \times 9.8)$ N మరియు $\sigma = 0.25$.

$$\text{తీగలో సాగుదల } \Delta L = \frac{F.L}{A.Y} = \frac{F.L}{(\pi r^2).Y} = \frac{(10 \times 9.8\text{ N}) \times (5\text{m})}{3.14 \times (0.5 \times 10^{-3}\text{m})^2 \times (11 \times 10^{10}\ Nm^{-2})}$$

$$= \frac{490}{8.63 \times 10^4}\text{m} = 5.6 \times 10^{-3}\text{m}$$

$$\text{అనుదైర్ఘ్య వికృతి } (\alpha) = \frac{\Delta L}{L} = \frac{5.6 \times 10^{-3}\text{m}}{5\text{m}} = 1.12 \times 10^{-2}$$

$$\text{పాయిజాన్ నిష్పత్తి } (\sigma) = \frac{\text{పార్శ్వీయ వికృతి } (\beta)}{\text{అనుదైర్ఘ్య వికృతి } (\alpha)}$$

$$\text{పార్శ్వీయ వికృతి } (\beta) = \sigma \times \alpha = 0.125 \times 1.12 \times 10^{-2} = 0.14 \times 10^{-3}$$

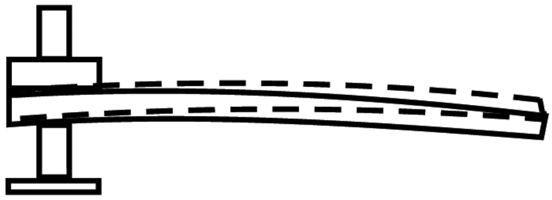
కొంత విరామాన్ని తీసుకుని మీ ప్రగతిని పరీక్షించుకోండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 9.2

1. యంగ్ గుణకం ప్రమాణమూ అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలం ప్రమాణమూ సమానమేనా? సమాధానికి కారణం తెలపండి.
2. ఘనపదార్థాలు, ద్రవ మరియు వాయు పదార్థాల కన్నా ఎక్కువ స్థితిస్థాపకతను కలిగి ఉంటాయి? దీనిని సమర్థించండి.
3. ఒక తీగ పొడవును సగానికి కత్తిరించారు. ఇచ్చిన భారానికి దాని పొడవులో పెరుగుదలపై ప్రభావమేమిటి?
4. రెండు తీగలు ఒకే లోహంతో తయారుచేశారు. మొదటి తీగ పొడవు, రెండవ తీగలో సగం మరియు దాని వ్యాసం రెండవ తీగకు రెట్టింపు. సమాన భారాన్ని రెండు తీగకు తగిలించినప్పుడు వాటి పొడవుల్లో సాగుదల నిష్పత్తిని కనుక్కోండి.
5. ఒక తీగపై $1 \times 10^8\ Nm^{-2}$ ప్రతిబలాన్ని ప్రయోగించినపుడు తీగ పొడవులో పెరుగుదల 10^{-3} ఆ తీగ పదార్థ యంగ్ గుణకంను కనుక్కోండి.

9.11 పదార్థాల స్థితిస్థాపక ప్రవర్తన అనువర్తనాలు

పదార్థాల స్థితిస్థాపక ప్రవర్తన మన నిత్య జీవితంలో ముఖ్య పాత్రను పోషిస్తుంది. సురక్షితమైన, నిలకడ గల నిర్మాణాల రూపకల్పనలో గరిష్ఠ భారం వల్ల ఏర్పడే ప్రతిబలం, విచ్ఛేదన ప్రతిబింబాన్ని మించరాదు. నిర్మాణాలలో స్తంభాలు, దిమ్మెలు ప్రముఖ భాగాలు. వంతెన స్థంభాలు, దూలాలను నిర్మించేటప్పుడు దానిపై ట్రాఫిక్ భారం వల్ల కలిగే ప్రతిబలాన్ని తట్టుకునే విధంగా, తగినంతగా, ముందే అంచనా వేయాలి. ఏకరీతి దిమ్మె ఒక చివర బిగించబడి, రెండవ చివర భారగ్రస్తమైతే దానిని కాంటి లీవర్ అంటారు. పటం (9.13). l పొడవు, b వెడల్పు, d మందము గల 'కాంటిలివర్' కడ్డీ స్వేచ్ఛగా ఉన్న చివర M ద్రవ్యరాశి గల భారము వల్ల δ వంగిన

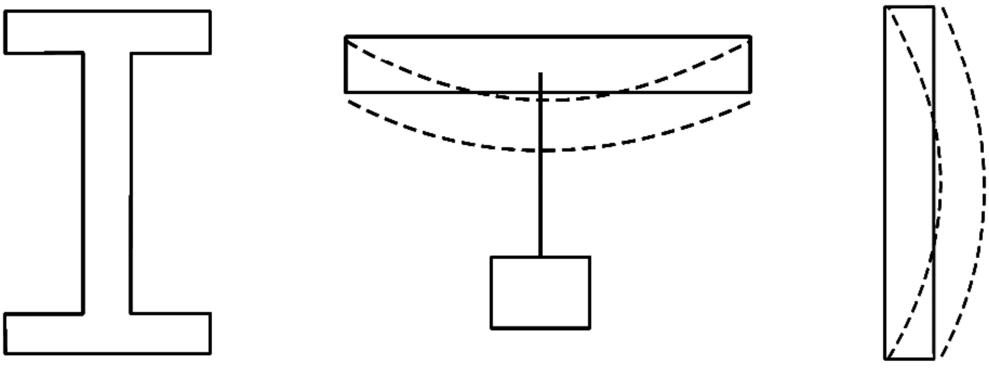


పటం 9.13 క్యాంటిలివర్

$$\delta = \frac{4\,Mgl^3}{Ybd^3} \qquad (9.16)$$

పై సమీకరణం నుండి, కాంటిలివర్ దూలంలో వాలును స్థితిస్థాపక అవధి లోపల ఉంచడానికి, అధిక యంగ్ గుణకం గల పదార్థాలు మరియు దానిపై పనిచేసే భారాన్ని తట్టుకునే విధంగా కొలతలు గల వస్తువులను ఉపయోగించాలి. హృషికేష్‌లోని 'లక్ష్మణ ఝూల' ఊగే వంతెన, కలకత్తాలోని "విద్యాసాగర్ సేతు" లు కాంటిలివర్‌ల ఆధారంతో నిర్మింపబడ్డాయి.

దీనిని బట్టి, రైలు పట్టాల మధ్యచ్ఛేదాన్ని I– ఆకారంలో (పటం 9.14(a)), ఎందుకు పెడతారో సులభంగా అర్థం చేసుకోవచ్చు. ఇతర అంశాలు మారనప్పుడు $\delta \propto d^{-3}$ కనుక మందాన్ని పెంచి, అదే భారానికి కడ్డీవంపును (depression) ప్రభావవంతంగా తగ్గించవచ్చు. ఈ విధంగా చేయడం వల్ల, దృఢత్వాన్ని ఏ మాత్రం నష్టపోకుండా పదార్థాన్ని కాపాడవచ్చు.



(a) రైలు పట్టాల అడ్డుకోత

(b) రెండు చివరల బిగించబడి మధ్యలో భారం వేయబడిన దూలం

(c) సన్నని కడ్డీ వంగిపోయో విధానం

పటం 9.14

రెండు చివరల బిగించబడి, మధ్యలో భారం వేయబడిన దూలం (పటం 9.14(b)) మధ్య భాగంలో క్రిందికి జారే పరిమాణాన్ని సమీకరణం (9.17) సూచిస్తుంది.

$$\delta = \frac{Mgl^3}{4bd^3Y} \qquad (9.17)$$

కాబట్టి ఇచ్చిన భారానికి, δ ను తక్కువగా ఉండేటట్లు అధిక యంగ్ గుణకం Y గల పదార్థంతో చేసిన మందమైన కడ్డీని ఎంచుకుంటారు. మందం ఎక్కువైన కడ్డీకి వంగి పోయే స్వభావం ఉంటుంది. (పటం. 9.14(c)) దీనిని నివారించడానికి భారాన్ని ఎక్కువ మోయగలిగే తలాన్ని ఏర్పాటు చేస్తారు. **I** – ఆకారపు మధ్యచ్ఛేదం వల్ల పై రెండు అవసరాలు తీరుతాయి.

క్రేన్‌లలో బరువైన వస్తువులను ఒక చోటినుండి వేరొక చోటికి కదల్చడానికి, ఎత్తడానికి అధిక మందంగల తాళ్ళను ఉపయోగిస్తాం. 10 మెట్రిక్ టన్నుల భారాన్ని, 300 మెగా పాస్కల్ బలాన్నిచ్చే ఉక్కు తీగతో ఎత్తవచ్చు. దీనికి కావలసిన కనీస మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం సుమారు 10 cm. ఆచరణలో, ఈ వ్యాసార్థాన్ని కలిగిన ఒక తీగ, దృఢ కడ్డీ అవుతుంది. అందువల్లనే ఎక్కువ చుట్లుగల సన్నని తీగలను పెనవేసి తాళ్ళను తయారుచేస్తారు. ఇది తీగలను తయారు చేయడాన్ని సులభతరం చేస్తుంది మరియు తీగలకు దృఢత్వాన్ని, నమ్యతను ఇస్తుంది.

భూమి మీద పర్వతాల గరిష్ఠ ఎత్తు సుమారు 10 km అని మీకు తెలుసా?

ఈ ప్రశ్నకు సమాధాన్ని శిలలకు ఉండే స్థితిస్థాపక ధర్మాల ఆధారంగా కూడా చెప్పవచ్చు. పర్వతాల అడుగు భాగంలో వత్తిడి ఏకరీతిగా ఉండదు. దీనివల్ల శిలలపై విమోటన ప్రతిబలం పనిచేసి అవి ఒకదానిపై మరొకటి జారేలా చేస్తుంది. పర్వత శిఖరం యొక్క భారం దాని అడుగు భాగంలో నిలువుగా పనిచేస్తుంది. పక్క భాగాలు బయటి వైపు నుండి ఏవిధమైన వత్తిడి లేకుండా స్వేచ్ఛగా ఉంటాయి. దీనివల్ల శిలలపై '$h\rho g$' స్పర్శీయ విమోటన బలం పని చేస్తుంది. శిలలకు స్థితిస్థాపక అవధి విలువ దాదాపుగా 3×10^8 Nm^{-2} మరియు సాంద్రత 3×10^3 kg m^{-3} గా ఉంటాయి. కనుక $h_{\text{గరిష్ఠ}}\rho g = 3 \times 10^8$ Nm^{-2} దీని నుండి మనకు $h_{\text{గరిష్ఠ}} = 10$ km గా వస్తుంది.

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- వస్తువులో విరూపణ కలిగించే బలాన్ని విరూపణ బలం అంటారు. (deforming force).
- విరూపణ బలాన్ని తొలగించగానే, వస్తువు దాని మౌలిక ఆకారాన్ని పరిమాణాన్ని పొందే పదార్థ ధర్మాన్ని 'స్థితిస్థాపకత' అంటారు.
- విరూపణ వల్ల, వస్తువులో అంతర పునఃస్థాపక బలం ఏర్పడి విరూపణ బలం తొలగించిన తరవాత వస్తువు పూర్వపు ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని పొందేలా చేస్తుంది.
- వస్తువుపై విరూపణ బలాన్ని తొలగించగానే పూర్తిగా దాని యధాస్థితిని పొందే వస్తువును పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక వస్తువు అంటారు.
- బాహ్య విరూపణ బలాన్ని తొలగించినప్పటికీ, మారిన ఆకృతినే శాశ్వతంగా ఉంచుకొనే పదార్థాలను 'పరిపూర్ణ ప్లాస్టిక్ పదార్థాలు' అంటారు.

- సాధారణ స్థితిలో ఏదైనా పరమాణువుపై పనిచేసే ఫలిత అంతర పరమాణుబలం శూన్యం. పరమాణువుల మధ్య దూరం సాధారణ స్థితిలో కన్నా పెరిగితే అంతర పరమాణు బలం ఆకర్షణబలం అవుతుంది. తక్కువ దూరాలకు బలాలు వికర్షణ బలాలు అవుతాయి.
- ప్రమాణ వైశాల్యంపై పనిచేసే పునఃస్థాపక బలం, ప్రతిబలానికి సమానం. దీని ప్రమాణం Nm^{-2}.
- ప్రమాణ కొలతకు, కొలతలలో కలిగే మార్పు (ఉదాహరణకు పొడవు, ఘనపరిమాణం లేదా ఆకారం) వికృతికి సమానం.
- ఏ గరిష్ఠ ప్రతిబలం వరకు ఒక వస్తువు స్థితిస్థాపక ధర్మాన్ని ప్రదర్శిస్తుందో, ఆ ప్రతిబలాన్ని 'స్థితిస్థాపక అవధి' అంటారు.
- హుక్ నియమము ప్రకారం, స్థితిస్థాపక హద్దులోపల వస్తువులో ఏర్పడిన ప్రతిబలం, వికృతికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.
- అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలానికి, అనుదైర్ఘ్య వికృతికి గల నిష్పత్తిని 'యంగ్ గుణకం' అంటారు.
- అభిలంబ ప్రతిబలానికి, ఘనపరిమాణ వికృతికి గల నిష్పత్తిని 'ఘనపరిమాణ గుణకం' అంటారు.
- విరూపణ ప్రతిబలానికి, విరూపణ వికృతికి గల నిష్పత్తిని 'దృఢతాగుణకం' అంటారు.
- పార్శ్వీయ వికృతికి, అనుదైర్ఘ్య వికృతికి మధ్యగల నిష్పత్తిని పాయిజాన్ నిష్పత్తి అంటారు.
- తీగలోని అంతర-పరమాణు బలాలకు వ్యతిరేఖంగా, తీగను సాగదీయడానికి చేసిన పని దానిలో శక్తి రూపంలో నిక్షిప్తం అవుతుంది. దీనిని స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తి అంటారు.

ముగింపు అభ్యాసం

1. స్థితిస్థాపకతను నిర్వచించండి. స్థితిస్థాపక, అస్థితిస్థాపక పదార్థాలకు ఉదాహరణలివ్వండి.
2. ప్రతిబలం, వికృతి మరియు హుక్ నియమాలను వివరించండి.
3. పదార్థాల స్థితిస్థాపక ధర్మాలను, అంతర అణుబలాలరీత్యా వివరించండి.
4. యంగ్ గుణకం, ఘనపరిమాణ గుణకం మరియు దృఢతా గుణకాలను నిర్వచించండి.
5. క్రమంగా పెరుగుతున్న భారానికిలోనైన లోహపు తీగ ప్రవర్తనను ప్రతిబలం-వికృతి వక్రము ద్వారా చర్చించండి.
6. ఉక్కు, రబ్బరు కన్నా ఎందుకు ఎక్కువ స్థితిస్థాపకతను కలిగి ఉంటుంది?
7. పాయిజాన్ నిష్పత్తికి ప్రమాణాలు ఎందుకు ఉండవు?

8. మూడు స్థితులలోని పదార్థాలలో (ఘన, ద్రవ, వాయు పదార్థాలలో) ఏది ఎక్కువ స్థితిస్థాపకతను కలిగి ఉంటుంది? ఎందుచేత?

9. 4m పొడవున్న లోహపుతీగ వ్యాసము 1 mm. దీనికి 4 kg ద్రవ్యరాశితో సాగదీసినప్పుడు తీగలో సాగుదల కనుక్కోండి. తీగ పదార్థపు యంగ్ గుణకము $Y = 13.78 \times 10^{10}$ Nm^{-2}.

10. ఒక గోళాన్ని సముద్రంలో 1 km లోతుకు తీసుకొని పోయినపుడు, దాని ఘనపరిమాణం 0.02% తగ్గుతుంది. సముద్రపు నీటి సాంద్రతను 1000 kg m^{-3} గాను, $g = 9.8$ ms^{-2} గాను తీసుకొని, ఘనపరిమాణ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

11. 0.2 mm వ్యాసార్ధం గల తీగ పొడవును 0.2% పెంచడానికి ఎంత బలం కావాలి? $Y = 9 \times 10^{10}$ Nm^{-2}.

12. విరూపణ ప్రతిబలం, విరూపణ వికృతి మరియు దృఢతా గుణకాలంటే ఏమిటి?

13. కింది తలంను స్థిరంగా ఉంచి 10 cm భుజము గల ఘనపు ఉపరితలాన్ని దానికి సమాంతరంగా 2 mm స్థానభ్రంశాన్ని పొందేటట్లు 5×10^5 N బలాన్ని స్పర్శీయంగా ప్రయోగించిన అదిపొందే వికృతిని లెక్కించండి.

14. స్థితిస్థాపక ధర్మం మన జీవితాలలో ఎంతో ప్రాముఖ్యతను కలిగి ఉంది. పదార్థాల అస్థితిస్థాపక (Plastic) ధర్మం ఏ విధంగా మనకు సహాయపడుతుంది?

15. L పొడవు, r వ్యాసార్ధం ఉన్న తీగ ఒక కొనను దృఢమైన ఆధారానికి బిగించి, రెండవ కొనను F బలంతో లాగినప్పుడు తీగ పొడవు x పెరుగుతుంది. అదే పదార్థంతో చేయబడిన 2L పొడవు, 2r వ్యాసార్ధం ఉన్న తీగను 2F బలంతో లాగినప్పుడు పొడవులో పెరుగుదల ఎంత?

16. స్థితిస్థాపక స్థితిశక్తిని నిర్వచించండి. స్థితిస్థాపక స్థితిశక్తికి సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

9.1

1. (i) $R > R_o$ అయిన, బలాలు ఆకర్షణ బలాలౌతాయి.

   (ii) $R < R_o$ అయిన, వికర్షణ బలాలౌతాయి.

2. అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలం మరియు అనుదైర్ఘ్య వికృతి.

3. నిష్పత్తి తగ్గును.

4. విచ్ఛేదన బిందువుకు సంబంధించిన ప్రతిబలాన్ని 'విచ్ఛేదన ప్రతిబలం' అంటారు.

5. 0.12×10^{10} Nm^{-2}

9.2

1. వికృతికి ప్రమాణాలుండవు. కనుక రెండింటికి ఒకే ప్రమాణాలుంటాయి.
2. ద్రవాల, వాయువుల సంపీడ్యత, ఘనపదార్థాల కన్నా ఎక్కువ, ఘనపరిమాణ గుణకము, సంపీడ్యతకు విలోమం. కావున ఘన పదార్థాలకు ద్రవ, వాయు పదార్థాలకన్నా స్థితిస్థాపకత ఎక్కువ.
3. సగం.
4. 1 : 8
5. 1×10^{11} Nm^{-2}

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

9. 0.15 m
10. 4.9×10^{-10} Nm^{-2}
11. 22.7 N
13. 2×10^{-2}
15. x

10

ప్రవాహుల యాంత్రిక ధర్మాలు

పరిచయం

ఇంతకు ముందు పాఠంలో, పరమాణువుల మధ్య పనిచేసే అంతరబలాలు (Interatomic forces) ఘన పదార్థాల స్థితిస్థాపక ధర్మానికి కారణమని తెలుసుకున్నారు. ఇదే విషయం ద్రవాలకు, వాయువులకు వర్తిస్తుందా? (ద్రవాలు మరియు వాయువులను ఉమ్మడిగా ప్రవాహులు అంటారు. అనుకూలమైన పరిస్థితులలో వాటికి ప్రవహించే ధర్మం ఉండడమే వాటిని ప్రవాహులు అని పిలవడానికి కారణం). మీ పరిసరాలలోగాని, ప్రాంతంలోగాని, రాష్ట్రంలోగాని, నదిపై కట్టబడిన ఆనకట్టను (dam) ను చూసారా? చూసి ఉంటె, ఆనకట్ట గోడల మందము లోతుకు పోయినకొద్ది పెరగడం గమనించే ఉంటారు. ఇందుకు కారణం గురించి ఎప్పుడైనా ఆలోచించారా? అదే విధంగా హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్ (Hydraulic lift) ప్లాట్‌ఫాం పై నిలబడి మీ బరువును ఉపయోగించి మీరు కారునుగాని, ట్రక్కునుగాని లేక ఏనుగు వంటి బరువైనవాటిని ఎత్తగలరు అని మీరు నమ్మగలరా! సర్వీసు సెంటరులో హైడ్రాలిక్ జాక్‌ను (Hydraulic jack) ఉపయోగించి కార్లను సులభంగా లేపుటను గమనించారా? అదే విధంగా దోమల వంటి కీటకాలు నిశ్చల నీటిపై నడవగలవు, కూర్చొనగలవు, కాని మనం అలాచేయలేము. ఈ పరిశీలనలన్నింటిని ద్రవాలకున్న ద్రవస్థైతిక పీడనము (Hydrostatic pressure) లాంటి ధర్మాలను బట్టి, పాస్కల్ నియమం మరియు తలతన్యతల ద్వారా వివరించవచ్చును. ఈ పాఠంలో ఈ అంశాలన్నీ మీరు నేర్చుకుంటారు.

నీటిలో నడవడంకన్నా నేలపై నడవడం సులభమని మీరు గమనించారా? రెండు గరాటులలో వేరు వేరుగా ఒక దానిలో నీరు మరియొక దానిలో తేనె పోసినపుడు, గరాటు కాడగుండా నీరు, తేనే కన్నా సులభంగా రావడం గమనించే ఉంటారు. ద్రవాల ప్రవాహంలో తేడాను కలగచేసే ద్రవాల ధర్మాల గురించి ఈ పాఠంలో నేర్చుకుంటారు.

నీరు ప్రవహిస్తున్న రబ్బరు లేక ప్లాస్టిక్ గొట్టం మూతివద్ద వత్తినపుడు, నీరు దూరంగా చిమ్మబడటం గమనించే ఉంటారు. క్రికెట్ ఆటగాడు బంతిని ఏవిధంగా స్వింగ్ (swing) చేస్తారో తెలుసునా? విమానాలు ఏవిధంగా గాలిలోకి ఎగురుతాయి? ఈ ఆసక్తికరమైన అంశాలన్నింటిని బెర్నౌలి సూత్రం ద్వారా వివరించవచ్చును. దీనిని గురించి ఈపాఠంలో చదువుకుంటారు.

లక్ష్యాలు

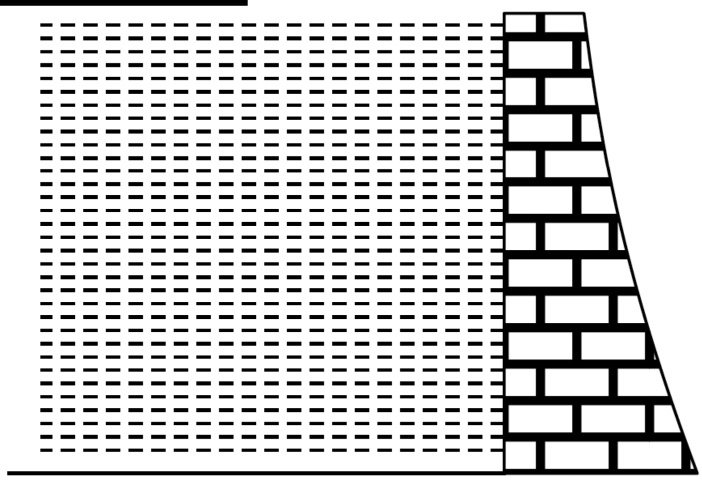
ఈ పాఠం చదివిన తరువాత మీరు క్రింది విషయాలను తెలుసుకుంటారు.

- ద్రవంలోపల కొంతలోతులో ద్రవాలు కలిగించే స్థైతిక పీడనాన్ని (hydrostatic pressure) లెక్కగట్టడం.
- ఉత్ప్లవన బలం మరియు ఆర్కిమెడిస్ సూత్రాల వివరణ.

- పాస్కల్ నియమాన్ని నిర్వచించి, హైడ్రోస్టాటిక్ ప్రెస్ (hydrostatic press), హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్ (hydraulic lift) మరియు హైడ్రాలిక్ బ్రేక్స్ (hydraulic brakes) పనిచేసే విధానాన్ని వివరించడం.
- తలతన్యత - ఉపరితలశక్తులను వివరించడం.
- కేశనాళికలో నీరు ఎగబ్రాకుటకు సమీకరణం ఉత్పాదించడం.
- ప్రవాహి యొక్క, ధారారేఖా ప్రవాహం మరియు సంక్షుబ్ధ ప్రవాహాల మధ్య భేదాలు.
- ప్రవహిస్తున్న ద్రవం సందిగ్ధ వేగాన్ని నిర్వచించడం, రెనాల్డ్ సంఖ్యను లెక్కగట్టడం.
- స్నిగ్ధతను నిర్వచించి, ద్రవాల స్నిగ్ధతా ధర్మం వల్ల నిత్యజీవితంలో జరిగే దృగ్విషయాలను వివరించడం మరియు,
- బెర్నౌలి సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిత్యజీవితంలోని అంశాలకు అనువర్తింపజేయడం.

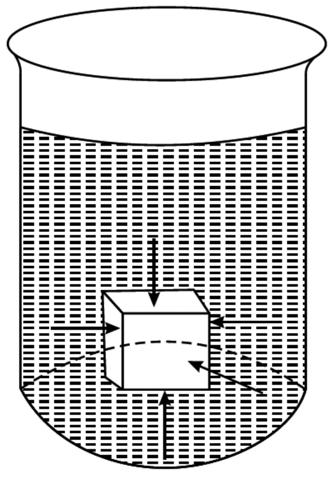
10.1 స్థైతిక పీడనం (Hydrostatic Pressure)

కాగితాలకు గుచ్చే పిన్నీసుకొన మందంగా కాక సన్నగా (కొనగా) ఉంటే సులభంగా గుచ్చుకోవడం మీరు గమనించే ఉంటారు. వైశాల్యం అధికంగా ఉంటే అధిక బలాన్ని ఉపయోగించవలసి వస్తుంది. అంటే ఒకే బలానికి, వైశాల్యము తక్కువగా ఉంటే ఫలితము అధికంగా ఉంటుందని చెప్పవచ్చును. ప్రమాణ వైశాల్యంపై ఈ బల ప్రభావాన్ని పీడనం అంటారు. పటం 10.1 లో ఆనకట్ట పక్క గోడ ఆకారంను చూపించారు. ఆనకట్ట గోడ అడుగున మందంగా ఉంటుంది. మన ఇంటి గోడలకు కూడా ఇదే ఆకారం ఉంటుందా? కాదు, మన ఇంటి గోడలన్నీ ఏకరీతి మందంతో ఉంటాయి. ఈ భేదానికి కారణమైన భౌతిక ధర్మం ఏమిటో మీకు తెలుసా?



పటం 10.1 ఆనకట్ట పక్క గోడ నిర్మాణం

బాహ్య బలంవల్ల విరూపణ చెందినప్పుడు ఘనపదార్థాల అంతర పరమాణు బలాల పరిమాణం ఎక్కువగా ఉండటంవల్ల విమోటన ప్రతిబలంను ఏర్పరచుకొంటాయని ఇంతకు ముందు పాఠంలో చదివిన విషయం గుర్తుకు తెచ్చుకోండి. కాని ప్రవాహులు విమోటన ప్రతిబలాన్ని కలిగి ఉండవు. ఒక వస్తువును ప్రవాహిలో పూర్తిగా ముంచినప్పుడు, ప్రవాహి వల్ల కలిగేబలం, వస్తువు తలంపై లంబంగా పనిచేస్తుంది (పటం 10.2). పాత్ర గోడలపై అన్ని బిందువుల వద్ద ప్రవాహి లంబంగా బలాన్ని కలగచేస్తుంది.



పటం 10.2 మునిగి ఉన్న వస్తువుపై ప్రవాహి కలిగించే బలం

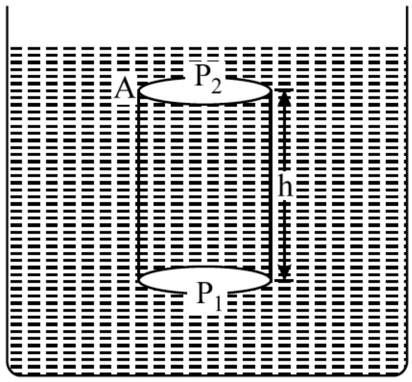
ప్రమాణ వైశాల్యంపై పనిచేసే లంబ బలాన్ని లేక వత్తిడిని పీడనం అంటారు.

$$\text{పీడనం (P)} = \frac{\text{వత్తిడి}}{\text{వైశాల్యం}} \qquad (10.1)$$

నిశ్చలంగా ఉన్న ప్రవాహి కలిగించే పీడనాన్ని ద్రవ స్థైతిక పీడనం (Hydrostatic pressure) అంటారు. పీడనం ఒక అదిశా రాశి. పీడనానికి SI ప్రమాణం Nm^{-2}. దీనిని, పాస్కల్ (Pa) అని కూడా, (ఫ్రెంచి దేశపు శాస్త్రజ్ఞుడైన బ్లెయిజ్ పాస్కల్ Blaise Pascal) గౌరవార్థం పిలుస్తారు. ఇతను పీడనంపై విస్తృత అధ్యయనం చేసాడు. పీడనానికి సంబంధించి మనకు మరొక ప్రమాణం కూడా ఉంది. అది, అట్మాస్ఫియర్‌లు(atm). సముద్ర మట్టం వద్ద వాతావరణం కలుగజేసే పీడనాన్ని ఒక అట్మాస్ఫియర్ అంటారు. ఒక అట్మాస్ఫియర్ పీడనం 1.013×10^5 Pa పీడనానికి సమానం.

10.1.1 ద్రవంలో ఒక బిందువు వద్ద కలిగే స్థైతిక పీడనం

ద్రవంగల పాత్రలో ఒక A మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం h ఎత్తుగల సౌష్టవాకార స్తూపాన్ని ఊహించండి (పటం 10.3). స్తూపం అడుగు, పైన తలాలపై ద్రవం కలిగించే పీడనాలు వరుసగా P_1, P_2 అనుకుందాం. స్తూపం అడుగుతలంపై ద్రవం కలిగించే ఊర్ధ్వ బలం P_1A మరియు ఉపరితలంపై కలిగించే ఆధోబలం P_2A.



పటం 10.3 ద్రవంలో నీ ఎత్తులో ఉన్న ఊహాత్మక స్తూపం

ఊర్ధ్వదిశలో పనిచేసే ఫలితబలం = $(P_1A - P_2A)$.

స్తూపం స్థానంలో ఉండాల్సిన ద్రవం ద్రవ్యరాశి = సాంద్రత × స్తూపం ఘనపరిమాణం= ρAh

ఇక్కడ ρ ద్రవసాంద్రత

$\therefore$ స్తూపం స్థానంలో ఉండాల్సిన ద్రవ భారం = $(\rho h A)g$

స్తూపం సమతాస్థితిలో ఉంది కాబట్టి, దాని మీద పనిచేసే ఫలితబలం శూన్యం కావాలి.

$$P_1A - P_2A - \rho gh A = 0$$

$$P_1 - P_2 = \rho g h \qquad (10.2)$$

h ఎత్తు (లోతులో) ద్రవం వల్ల కలిగే పీడనం P

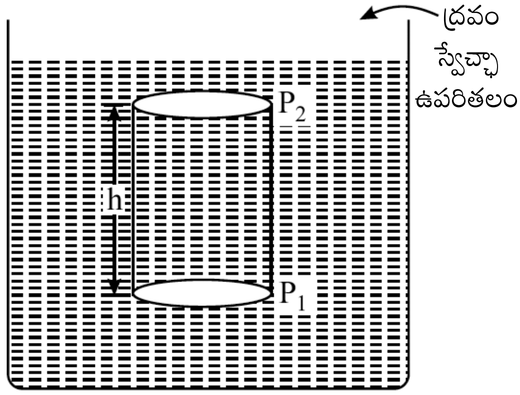
$$P = \rho g h \qquad (10.3)$$

ద్రవపు స్థైతిక పీడనం లోతు పెరిగే కొద్ది రేఖీయంగా పెరుగును. ఈ కారణం వల్లనే, డ్యామ్ గోడ మందం లోతుకు పోయేకొద్ది పెరుగుతుంది.

పటం 10.4 లో చూపినట్లు, స్థూపపు పై ముఖం ద్రవపు ఊర్ధ్వ తలంపై ఉన్నట్లు భావిస్తే, P_2 బదులు P_{atm} (వాతావరణ పీడనం) గా రాయాలి. P_1 ను P చేత తెలియజేస్తే, ఉపరితలం నుండి కొంత లోతులో పరమ పీడనం (absolute pressure)

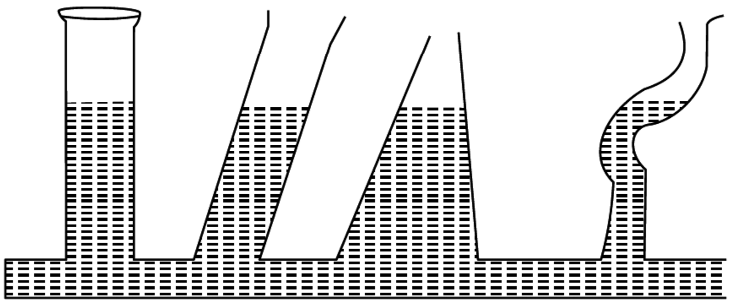
$$P - P_{atm} = \rho g h$$

$$P = P_{atm} + \rho g h \qquad (10.4)$$



పటం 10.4 స్తూపం ఒక ముఖం ద్రవ ఉపరితలం వద్ద ఉన్న ద్రవంలోని స్తూపం

పై సమీకరణంలో స్తూపం యొక్క వైశాల్యాన్ని సూచించే పదం ఏదీ లేదు. అంటే, పాత్ర ఆకారం ఏమైనప్పటికి, ద్రవంలో పీడనం, ఇచ్చిన లోతువద్ద స్థిరంగా (సమాన విలువ) ఉంటుంది (పటం 10.5).



పటం 10.5 ప్రవాహి పీడనం పాత్ర ఆకారంపై ఆధారపడదు.

ఉదాహరణ 10.1

ఒక మీటరు మందం గల సిమెంట్ గోడ 10^5 Nm^{-2} పీడనాన్ని తట్టు కొనగలదు. 100 m లోతుగల డ్యామ్‌లో నీటి వత్తిడిని తట్టుకొనడానికి పక్క గోడ అడుగున మందం ఎంత ఉండాలి? నీటి సాంద్రత = 10^3 kg m^{-3}, g = 9.8 ms^{-2} అని తీసుకోండి.

సాధన : డ్యాము అడుగు భాగంలో నీరు గోడపై కలిగించే పీడనం

$$P = \rho g h$$

$$P = 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 100 \text{ m}$$

$$P = 9.8 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

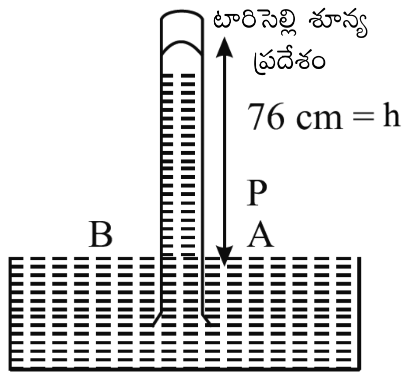
ఏకాంక పద్ధతిని అనసరించి 9.8×10^5 Nm^{-2} పీడనాన్ని తట్టుకోగల గోడమందాన్ని లెక్కించవచ్చును.

$$\therefore \text{ గోడ మందం } t = \frac{9.8 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}}{10^5 \text{ Nm}^{-2}} = 9.8 \text{ m}$$

10.1.2 వాతావరణ పీడనం

భూమి ఉపరితలం నుండి దాదాపు 200 కి.మీ. వరకు భూమి చుట్టూ వాతావరణం వ్యాపించి ఉందని మనకు తెలుసు. వాతావరణం కలిగించే వత్తిడినే వాతావరణ పీడనము అంటారు. O.V. గేరిక (Guericke) అనే జర్మన్ శాస్త్రజ్ఞుడు వాతావరణ పీడనం కలగచేసే బలాన్ని రుజువు చేసే ఒక ప్రయోగాన్ని చేసిచూపాడు. 20 అంగుళాల వ్యాసమున్న, రాగితో చేసిన రెండు గుల్ల అర్ధగోళాలను ఒక దానితో ఒకటి దృఢంగా బిగించాడు. ఈ విధంగా ఏర్పడిన గోళంలో గాలి ఉన్నపుడు, దాని అర్ధభాగాలను సులభంగా విడదీయవచ్చును. వాయురేచక యంత్రం (Vacuum Pump) ఉపయోగించి, గోళములోని గాలిని తీసివేసినపుడు, అర్ధగోళాలను వేరుచేయడానికి మొత్తం 8 గుర్రాలు అవసరమైనాయి.

టారిసెల్లి (Toricelli) వాతావరణ పీడనాన్ని లెక్కించుటకు ద్రవ స్థైతిక పీడనం (hydrostatic pressure) ఫార్ములాను ఉపయోగించాడు. ఇతను 1 మీటరు పొడవుగల ఒక వైపు మూసిన గాజు గొట్టంలో 13.6×10^3 కి.గ్రా/మీ^{3} సాంద్రత గల పాదరసాన్ని నింపి, తలక్రిందులు చేసి, పాదరసం ఉన్న తొట్టిలో బోర్లించాడు (పటం. 10.6). గొట్టంలో పాదరసం, తొట్టిలోని మట్టం కన్నా భారమితి 76 cm ఎత్తు వద్ద నిలిచింది.



పటం 10.6 టారిసెల్లి భారమితి

సమతాస్థితిలో, వాతారవణం కలిగించిన పీడనం, గొట్టంలోని పాదరసమట్టం కలిగించే పీడనానికి సమానం.

$$P_{atm} = \rho\ g\ h = 13600\ kg\ m^{-3} \times 9.8\ ms^{-2} \times 0.76\ m$$

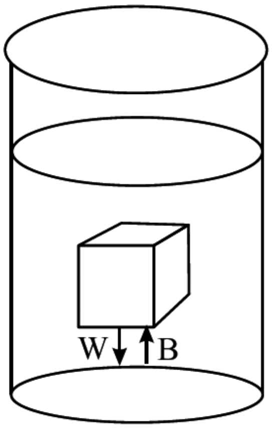
$$P_{atm} = 1.01 \times 10^5\ Nm^{-2}$$

$$P_{atm} = 1.01 \times 10^5\ Pa$$

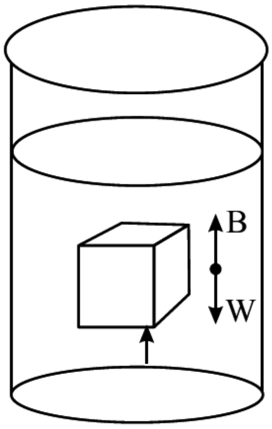
10.2 ఉత్ప్లవన బలం

గాలిలో ఉన్న ఒక వస్తువును ఎత్తడం కన్నా నీటిలో ఉన్న వస్తువును పైకి ఎత్తడం సులభమని మనకు నిత్యానుభవమే. ఇలా అనిపిచడానికి కారణం ప్రవాహులు వస్తువు పై ఊర్ధ్వదిశలో కలిగించే బలమే. ఈ విధంగా ఒక ప్రవాహిలో మునిగి ఉన్న వస్తువుపై కలిగే ఊర్ధ్వ బలాన్నీ, **'ఉత్ప్లవన బలం'** అంటారు. వస్తువులపై పనిచేసే ఉత్ప్లవనబలం లక్షణాన్ని అర్కిమెడిస్ కనుగొన్నాడు. తన పరిశీలనల ఆధారంగా అతడు తెలిపిన నియమాన్ని "ఆర్కిమెడిస్" సూత్రం" అంటారు. దీని ప్రకారం "ఒక ప్రవాహిలో పూర్తిగా కాని, పాక్షికంగా కాని మునిగి ఉన్న వస్తువుపై పనిచేసే ఉత్ప్లవనబలం, ఆ వస్తువుచే తొలగించబడిన ప్రవాహిభారానికి సమానంగా ఉంటుంది".

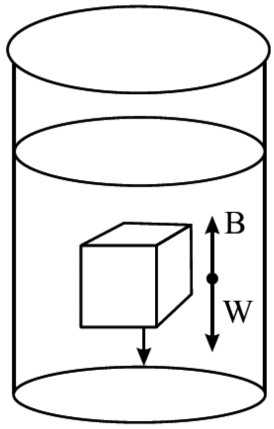
పటం 10.7 లో వివిధ సందర్భాలలో వస్తువుపై పనిచేసే ఉత్ప్లవన బలాన్ని చూపడం జరిగింది.



పటం 10.7(a) : సమతా స్థితిలో వస్తువుపై ఉత్ప్లవన బలపరిమాణం B, వస్తువు భారానికి సమానం



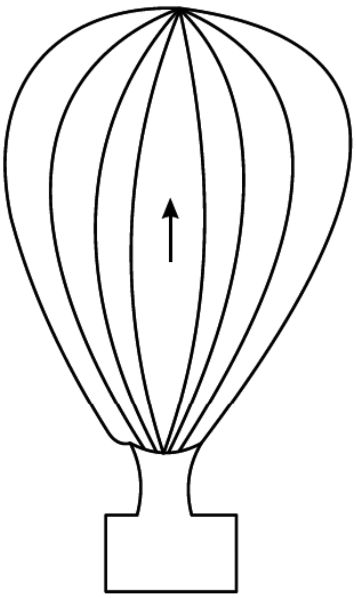
పటం 10.7(b) : ప్రవాహి సాంద్రత కన్నా తక్కువ సాంద్రత ఉన్న వస్తువు పూర్తిగా మునిగినప్పుడు దానిపై ఫలిత బలం పైవైపుకు ఉంటుంది



పటం 10.7(c) : ప్రవాహి సాంద్రత కన్నా ఎక్కువ సాంద్రత ఉన్న వస్తువు మునుగుతుంది.

పటం 10.7

ఉత్ప్లవన బలానికి మరొక ఉదాహరణగా, వేడిగాలి నింపిన బెలూన్ చలనమును చెప్పుకోవచ్చు (పటం 10.8). వేడిగాలి సాంద్రత, చల్లనిగాలి సాంద్రత కన్నా తక్కువగా ఉంటుంది. కావున బెలూన్‌పై పనిచేసే ఫలిత ఉత్ప్లవన బలం ఊర్ధ్వదిశలో ఉండటం వల్ల అది గాలిలో తేలుతుంది.



పటం 10.8 గాలిలో తేలుతున్న వేడిగాలి గల బుడగ

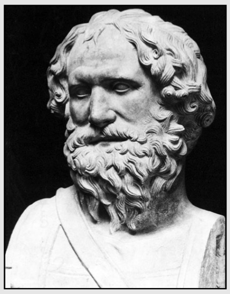
తేలుతున్న వస్తువులు

కర్రముక్క నీటిపై తేలడం మీరు చూసే ఉంటారు. సమతాస్థితిలో దానిపై పనిచేసే బలాలను గుర్తించగలరా? ఒకటి గురుత్వాకర్షణ బలం. ఇది వస్తువును (కర్రముక్కను) క్రిందకు లాగుతుంది. తొలగించిన నీరు ఉత్ప్లవన బలంను ప్రయోగిస్తుంది. ఇది కర్రముక్కపై పైకి పనిచేస్తుంది. సమతాస్థితిలో ఈ రెండు బలాలు ఒక దానినొకటి తులనం చేసుకోవడం వల్ల కర్రముక్క నీటిపై తేలుతుంది. అంటే తేలుతున్న వస్తువులు, తమ భారానికి సమానమైన ప్రవాహిని తొలగిస్తాయని తెలుస్తున్నది.

ఆర్కిమెడిస్ (287 - 212 BC)

గ్రీకు దేశస్తుడైన ఆర్కిమెడిస్ తనకాలంలోని ఎంతో మంది శాస్త్ర వేత్తలకన్నా గొప్ప భౌతిక శాస్త్రజ్ఞుడు, ఇంజనీరు మరియు గణితమేథావి. వస్తువులపై ఉత్ప్లవన బల ప్రభావాన్ని కనుగొనడం ద్వారా ప్రపంచ ప్రసిద్ధిగాంచినాడు. ఇతను కనుగొన్న 'ఆర్కిమెడిస్ మర నేటికి వినియోగంలో ఉన్నది. ఇది వాలుగా ఉండి

త్రిప్పడానికి అనువుగా ఉండే మరగొట్టము. దీనిని ఓడల నుండి నీటిని తోడడానికి ఉపయోగించేవారు. తులాదండాలు, కప్పీలు నిర్మించడంతో పాటు ఉండేలు (Catapult) ను కూడా కనిపెట్టాడు.



ఒకసారి, తన స్వంత పట్టణమైన 'సైరస్' కు రాజైన హైరన్ (Hieron) తన కిరీటానికి సంబంధించి అనుమానమెచ్చింది. అది నిజమైన బంగారంతో చేయబడిందా? లేక ఇతర లోహాలు కలుపబడి కల్తీచేయబడిందా? తెలుసుకోవాలని, ఆర్కిమెడిస్‌ను కిరీటం పాడుచేయకుండా ఆ పనిచేయమని ఆదేశించాడు. నీటి తొట్టిలో స్నానం చేయడానికి నీటిలో మునిగినప్పుడు పాక్షికంగా భారం తగ్గినట్లు అనిపించింది. ఈ విషయం తెలుసుకున్న ఆనందంలో దుస్తులు లేకుండా 'యురేకా' అంటే నేను కనుగొన్నాను అన్న అర్థం వచ్చేలా అరుస్తు రోడ్లవెంట పరుగుతీసాడు.

10.3 పాస్కల్ సూత్రం

బస్సులో ప్రయాణించేటప్పుడు దానిని అపడానికి డ్రైవర్ తక్కువ బలంతో బ్రేకులను నొక్కి బస్సు ఆపడాన్ని మీరు గమనించే ఉంటారు. హైడ్రాలిక్ జాక్ ఉపయోగించి కార్లనుగాని, ట్రక్కులనుగాని కావలసిన ఎత్తుకు లేపడం గమనించారా? ఇది గమనించడానికి సమీపంలోని మోటారు రిపేరు దుకాణానికి (Mechanic shop) వెళ్ళి చూడండి. కాటన్ బేళ్ళను కట్ట కట్టడానికి (packing) ఉపయోగించే హైడ్రాలిక్‌ప్రెస్ కూడా ఇదే సూత్రంపై పనిచేస్తుంది.

ఈ పరికరాలన్నీ పాస్కల్ సూత్రం ఆధారంగా పనిచేస్తాయి. అది ఏదైనా పూర్తిగా మూసి ఉన్న పాత్రలో ద్రవం పై ఏ భాగంలో నైనా కలిగించిన పీడనం ద్రవం అంతటా సమానంగా విస్తరించడంతో పాటు, పాత్రగోడలపై కూడా అంతే పీడనాన్ని కలిగిస్తుంది. దీనిని పాస్కల్ సూత్రం అంటారు.

ఈ నియమాన్నే 'ద్రవపీడన ప్రసరణ నియమం' అని కూడా అంటారు.

10.3.1 పాస్కల్ నియమ అనువర్తనాలు

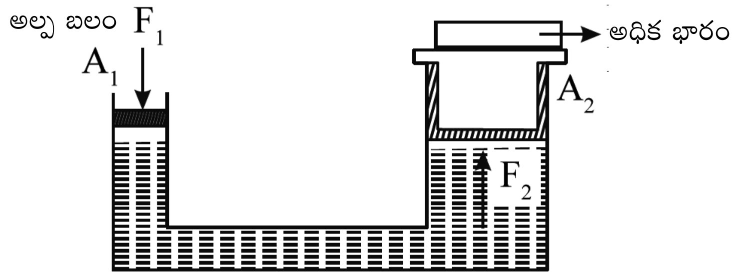
(A) హైడ్రాలిక్ ప్రెస్/త్రాసు/జాక్/లిఫ్ట్

హైడ్రాలిక్ ప్రెస్, పాస్కల్ నియమానుసారం పనిచేసే పరికరం. అల్పబలాన్ని ఉపయోగించి అధికభారాలను లేపవచ్చును. దీని సాధారణ ఏర్పాటు పటం 10.9 లో చూపబడింది. A_1 అల్ప వైశాల్యమున్న ముషలకం (Piston) పై F_1 బలాన్ని ప్రయోగించామనుకోండి. వేరొక వైపు ఎక్కువ వైశాల్యం గల A_2 ముషలకం అధిక బరువులను ఉంచే ప్లాట్ ఫారం (ఆధారం) కు బిగించబడి ఉంటుంది. రెండు ముషలకాల మధ్య ఉన్న గొట్టంలోని ద్రవం ద్వారా చిన్న ముషలకంపై ఉన్న పీడనం పెద్ద ముషలకానికి రవాణా చేయబడుతుంది. రెండు ముషలకాలపై పీడనం సమానం కావున తక్కువ వైశాల్యం ఉన్న ముషలకం పై పీడనం

$$P = \frac{\text{బలం}}{\text{వైశాల్యం}} = \frac{F_1}{A_1}$$

పాస్కల్ నియమము ప్రకారం, ఈ పీడనం ద్రవం ద్వారా అధిక వైశాల్యం (A_2) ఉన్న గొట్టంకు సరఫరా అవుతుంది. కావున పెద్ద ముషలకం పై పనిచేసే బలం

$$F_2 = \text{పీడనం} \times \text{వైశాల్యం} = \frac{F_1}{A_1} \times A_2 \qquad (10.5)$$

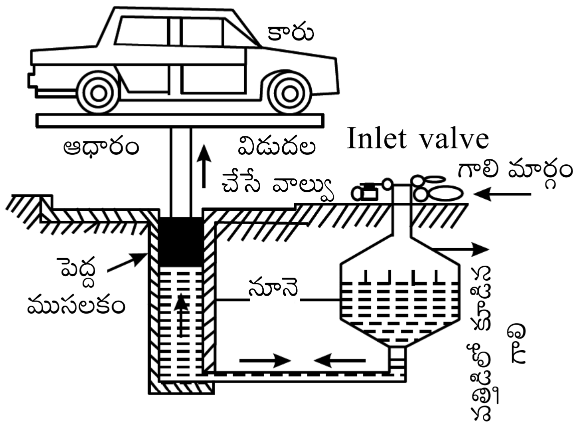


పటం 10.9 హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్

సమీకరణం 10.5 నుండి $F_2 > F_1$ ఇది $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$ నిష్పత్తికి సమానంగా ఉంటుంది.

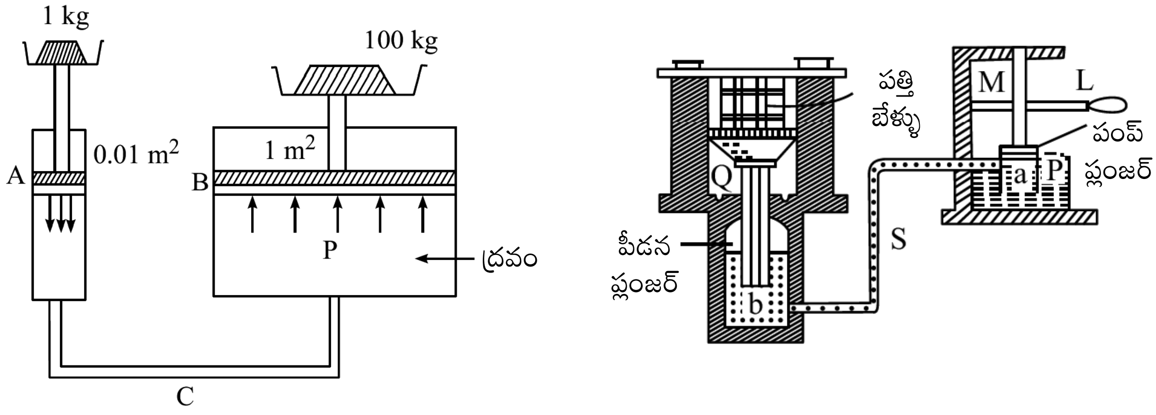
ఇదే విధమైన ఏర్పాటుతో, కొద్ది పాటిమార్పులతో, హైడ్రాలిక్ ప్రెస్, హైడ్రాలిక్ త్రాసులు (Balance) హైడ్రాలిక్ జాక్ నిర్మితమై ఉంటాయి.

(B) హైడ్రాలిక్ జాక్ లేదా కారులు లేపే యంత్రం (Car lift) : ఆటోమెబైల్ వర్క్‌షాప్ (సర్వీసు స్టేషన్)లలో, కార్లు, బస్సులు, ట్రక్కులు మొదలైన వాటిని పైకి లేపి వాటి కింద మెకానిక్ రిపేరు చేయడం మీరు చూసే ఉంటారు. (పటం 10.10) దీనిని పీడనంను కలిగించడం ద్వారా చేయవచ్చు. ఈ పీడనం కారును పైకి లేపడానికి సరిపడా బలాన్ని ఏర్పరచడానికి ద్రవం ద్వారా పెద్ద తలానికి సరఫరా అవుతుంది.



పటం 10.10 హైడ్రాలిక్ జాక్

(C) హైడ్రాలిక్ బ్రేకులు (Hydraclic Brakes) : బస్సులు లేక కార్ల వంటి వాహనాలలో ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు, డ్రైవరు బ్రేక్ పెడల్‌పై కొద్దిపాటి బలాన్ని కాలితో ప్రయోగించి వాటిని ఆపడం మీరు చూసే ఉంటారు. ఈ విధంగా కలిగించిన వత్తిడి, బ్రేక్ ఆయిల్ ద్వారా స్లేవ్ సిలిండర్స్ (Slave cylinders) లోని పిస్టన్ (Piston) ను నెట్టుతుంది. ఈ పిస్టన్, వాహనపు నాలుగు చక్రాలలోని బ్రేక్ షూస్‌ను ఒకేసారి బ్రేక్‌డ్రమ్‌పైకి నెడుతుంది. దీని ఫలితంగా ఒకేసారి నాలుగు చక్రాలు తిరగడం ఆగి, వాహనం వెంటనే ఆగిపోతుంది.



(a) హైడ్రాలిక్ బాలన్స్ (b) హైడ్రాలిక్ ప్రెస్

పటం 10.11

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 10.1

1. స్కేటింగ్ కొరకు ఉపయోగించే బూట్లు పరిమాణంలో పెద్దవిగా ఎందుకు ఉంటాయి?
2. నీటి సాంద్రత 1.024×10^3 kg m^{-3}, వాతావరణ పీడనం 1.01×10^5 Pa మరియు గురుత్వ త్వరణం $g = 9.80$ ms^{-2} గా తీసుకొని, 1500 m లోతులో సముద్రములో పీడనాన్ని లెక్కగట్టండి.
3. 5000 kg-wt భారమున్న ఒక ఏనుగు 10 చ.మీ. వైశాల్యమున్న హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్ పీఠంపై నిలబడి ఉంది. 0.05 m^2 వైశాల్యమున్న చిన్న పీఠంపై 25 kg-wt భారమున్న బాలుడు నిలబడి ఆ ఏనుగును లేపగలడా లేక సరితూగగలడా?
4. మొనదేలిన సూదిని శరీరంపై ఉంచి గుచ్చినపుడు, చర్మంపై గాయమౌతుంది. అంతే వత్తిడిని ఒక కడ్డీపై కలిగించినపుడు చర్మానికి గాయం కాదు. ఎందుచేత?
5. ఒక పెద్ద హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్‌లో 50 kg వస్తువును, 0.1 m^2 వైశాల్యమున్న చిన్న ముషలకంపై ఉంచారు. ఈ హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్ 10 m^2 వైశాల్యమున్న పెద్ద పిస్టన్ సంతులనం చేయగలిగే గరిష్ఠ భారాన్ని కనుగొనండి.

10.4 తలతన్యత

బాహ్యబల ప్రభావం లేనపుడు, ద్రవబిందువులు గోళాకారం సంతరించుకోవడం మనకు నిత్యానుభవమే. పాదరసం కొద్దిగా నేలపై ఒలికినప్పుడు అది చిన్నచిన్న గోళాకారబిందువులుగా విడిపోతుంది. కొళాయి నుండిగాని, షవర్ నుండిగాని పడే నీటి బిందువులు కూడా గోళాకారంగా ఉంటాయి. ఇవి అలా ఎందుకుంటాయో తెలుసా? చిన్నప్పుడు, సబ్బునీటితో మీరు బుడగలు ఊదే ఉంటారు. కాని సాధారణ నీటితో అలా బుడగలు ఊదలేము. ఈ అనుభావలన్నింటిని ద్రవాల లక్షణమైన 'తలతన్యత'తో వివరించ వచ్చును. దీనిని అర్థంచేసుకోవడానికి క్రింది కృత్యం చేయండి.

కృత్యం 10.1

1. సబ్బు ద్రావణాన్ని తయారు చేయండి.

2. కొద్దిగా గ్లిసరిన్ కలపండి.
3. సన్నటి, దృఢమైన గాజులేక ప్లాస్టిక్ గొట్టాన్ని తీసుకోండి.
4. కొంత సబ్బు ద్రావణం దానిలోకి వచ్చే విధంగా ఒక చివర సబ్బు ద్రావణంలో ముంచండి.
5. గొట్టంను బయటకు తీసి రెండవ చివర నుండి నోటితో గాలిని ఊదండి.
6. పెద్దవైన సబ్బు బుడగలు ఏర్పడతాయి.
7. గొట్టాన్ని విదిలించి, బుడగ గాలిలో తేలేటట్లు చేయండి.

ద్రవాల తలతన్యతను అర్థం చేసుకోవడానికి క్రితం పాఠంలో చదివిన అంతర అణుబలాల గురించి ఒకసారి గుర్తుచేసుకోండి. అణువుల, పరమాణువుల కేంద్రాల మధ్య దూరంతో అంతర అణు బలాల మార్పును కిందటి పాఠంలో చదివారు.

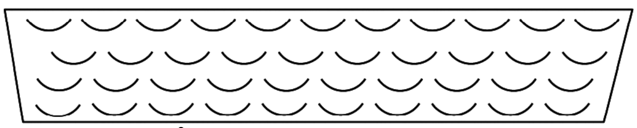
అంతర అణు బలాలు రెండు రకాలు, సంసంజన బలాలు మరియు అసంజన బలాలు. ఒకే పదార్థపు అణువుల మధ్య ఉండే ఆకర్షణ బలాన్ని సంసంజన (cohesive) బలం అంటారు. భిన్న పదార్థాల అణువుల మధ్య ఉండే ఆకర్షణ బలాన్ని అసంజన (adhesive) బలం అంటారు. ఈ అసంజన బలమే మనం కాగితంపై రాయడానికి ఉపకరిస్తుంది. గమ్, ఫెవికాల్ మొదలైనవి ఎక్కువ అసంజనాన్ని చూపిస్తాయి.

ఇప్పుడు మీరు, నీరు ఎందుకు గాజు పలకలను తడుపుతుందో, కాని పాదరసం అలా ఎందుకు చేయదో వివరించగలరు కదా!

కృత్యం 10.2

గాజు మరియు నీటి అణువుల మధ్య పనిచేసే అసంజన బలాల్ని (adhesive forces) చూపించడానికి

1. శుభ్రమైన గాజు పలకను తీసుకోండి.
2. కొన్ని నీటి బిందువులను దానిపై చల్లండి.
3. నీరున్న గాజుతలాన్ని క్రిందికి వచ్చేలా గాజు పలకను తలక్రిందులు చేయండి.
4. నీటి బిందువులను పరిశీలించండి.

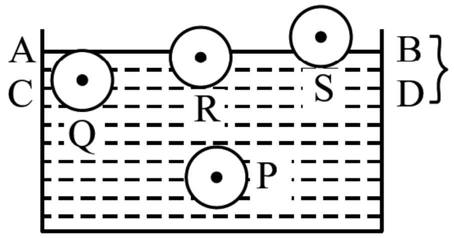


పటం 10.12 గాజు పలకకు అంటుకొని ఉన్న నీటి బిందువులు

పటం 10.12లో చూపినట్లు గాజు మరియు నీటి అణువుల మధ్య ఉండే అసంజన బలం నీటి బిందువులు గాజు పలక తలానికి అంటుకొని ఉండేలా చేస్తాయి.

10.4.1 ఉపరితల శక్తి

పాత్రలో ఉన్న ద్రవ ఉపరితలం పై ఉండే పొర మిగతా ద్రవంకన్నా భిన్నమైన ధర్మాన్ని ప్రదర్శిస్తుంది. పటం 10.13 లో ద్రవంలో వివిధ ఎత్తులలో అణువులు చూపబడ్డాయి. పూర్తిగా నీటిలో ఉన్న P అణువు తన చుట్టూ ఉండే అన్ని అణువులచే సమానంగా ఆకర్షింపబడుతుంది. కాని ఉపరితలం వద్ద ఉండే అణువుల విషయంలో అలా ఉండదు.



పటం 10.13 P,Q లపై ఫలిత బలం శూన్యం కాని R, S అణువులపై ఫలిత బలం క్రిందకు ఉంటుంది

ఉపరితలం వద్ద ఉన్న S మరియు R అణువులపై ద్రవం లోపలికి ఫలిత బలం పనిచేస్తుంది. ఎందుచేతనంటే, వాటి చుట్టూ ప్రభావగోళంలో పై నుండే అర్ధభాగంలో ఉన్న ఆకర్షించే అణువుకంటే లోపలి అర్ధభాగంలో ఎక్కువ అణువులు ఆకర్షించడమే. ద్రవ ఉపరితలం పై భాగం లేదా ద్రవం-గాలి సరిహద్దు వద్ద ఉండే ద్రవ అణువులపై అధో బలం పని చేస్తుంది. ఎందుకంటే వీటికి కింద ఉన్న అర్ధగోళంలోనే ఎక్కువ అణువులు ఉంటాయి. కావున ఏదైనా ద్రవం ఉపరితలం వద్దకు అణువులు రావాలంటే, ద్రవంలోనికి పనిచేసే ఫలిత బలానికి వ్యతిరేకంగా పని జరగాలి. దీని వల్ల అణువుల స్థితిజశక్తి పెరుగుతుంది. అంటే, ద్రవ ఉపరితలం అదనపు శక్తిని కలిగి ఉంటుంది. దీనినే "ఉపరితల శక్తి" (Surface energy) అంటారు.

ఏదైన ఒక వ్యవస్థ సమతా స్థితిలో ఉండాలి అంటే, దాని స్థితిజశక్తి కనిష్టంగా ఉండాలి. అందుకు ద్రవ ఉపరితల వైశాల్యం కనిష్ఠంగా ఉంటే సరిపోతుంది. ఈ కారణం వల్లనే నిశ్చల స్థితిలో ద్రవాల స్వేచ్ఛాతలం కనిష్ఠ వైశాల్యాన్ని పొందడానికి ప్రయత్నిస్తుంది. ఇది తలంలో తన్యతను ఏర్పరుస్తుంది. దీన్ని 'తలతన్యత' అంటారు.

తలతన్యత ద్రవాల ఉపరితలాలకు ఉండే ధర్మం. దీని వల్ల ద్రవం దాని ఉపరితలాన్ని తగ్గించుకొనే ఉన్ముకత (tendency) ను కలిగి ఉంటుంది. దీని ఫలితంగా ద్రవ ఉపరితలాలు ఒక సాగదీసిన పొరవలె పనిచేస్తాయి. ఒక సూదిని జాగ్రత్తగా నీటిపై ఉంచి, తేలేలా చేసి, ఈ విషయాన్ని చూడవచ్చు.

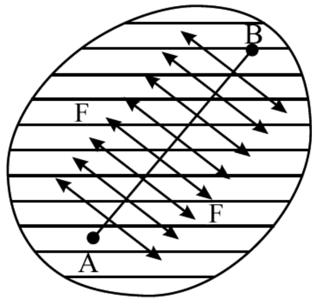
ఈ తలతన్యతా ధర్మాన్ని భౌతికంగా అర్థం చేసుకోడానికి ప్రయత్నిద్దాం. నిశ్చలంగా ఉన్న ఒకద్రవతలంపై AB ఊహారేఖను గీసామనుకోండి (పటం. 10.14). రేఖకు ఇరువైపుల ఉన్న తలం వేరొకవైపు ఉన్న తలంపై లాగుడు బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది.

తలతన్యతను క్రిందివిధంగా నిర్వచించవచ్చును.

"ద్రవం ఉపరితలంపై ప్రమాణ పొడవుకు లంబంగా పనిచేసేబలం".

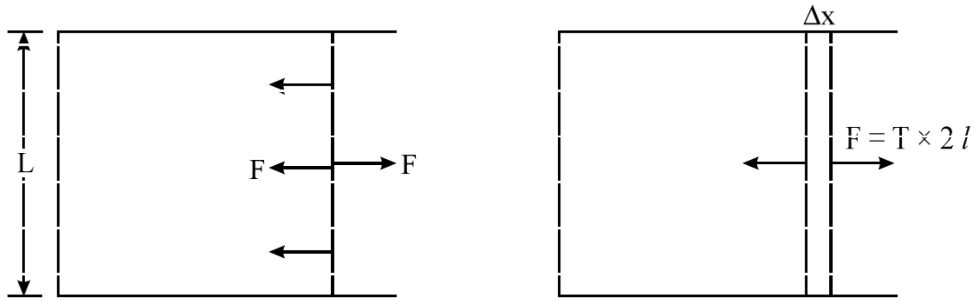
$$T = \frac{F}{L} \qquad (10.6)$$

తలతన్యత T తోను, L పొడవు గల ఊహారేఖకు లంబ దిశలో పనిచేసే మొత్తం బలం F తోను సూచించబడ్డాయి (పటం 10.14). తల తన్యతకు SI ప్రమాణాలు Nm^{-1}, మితులు $[MT^{-2}]$.



పటం 10.14 ద్రవతలంపై తలతన్యతా దిశ

పటం 10.15 లో చూపినట్లు ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు చట్రాన్ని తీసుకొని దానిపై, జారడానికి అనువుగా ఉండేటట్లు ఒక తీగను అమర్చండి. ఈ చట్రాన్ని సబ్బు నీటిలో ముంచి వెలుపలికి తీసినప్పుడు అందులో రెండు తలాలతో కూడిన సబ్బుపొర ఏర్పడుతుంది. సబ్బుపొర రెండుతలాలు జారుడు తీగకు స్పృశించుకొని ఉంటాయి. ఈ రెండు పొరలవల్ల తీగపై తలతన్యత పనిచేస్తుందని చెప్పవచ్చు.



పటం 10.15 సమతాస్థితిలోని పొర

సబ్బునీటి తలతన్యత T, తీగపొడవు L అయిన, తీగపై ఒకపొర వల్ల పనిచేసే బలం $T \times L$. కావున రెండుపొరల వల్ల (పై పొర, అడుగు పొర) తీగపై పనిచేసే బలం = 2TL.

పొర ఉపరితలం Δx క్షీణించిందని అనుకుందాం. జారుడు తీగను సమతాస్థితిలో ఉంచడానికి దానిపై స్థిరమైన బాహ్యబలం F ను ప్రయోగించాల్సి ఉంటుంది.

స్థిరవడితో తీగను Δx దూరం బయటకు లాగి ద్రవం పొర వైశాల్యాన్ని, పటం 10.15(b) లో చూపిన విధంగా పెంచినప్పుడు ఆ పొరపై జరిగిన పనిని ఈ క్రింది విధంగా లెక్కించవచ్చు.

$$W = F \times \Delta x = 2LT \times \Delta x$$

$$W = T\ 2\ (L \times \Delta x)$$

$2(L \times \Delta x)$ అనేది రెండు సబ్బుపొరల వైశాల్యంలో మొత్తం పెరుగుదల. దీనిని A తో సూచించిన, సబ్బు పొరపై జరిగిన పనికి సమీకరణం

$$W = T \times A$$

బాహ్య బలం వల్ల జరిగిన ఈ పని కొత్తగా (అదనంగా) ఏర్పడిన పొర ఉపరితలంపై స్థితిజశక్తిగా నిల్వ ఉంటుంది. ఈ శక్తినే 'ఉపరితల శక్తి' అంటారు. పై సమీకరణం నుండి, తలతన్యతకు సమీకరణాన్ని క్రింది విధంగా రాయవచ్చును.

$$T = \frac{W}{A} \qquad (10.7)$$

కాబట్టి 'ఒక ద్రవపు స్వేచ్ఛా తల వైశాల్యాన్ని ఒక ప్రమాణం పెంచుటకు చేయవలసిన పనిని, ఆ ద్రవపు తలతన్యత' అని కూడ నిర్వచించవచ్చును. తలతన్యత, ప్రమాణ వైశాల్యములోని ద్రవపు ఉపరితల శక్తికి సమానం అని కూడా చెప్పవచ్చు.

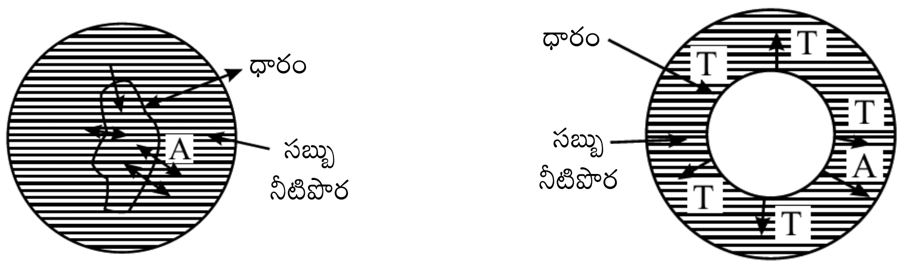
తలతన్యతకు సంబంధించి క్రింది అంశాలను నిర్ధారించవచ్చును.

- ద్రవ ఉపరితల ధర్మము లేదా ద్రవము మరియు గాలి వంటి వేరు వేరు పదార్థాల ఉమ్మడితల ధర్మము.
- ద్రవపు స్వేచ్ఛాతల వైశాల్యాన్ని తగ్గించడానికి ప్రయత్నిస్తుంది.
- ద్రవపు స్వేచ్ఛాతలంపై, స్పర్శీయంగా ఉండే ఏదైనా రేఖకు లంబంగా పనిచేస్తుంది.
- అంతర-అణు బలాల వల్ల కలుగుతుంది. ఈ బలాలు ఉష్ణోగ్రతపై ఆధారపడతాయి.
- ఉష్ణోగ్రత పెరిగే కొద్ది తగ్గుతుంది.

క్రింద వివరింపబడ్డ సరళమైన ప్రయోగం, ద్రవ తలాల తలతన్యతా ధర్మాన్ని అర్థం చేసుకొనడానికి ఉ పయోగపడుతుంది.

కృత్యం 10.3

సన్నటి తీగలో చేయబడ్డ వృత్తాకారపు పలుచటి చట్రాన్ని తీసుకొని, సబ్బునీటిలో ముంచి తీయండి. చట్రంలో ఒక సబ్బుపొర ఏర్పడుతుంది. ఈ సబ్బు పొరపై దారంతో చేసిన ఒక చిన్న ఉచ్చు (loop) ను జాగ్రత్తగా జారవిడవండి. క్రమాకారం లేకుండా ఉచ్చు, పొరకు అతుక్కుంటుంది. పటం 10.16(a) ఒక సూదితో ఉచ్చులోని సబ్బు పొరను గుచ్చండి ఇప్పుడు ఏం జరుగుతుందో గమనించండి.



(a) సబ్బు పొరకు అతుక్కున్న దారపు ఉచ్చు **(b) లోపల సబ్బు పొర లేని ఉచ్చు ఆకారం**

పటం 10.16

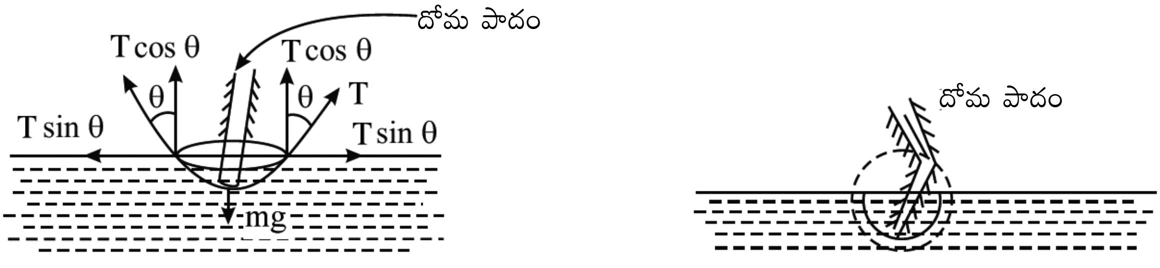
పటం 10.16(a)లో చూపినట్లు దారపు ఉచ్చు వృత్తాకారాన్ని సంతరించుకుంటుంది. మొదట దారపు ఉచ్చు, లోపల, వెలుపల గల సబ్బుపొరలు సమాన బలాన్ని కలిగించడం వల్ల (వెలుపలికి, లోపలికి) దాని ఆకారంలో మార్పు ఉండదు. ఎప్పుడైతే లోపలిపొర ఛేదించబడిందో అప్పుడు, దారంపై వెలుపలవైపు ఉన్న సబ్బుపొర తన్యతా బలాన్ని అన్ని వైపులా సమానంగా కలిగించడం వల్ల, ఉచ్చు వృత్తాకారాన్ని సంతరించుకుని కనిష్ఠ వైశాల్యాన్ని పొందుతుంది.

10.4.2 తలతన్యత అనువర్తనాలు

(A) నీటిపై వాలిన దోమలు

వర్షాకాలంలో ఎక్కువగా వ్యాపించే డెంగ్యూ, మలేరియా మరియు చికన్‌గున్యా వంటి వ్యాధులకు కారణమయ్యే దోమల లార్వా, గ్రుడ్లు శుభ్రమైన నిల్వ ఉన్న నీటిలో తేలడం మీరు గమనించే ఉంటారు.అలాగే దోమలు

కూడా నీటిపై వాలి ఉండడం ఎప్పుడైనా గమనించారా? తలతన్యత వల్ల అవి నీటిలో మునిగిపోవు. నీటితలంపై ఉన్న దోమ పాదాల క్రింద ఉన్న భాగం దోమ భారానికి పుటాకార ఆకారం పొందుతుంది. ఈ వక్ర ఉపరితలంపై పనిచేసే స్పర్శరేఖా దిశలోని తలతన్యతా బలం యొక్క లంబ అంశం ఊర్ధ్వదిశలో ఉంటుంది. పటం (10.17) ఈ ఊర్ధ్వబల అంశం, దోమ పాదాల పొడవు వెంబడి పనిచేసి, లంబంగా క్రిందికి పనిచేసే దోమ భారాన్ని తులనం చేస్తుంది. అందువల్ల నీటిపై దోమ కూర్చొన గలుగుతుంది.



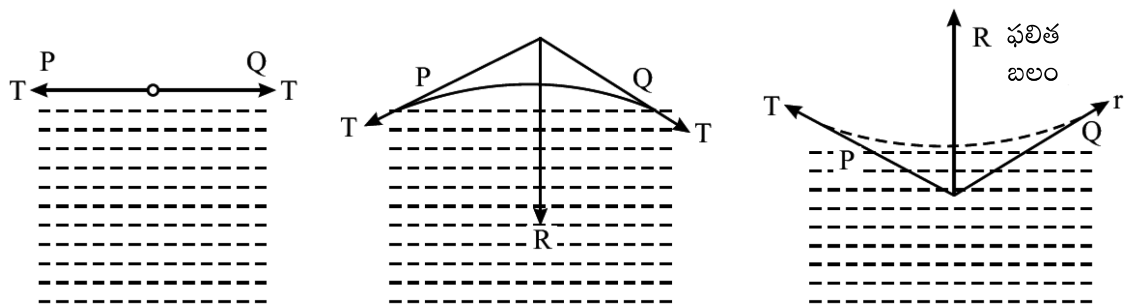
(a) దోమ పాదం క్రింద ఏర్పడే గుంట వల్ల ద్రవతలం నెలవంక ఆకారాన్ని ఏర్పరచుకుంటుంది.

(b) ఆవర్ధనం చేయబడిన ప్రతిబింబం

పటం 10.17 దోమభారాన్ని, తలతన్యతాబల అంశం $2\pi r\, T\cos\theta$ తులనం చేస్తుంది

(B) గోళకార వక్రతలపు పుటాకార తలంపై అధిక పీడనం

పటం 10.18(a)లో చూపిన విధంగా ద్రవ ఉపరితలంపై చిన్న ఉపరితల అంశంను ఊహించండి. ఆ అంశంపై PQ ప్రమాణ పొడవుగల రేఖను భావించండి. ఉపరితలం సమాంతరంగా ఉన్నచో $\theta = 90°$, అంశానికి రెండు వైపులా ఉన్న తలతన్యతా బలం తులనం అవుతుంది. అంటే తలంపై ఫలితబలం శూన్యము. ద్రవతలం పటం 10.18(b)లో చూపినట్లు కుంభాకారంగాగాని, పటం 10.18(c) లో చూపినట్లు పుటాకారంగాగాని ఉంటే, తలతన్యత వల్ల రేఖ PQ పై రెండు వైపులా పనిచేసే ఫలితబలం R ఆ వక్రతలం వక్రతా కేంద్రంవైపు ఉంటుంది.

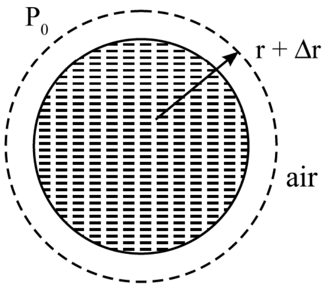


(a) సమతల ఉపరితలం (b) కుంభాకార ఉపరితలం (c) పుటాకార ఉపరితలం

పటం 10.18

కనుక, ద్రవం ఉపరితలం వక్రం ఆకారంలో ఉన్నప్పుడు, తలతన్యత ఆ వక్రతలం కేంద్రం వైపుకు వత్తిడిని కలుగజేస్తుంది. తలంపై వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేసే వత్తిడి దీనిని సంతులనం చేస్తుంది. కనుక అన్ని సందర్భాలలో పుటాకార ద్రవ తలంపై అధిక వత్తిడి ఉంటుంది.

(i) గోళాకార బిందువు : ఒక ద్రవ బిందువుకు ఒకే ఉపరితలం ఉంటుంది (గాలితో తాకునట్లు ఉన్న ద్రవతలాన్ని ద్రవ ఉపరితలం అంటారు) r వ్యాసార్ధం ఉన్న ఒక చిన్న గోళాకార ద్రవ బిందువులో అధిక పీడనం P (ద్రవ బిందువు లోపలివైపు తలం పుటాకారంగాను, వెలుపలివైపు కుంభాకారంగాను ఉంటుంది). అయిన



పటం 10.19(a) గోళాకార బిందువు

$$P = (P_i - P_0)$$

P_i మరియు P_0 లు వరుసగా ద్రవ బిందువు లోపల, వెలుపలి పీడనాలు (పటం 10.19(a))

గోళ వ్యాసార్ధం, స్థిర అదనపు పీడనం P వల్ల Δr పెరిగిన, గోళాకార బిందువు ఉపరితల వైశాల్యంలో పెరుగుదల

$$\Delta A = 4\pi (r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2 = 8 \pi r \Delta r$$

పై సమాసంలో Δr యొక్క రెండవ ఘాతాన్ని విస్మరించాం. (దీని విలువ చాలా అల్పం)

ద్రవ బిందు వైశాల్యం పెరగడానికి బిందువుపై జరిపిన పని

$$W = \text{అదనపు ఉపరితల శక్తి} = T\Delta A = T (8 \pi r \Delta r) \qquad (10.8)$$

ద్రవ బిందువు సమతాస్థితిలో ఉంటే, ఈ అదనపు ఉపరితల శక్తి, అదనపు పీడనం (excess pressure) P లేదా పీడన భేదం జరిపిన పనికి సమానం.

$$\text{జరిగిన పని} = P\Delta V = P (4\pi r^2 \Delta r) \qquad (10.9)$$

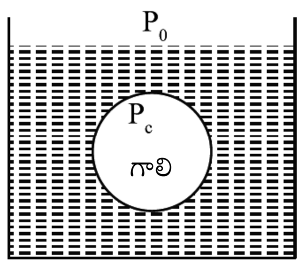
సమీకరణాలు (10.8) మరియు (10.9) ల నుండి

$$P\, 4\pi r^2 \Delta r = T\, 8 \pi r \Delta r$$

లేదా
$$P = \frac{2T}{r} \qquad (10.10)$$

(ii) నీటిలోని గాలి బుడగలు : నీటిలోని గాలి బుడగకు కూడా ఒకే తలం, లోపలి తలం ఉంటుంది. (పటం 10.19 (b)) కాబట్టి గాలి బుడగలోపలి అదనపు పీడనం P, తలతన్యత T, బుడగ వ్యాసార్ధం r అయిన

$$P = \frac{2T}{r} \qquad (10.11)$$



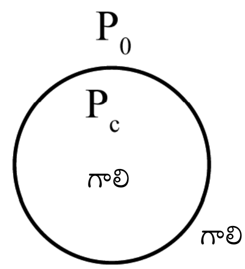
పటం 10.19(b) గాలిబుడగ వ్యాసార్ధం

(iii) గాలిలో తేలే సబ్బు బుడగ : సబ్బు బుడగకు రెండు సమాన ఉపరితల వైశాల్యాలు గల తలాలు ఉంటాయి. పటం 10.19 (c)లో చూపినట్లు ఒకటి వెలుపల మరొకటి లోపల, కావున గాలిలో తేలే సబ్బు బుడగలో అధిక పీడనం

$$P = \frac{4T}{r} \qquad (10.12)$$

T సబ్బు నీటి తలతన్యత.

ఇది, అంతే వ్యాసార్ధం ఉన్న గోళాకార బిందువులో లేదా నీటిలో ఉన్న గాలి బుడగలో కంటె రెండు రెట్లు ఉంటుంది. దీన్ని బట్టి సబ్బు బుడగను ఏర్పరచడానికి ఎందుకు కొంత అదనపు పీడనం అవసరమో మీకు అర్థం అయ్యే ఉంటుంది.



పటం 10.19(c) : గాలిలో తేలే సబ్బు బుడగ

ఉదాహరణ 10.2

కింది సందర్భాల్లో లోపల, వెలుపల ఉండే పీడన భేదాన్ని లెక్కించండి. (i) గాలిలోని సబ్బు నీటి బుడగ (ii) నీటిలోని గాలి బుడగ, (iii) గోళాకార నీటి బిందువు, వీటి వ్యాసార్ధాలు 1 మి.మీ, నీటి తలతన్యత = 7.2×10^{-2} Nm^{-1} మరియు సబ్బు నీటి తలతన్యత = 2.5×10^{-2} Nm^{-1}.

సాధన :

(i) r వ్యాసార్ధమున్న సబ్బునీటి బుడగలో అదనపు పీడనం $P = \frac{4T}{r}$

$$P = \frac{4 \times 2.5 \times 10^{-2}\ \text{Nm}^{-1}}{1 \times 10^{-3}\ \text{m}} = 100\,\text{Nm}^{-2}$$

(ii) నీటిలోని గాలి బుడగలో అదనపు పీడనం $P = \frac{2T'}{r}$

$$= \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2}\ \text{Nm}^{-1}}{1 \times 10^{-3}\ \text{m}} = 144\,\text{Nm}^{-2}$$

(iii) నీటి బిందువులో అదనపు పీడనం $P = \frac{2T'}{r}$

$$= \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2}\ \text{Nm}^{-1}}{1 \times 10^{-3}\ \text{m}} = 144\,\text{Nm}^{-2}$$

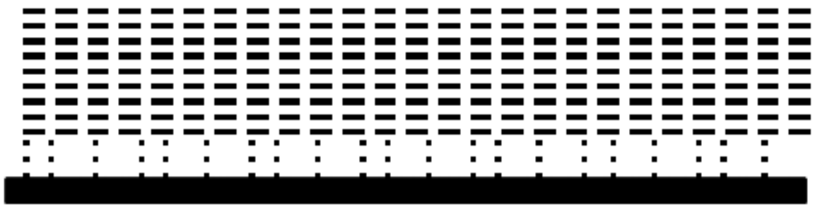
(C) డెటర్జంట్స్ (Detergents) - తలతన్యత

డెటర్జంట్స్ బట్టలపై నూనె మరకలను తొలగించే రకరకాల ప్రకటనలు మీరు చూసే ఉంటారు. నీటిని మలినాలు తొలగించే కారకంగా ఉపయోగిస్తారు. సబ్బులు, డెటెర్జంట్‌లు నీటి తలతన్యతను తగ్గిస్తాయి. హెచ్చు తలతన్యత గల శుభ్రమైన నీరు బట్టల పోగుల మధ్యలోకి పోయి మురికి కణాలను తొలగించలేదు. కాబట్టి డెటర్జంట్స్ కలిపిన నీరు, తగ్గిన తలతన్యత వల్ల సులభంగా బట్టల పోగుల మధ్య నుండి వెళ్ళి నూనె, ధూళి వంటి కణాలను తొలగిస్తుంది.

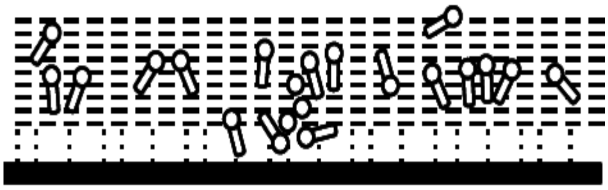
పరిశుభ్రమైన నీటి కంటె సబ్బు నీటికి తలతన్యత తక్కువ అనే విషయం మీకు తెలుసు. సబ్బు నీటికంటె డెటర్జంట్స్ కలిపిన నీటికి తలతన్యత ఇంకా తక్కువ. కాబట్టి సబ్బుల కంటే డెటర్జెంట్స్ మురికిని తొలగించడంలో

ఎక్కువగా ఫలితాన్నిస్తాయి. నీటిలో కరిగిన డెటర్జంట్, బట్టల పోగులకు అంటుకొని ఉన్న మురికి కణాల పట్టును సడలిస్తుంది. కాబట్టి బట్టను పిండడం (squeezing) ద్వారా మురికిని సులభంగా వదలగొట్టవచ్చు.

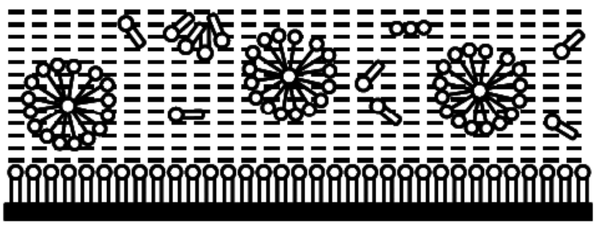
(a) గ్రీజు మలిన కణాలుగల ఫలకం (platter)



(b) నీటిని కలిపినప్పుడు మలినం తొలగించబడకుండుట



(c) డిటర్జెంట్ కలిపిన తరవాత దాని మైనం వంటి చివరలు నీరు, మలిన కణాలు కలిసే సరిహద్దువైపుకు ఆకర్షింపబడును



(d) డిటర్జెంట్ అణువులు, మలిన కణాన్ని చుట్టుముట్టి, మలిన కణం వేలాడేలా చేయును

పటం 10.20 డెటర్జంట్స్ పనిచేయు విధానం

డెటర్జంట్స్ కలిపినపుడు వాటి అణువులు నీరు మరియు నూనె కణాలను ఆకర్షించడంవల్ల, నీరు-నూనెల తలతన్యత (T) చాలా తగ్గును. అంతేకాక గోళాకార మలిన కణాల చుట్టూ డిటర్జంట్ దానిపై నీరు గల అంతర తలాలు ఏర్పడడానికి కూడా అనుకూలిస్తుంది. తలంపై చురుకుగా పనిచేసే డిటర్జంట్స్ వాడే ప్రక్రియ బట్టలను శుభ్రపరచడానికే కాక నూనెలు, ఖనిజాలు సంగ్రహించడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

(D) నీటిపై తేలే మైనపు బాతు : ద్రవాల్లో కరిగే మలినాల వల్ల వాటి తలతన్యత తగ్గునని మనకు తెలుసు. మైనపు బాతు బొమ్మ అడుగున ఒక కర్పూరపు బిళ్ళను అతికించి నిశ్చలమైన నీటిలో తేలేటట్లు వదిలితే అది ఒకటి రెండు నిమిషాల తరవాత నీటిపై అటు ఇటు కదులుతుంది. బొమ్మ అడుగున ఉన్న కర్పూరం నీటిలో కరగడంవల్ల బొమ్మ కింది నీటి తలతన్యత తగ్గుతుంది. ఈ కారణంగా బాతు బొమ్మ అడుగు భాగాన ఉన్న నీటి కన్నా దాని చుట్టూ ఉన్న నీటికి తలతన్యత ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఇది మొత్తం తలతన్యత బలంలో తేడాను కలగచేసి బొమ్మను కదిలిస్తుంది.

ఇంతవరకు నేర్చుకున్న అంశాలపై మీ అవగాహనను అంచనా వేయడానికి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 10.2

1. సంసంజన బలానికి, అసంజన బలానికి ఉన్న భేదమేమి?
2. చిన్న ద్రవ బిందువులు ఎందువల్ల గోళాకారాన్ని సంతరించుకుంటాయి?

3. ఘన పదార్థాలు తలతన్యతను చూపుతాయా? ఎందువల్ల?

4. ఒక సమతలంపై వలికిన పాదరసాన్ని దగ్గరగా చేర్చినపుడు గుండ్రని బిందువుగా ఎందుకు మారుతుంది?

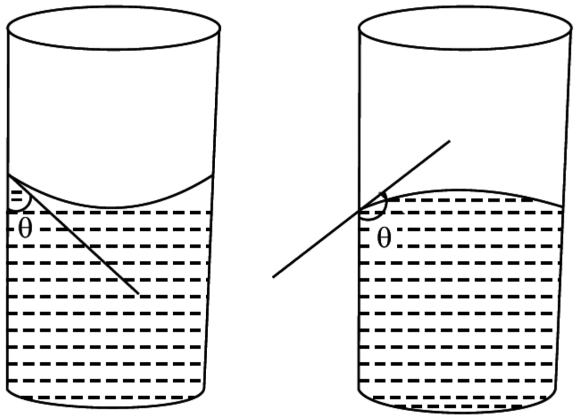
5. కింది వాటిలో ఎందులో అధిక పీడనం ఎక్కువ? (i) 2 సెం.మీ వ్యాసార్ధమున్న నీటిలోని గాలి బుడగ, నీటి తలతన్యత 727×10^{-3} Nm^{-1} లేదా (ii) 4 సెం.మీ. వ్యాసార్ధమున్న గాలిలోని సబ్బు బుడగ సబ్బునీటి తలతన్యత 25×10^{-3} Nm^{-1}.

10.5 స్పర్శా కోణం

ఏదైనా పాత్రలోని ద్రవపు స్వేచ్ఛా ఉపరితలం వక్రంగా ఉంటుందని గమనించి ఉంటారు. ఉదాహరణకు గాజు జాడిలో పోసిన నీటి ఉపరితలం పుటాకారంగా, అదే మైనం పూత ఉన్న పాత్రలో పోసిన నీటి ఉపరితలం కుంభాకారంగా ఉంటుంది. అదే విధంగా గాజు జాడిలో పోసిన పాదరసం ఉపరితలం కుంభాకారంగా ఉంటుంది. కాబట్టి పాత్రలోని ద్రవపు స్వేచ్ఛాతలం (ఉపరితలం) ఆకారం ద్రవ స్వభావం పైన, పాత్ర తయారైన పదార్థంపైన మరియు ద్రవ తలంపై ఉన్న యానకంపైన ఆధారపడుతుంది. దీన్ని వివరించే లక్ష్యంతో స్పర్శాకోణం భావన ప్రవేశపెడుతున్నాం.

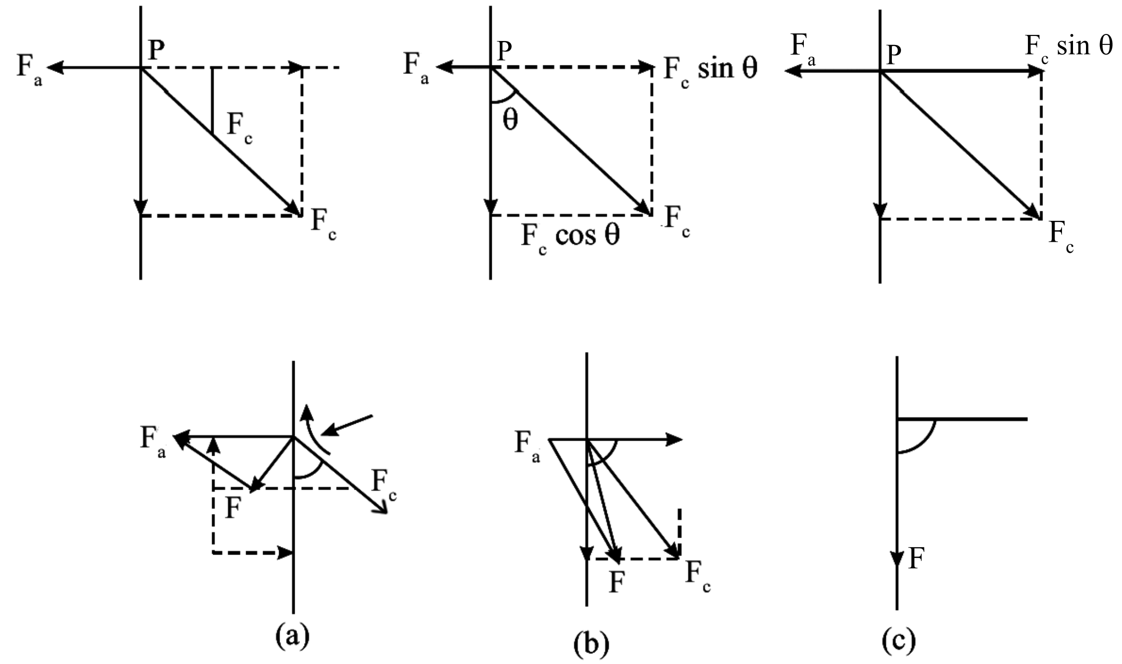
ద్రవతలం పాత్ర గోడలను తాకే బిందువు వద్ద ద్రవతలానికి గీసిన స్పర్శరేఖకు, పాత్ర గోడకు గీసిన స్పర్శా తలంకు ద్రవంలో గల కోణాన్ని స్పర్శ కోణం అంటారు.

పటం 10.21లో గాజు జాడీ మరియు పారఫిన్ జాడీలలో నీటికి స్పర్శాకోణాలను చూపుతుంది. పుటాకార మినిస్కస్‌కు స్పర్శాకోణం లఘుకోణం ఉదా : నీరు-గాజుకు. కుంభాకార మినిస్కస్‌కు గురుకోణం (90^0 కన్నా ఎక్కువ). ఉదాహరణకు, పారఫిన్‌లో నీరు లేదా గ్లాస్ గొట్టంలో పాదరసం.



పటం 10.21(a) గాజు జాడి (b) మైనపు జాడిల్లో నిటిని నింపినపుడు నీటి స్వేచ్ఛాతలం స్వభావం

పాత్రలోని ద్రవ ఉపరితలంపై పాత్ర మినిస్కస్ సరిహద్దు వద్ద ఉన్న అణువుపై అనేక రకాల బలాలు పనిచేస్తాయి. ద్రవం కింది భాగంలో మాత్రమే ఉంది కనుక P అణువు మీద ఫలిత సంసంజన బలం F_c పటం 10.22(a)లో చూపిన విధంగా సౌష్ఠవంగా పనిచేస్తుంది. అలాగే సౌష్టవత వల్ల ఫలిత అసంజన బలం పాత్ర గోడకు లంబంగా వెలుపలివైపుకు పనిచేస్తుంది. బలం F_c ను రెండు పరస్పర లంబ అంశాలు, లంబంగా కిందివైపుకు పనిచేసే $F_c \cos\theta$ గా, సరిహద్దుకు లంబంగా పనిచేసే $F_c \sin\theta$ గా విభజించవచ్చు. F_c మరియు F_a ల సాపేక్ష విలువల మీద స్పర్శాకోణం విలువ ఆధారపడుతుంది.



పటం 10.22 ద్రవ ఉపరితల వివిధ ఆకారాలు

సందర్భం (i) : $F_a > F_c \sin\theta$ అయితే, నికర క్షితిజ సమాంతర బలం బయటివైపుకి $(F_a - F_c \sin\theta)$ మరియు $F_c \cos\theta$ ల ఫలితబలం గోడబయట ఉంటుంది. ద్రవాలు స్థిర విరూపణను కలిగి ఉండవు. కనుక ద్రవ ఉపరితలం మరియు సరిహద్దు సమీపంలో ఉన్న అన్ని అణువులు F యొక్క అంశమేదీ ద్రవ తలంకు లంబంగా పనిచేయకుండా ఉండేలా F_c కు లంబంగా సర్దుకుంటాయి. సరిహద్దు వద్ద అలాంటి తలం పుటాకారంగా ఉంటుంది. (వృత్తావ్యాసార్ధం, వృత్త పరిధిలోని ప్రతి బిందువుకు లంబంగా ఉంటుంది). నీటితో నింపిన గాజుగొట్టం విషయంలో ఇది నిజమవుతుంది.

సందర్భం (ii) : $F_a < F_c \sin\theta$ అయితే, క్షితిజ సమాంతరంగా పని చేస్తున్న $(F_c \sin\theta - F_a)$ మరియు నిలువుగా కిందివైపుకి పని చేస్తున్న $F_c \cos\theta$ ల ఫలితబలం F, ద్రవం కిందిభాగంలోకి పనిచేస్తుంది. సరిహద్దు వద్ద ద్రవం కింది భాగంలోకి పనిచేస్తుంది. సరిహద్దు వద్ద ద్రవం ఉపరితలం ఫలిత బలానికి లంబంగా దానికదే సర్దుబాటు చేసుకొని, కుంభాకారంగా మారుతుంది. పాదరసంతో నింపిన గాజుగొట్టం విషయంలో ఇది నిజమవుతుంది.

సందర్భం (iii) : $F_a = F_c \sin\theta$ అయిన, ఫలిత బలం F నిలువుగా కిందకి పనిచేస్తుంది. అందువల్ల ద్రవ ఉపరితలం పాత్ర గోడ సరిహద్దు వద్ద క్షితిజ సమాంతరంగా లేదా సమతలంగా ఉంటుంది.

10.6 కేశనాళీయత

మీరు నోట్ పుస్తకంలో పడ్డ ఇంకును పీల్చడానికి అద్దుడు కాగితాన్ని (blotting paper) వాడే ఉంటారు. అద్దుడు కాగితంలోని ఖాళీల్లోకి ఇంకు ఎగబాకడం వల్ల ఇలా జరుగుతుంది. ఏదైనా బట్టకు ఒక చివర అయిన నీటి తడి బట్ట పై మెల్లగా వ్యాపించడం కూడా ఇటువంటిదే. పొలాలకు పెట్టిన నీరు మొక్కలు, చెట్లకు ఉండే వేళ్ళలోని అనేకానేక కేశనాళికల ద్వారా పైకి ఎగబాకి కొమ్మలకు, ఆకులకు చేరుతుంది. రైతులు వర్షాలు పడ్డ తరవాత భూమిని దున్నడంలో

కారణం, భూమిలో ఏర్పడ్డ కేశనాళికలు ధ్వంసం చేయడానికే. అందువల్ల భూమిలో ఇంకిన నీరు మొక్కలు పీల్చుకోగలుగుతాయి. మరోవైపు కేశనాళికను పాదరసం ఉన్న పాత్రలో ముంచినప్పుడు పాత్రలోని పాదరస మట్టాని కంటె గొట్టంలో పాదరసం తక్కువ ఎత్తులో ఉంటుంది. ఈ విధంగా తక్కువ మధ్యచ్ఛేదం (కేశనాళిక) ఉన్న తెరచిన గొట్టంలో ద్రవం ఎగబాకటం లేదా దిగజారడానికి ప్రధాన కారణం ద్రవాలకు ఉండే తలతన్యతా ధర్మం. దీనినే కేశిక కేశనాళికా (capillary action) అంటారు.

కేశనాళికలో ద్రవం ఎగబాకటం (ఆరోహణం) లేదా దిగజారడాన్ని (అవరోహణం) కేశనాళీయత లేదా కేశనాళికా అంటారు.

10.6.1 కేశనాళికలో ద్రవం ఆరోహణ చెందడం

నీరు లాంటి ద్రవం ఉన్న పాత్రలో ఒక కేశనాళికను ఉంచండి. నాళికలో నీటి తలం పుటాకారంగా పటం 10.23 (a)లో చూపినట్లు ఉంటుంది. దీనికి ప్రధాన కారణం గాజుకు, నీటికి మధ్య గల అసంజన బలం, సంసంజన బలానికన్నా అధికం కావడమే.

పటం 10.23 కేశనాళీయత

10.23(a) లో చూపినట్లు A, B, C, D ఈ నాలుగు బిందువులను నీరు గాలి అంతర ఫలకం వద్ద ఉన్నాయనుకోండి. నాళంలోని మినిస్కస్ కింది పీడనం కంటె మినిస్కస్ పైన పీడనం $\frac{2T}{R}$, రెట్లు ఎక్కువగా ఉంటుంది.

$$P_B = P_A - \frac{2T}{R} \qquad (10.13)$$

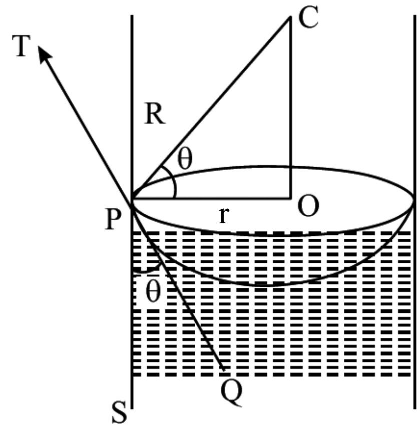
ద్రవం-గాలి సరిహద్దు వద్ద ద్రవపు తలతన్యత T, పుటాకార తల వ్యాసార్ధం R. కానీ A వద్ద పీడనం, D వద్ద పీడనానికి సమానం. ఇది వాతావరణ పీడనానికి (P) సమానం. D వద్ద పీడనం, C వద్ద పీడనానికి సమానం కావున B వద్ద పీడనం D వద్ద పీడనానికన్నా తక్కువ. ఒకే మట్టంలోని అన్ని బిందువుల వద్ద పీడనం సమానంగా ఉండాలి అని మనకు తెలుసు. అందువల్లనే వెలుపలి నుండి ద్రవం లోపలివైపుకు ప్రవహించి B వద్ద తక్కువగా ఉన్న పీడనాన్ని సరిచేస్తుంది.

ఈ విధంగా నాళికలో కొంత ఎత్తు h వరకు ద్రవం ఆరోహణం చెందుతుంది (పటం 10.23 (b)) ఈ ద్రవ స్తంభం (column) కలిగించే పీడనం $\frac{2T}{R}$ కు సమానమయ్యే వరకు ద్రవమట్టం పెరుగుతుంది. తరవాత పెరగటం ఆగిపోతుంది. ఈ స్థితిలో

$$h\rho g = \frac{2T}{R} \qquad (10.14)$$

ఇక్కడ ρ ద్రవ సాంద్రత, g గురుత్వ త్వరణం.

r కేశనాళిక వ్యాసార్ధం, θ స్పర్శాకోణం అయిన పటం 10.24 నుండి కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.



పటం 10.24 స్పర్శాకోణం

$$R = \frac{r}{\cos\theta}$$

R విలువను సమీకరణం 10.14లో ప్రతిక్షేపించిన

$$h\rho g = \frac{2T}{r/\cos\theta}$$

$$h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g} \qquad (10.15)$$

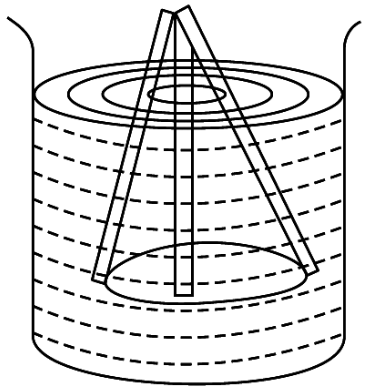
పై సమీకరణాన్ని బట్టి, నాళిక ఎంత సన్నగా ఉంటే ద్రవం అంత ఎక్కువ ఎత్తుకు ఆరోహణ చెందుతుందని చెప్పవచ్చు.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 10.3

1. స్పర్శా కోణం ద్రవ తలతన్యతపై ఆధారపడి ఉంటుందా?
2. ఘన పదార్థానికి, ద్రవానికి స్పర్శాకోణం 90° కన్నా తక్కువ. ఆ ద్రవం ఘన పదార్థాన్ని తడి చేస్తుందా? కేశనాళికను ఆ ఘనపదార్థంతో చేసి, ఆ ద్రవంలో ముంచినప్పుడు నాళికలో ద్రవం ఆరోహణ చెందుతుందా? లేదా అవరోహణ చెందుతుందా?
3. థర్మామీటరులోని కేశనాళికలోకి పాదరసాన్ని నాళికను పాదరసంలో ముంచడం ద్వారా ఎక్కించడం చాలా కష్టం. ఎందువల్ల?
4. కేశనాళికలో 3 సెం.మీ ఎత్తుకు నీరు ఆరోహణ చెందాలంటే దాని వ్యాసార్ధం ఎంత ఉండాలో లెక్కించండి. నీటి తలతన్యత 7.2×10^{-2} Nm^{-1}, సాంద్రత 1000 kg m^{-3}, స్పర్శాకోణం సున్న, $g = 10\ ms^{-2}$.
5. లాంతరులోని వత్తిలో కిరోసిన్ ఏవిధంగా ఎగబాకుతుంది?

9.7 స్నిగ్ధత

ఒక పాత్రలోని ద్రవాన్ని, గాజు కడ్డీతో తిప్పిన, పాత్ర గోడల వద్ద ఉన్న ద్రవచలనం మధ్యలో ఉన్న ద్రవచలనం ఒకే విధంగా ఉండదని గమనించవచ్చు (పటం 10.25) సర్వసమానమైన రెండు గొట్టాల ద్వారా గ్లిజరిన్ మరియు నీరుల ప్రవాహాన్ని పరిశీలించండి. నీరు త్వరగా ప్రవహిస్తే, గ్లిజరిన్ నెమ్మదిగా ప్రవహిస్తుంది. అదే విధంగా ఈ ద్రవాల్లోకి ఒక స్టీలు బంతిని పడవేస్తే అది నీటిలో వేగంగా దిగుతూ, గ్లిజరిన్ ద్రవంలో నెమ్మదిగా కిందికి దిగడం గమనించవచ్చు. పై పరిశీలన ద్వారా ద్రవాల ఒక అభిలక్షణం దాని చలనాన్ని నిర్దేశిస్తుందని తెలుస్తుంది. దీనిని స్నిగ్ధత అంటారు. దీనిని గురించి తెలుసుకుందాం.

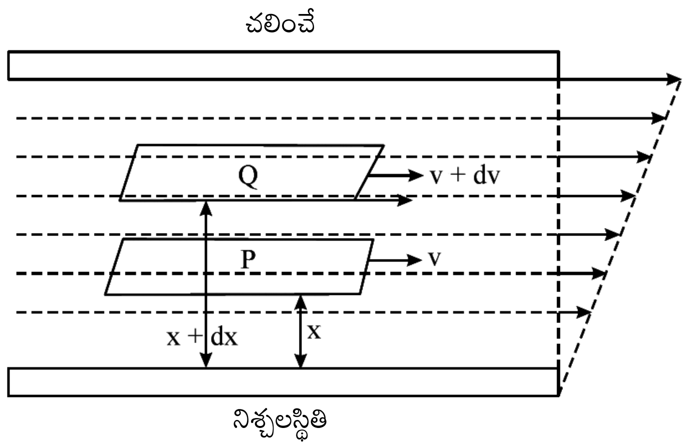


పటం 10.25 గాజు కడ్డీతో తిప్పబడుతున్న నీరు

ఒక వస్తువు మరొక వస్తువుపై జారినప్పుడు, వాటి మధ్య ఘర్షణ బలం పనిచేస్తుంది అని మనకు తెలుసు. అదే విధంగా ఒక ద్రవం ప్రవహిస్తున్నప్పుడు దానిలోని ఆసన్న పొరలు పరస్పరం స్పర్శీయ బలాన్ని కలిగించుకొంటాయి. ఇది లాగుడు బలంగా పనిచేస్తూ పొరల మధ్య సాపేక్ష చలనాన్ని నిరోధిస్తుంది. ప్రవాహులలోని సమీప పొరల్లో సాపేక్ష చలనాన్ని నిరోధించే ఈ ప్రవాహి ధర్మాన్ని స్నిగ్ధత అంటారు.

స్నిగ్ధత బలం (F) కు సమీకరణం ఉత్పాదన

పటం 10.26 లో గొట్టంలో ప్రవహించే ఒక ద్రవాన్ని చూపడం జరిగింది. గొట్టం గోడలను స్పృశిస్తు ఉన్న ద్రవ పొరలకు, ఘన పదార్థ గోడలకు ద్రవానికి మధ్య పనిచేసే ఘర్షణ బలం వల్ల ద్రవ పొర దాదాపు నిశ్చలస్థితిలో ఉంటుందను కోండి. ఇతర ద్రవ పొరలు వివిధ వేగాలతో చలనంలో ఉంటాయి. తలం నుండి x దూరంలోని పొర v వేగంతోనూ, x + dx దూరంలోని పొర v + dv వేగంతోనూ



పటం 10.26 గొట్టంలో ద్రవ ప్రవాహం వివిధ పొరలు వేరు వేరు వేగాలతో ప్రవహించడం

చలిస్తున్నాయని అనుకొంటే, లంబంగా dx దూరం ప్రయాణించిన, దాని వేగంలో మార్పు dv మరియు $\frac{dv}{dx}$ ను వేగ ప్రవణత (velocity gradient) అంటారు. ప్రవాహి రెండు పొరల మధ్య పనిచేసే స్నిగ్ధతా బలం F.

(i) స్పర్శలో ఉన్న పొరల ఉమ్మడి వైశాల్యం (A) కు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$F \alpha A$$

(ii) ప్రవాహి లంబదిశలో ఉన్న వేగ ప్రవణత $\frac{dv}{dx}$ కు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$F \alpha \frac{dv}{dx}$$

వీటిని కలిపి ఈ క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$F \alpha A \frac{dv}{dx}$$

లేదా
$$F = -\eta A \frac{dv}{dx} \qquad (10.16)$$

ఇక్కడ η అనుపాత స్థిరాంకం. దీన్నే **స్నిగ్ధతా గుణకం** అంటారు. పై సమీకరణంలోని రుణగుర్తు స్నిగ్ధత కలిగించే ఘర్షణ బలం చలనాన్ని వ్యతిరేకించే దిశలో ఉంటుందని సూచిస్తుంది.

స్నిగ్ధతా గుణకం SI ప్రమాణం Ns m^{-2}. CGS పద్ధతిలో ప్రమాణం పాయిజ్ (Poise).

1 పాయిజ్ = 0.1 Ns m^{-2}

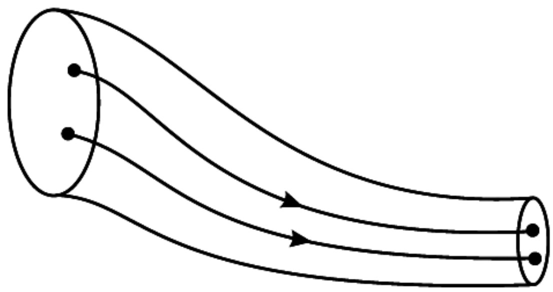
స్నిగ్ధతా గుణకం మితులు $[ML^{-1} T^{-1}]$.

10.8 ద్రవ ప్రవాహంలోని రకాలు

వరదల సమయంలో నదీ ప్రవాహం, పట్టణాలలోని నీటి సరఫరాలా ఉంటుందా? లేకున్న ఈ రెండు ప్రవాహాల మధ్య భేదమేమి? ఇలాంటి ప్రశ్నలకు సమాధానం తెలుసుకోనడానికి ద్రవాల ప్రవాహం గురించి చదువుదాం.

10.8.1 ధారా రేఖా ప్రవాహం (Streamline flow)

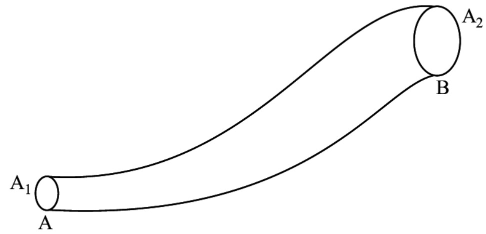
ప్రవాహిలో ఒక కణం చలించే పథాన్ని ప్రవాహరేఖ అంటారు. పథంలోని ఒక బిందువు గుండా ప్రయాణించే ప్రతి కణం దాని ముందు కణాలు ప్రయాణించిన రేఖ గుండా పయనిస్తే, ఆ ప్రవాహాన్ని ధారారేఖా ప్రవాహం (Streamline flow) అంటారు. ధారా రేఖను వక్రరేఖగా గాని, పథంగా గాని చూపవచ్చు. ధారారేఖకు ఏదైనా బిందువు వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖ, ఆ బిందువు వద్ద ప్రవాహి (ద్రవం) వేగ దిశను సూచిస్తుంది. నిలకడగా ఉన్న ప్రవాహిలో ధారారేఖలు పటం 10.27 లో చూపిన విధంగా ప్రవాహి రేఖలతో ఏకీభవిస్తాయి.



పటం 10.27 ధారారేఖ ప్రవాహం

ధారారేఖలు ఖండిచుకోవు. అలా ఖండించుకుంటే, ఆ బిందువు వద్ద రెండు స్పర్శరేఖలు గీయవచ్చును. అంటే ప్రవాహికి ఒకే బిందువు వద్ద రెండు వేగ దిశలు ఉంటాయి. కాని ఇది సాధ్యం కాదు.

ఒక గొట్టం ద్వారా ప్రవహిస్తున్న ప్రవాహ వేగం, సందిగ్ధవేగం (v_c) కన్నా తక్కువైనచో అది ఇచ్చిన ద్రవప్రవాహం ధారారేఖా ప్రవాహం అనవచ్చు. ఈ సందర్భంలో ఈ ప్రవాహ మందమంతా చాలా పలుచని తలాల సమూహంతో



పటం 10.28 గొట్టం గుండా ప్రవహించే ద్రవం (ప్రవాహి)

తయారయినదని ఊహించవచ్చు. ఈ పొరలు ఒక దానిపై ఒకటి జారుతున్నట్లుగా (ఒక దానిపై ఒకటి ప్రవహిస్తున్నట్లు) ఉంటాయి. ఇలాంటి చలనాన్ని ఏకరీతి చలనం (laminar flow) అంటారు. ద్రవ వేగం, సందిగ్ధ వేగం v_c కన్నా ఎక్కువైతే, ప్రవాహంలోని ధారా రేఖలు కలిసిపోయి, ప్రవాహం వంకర-టింకరగా ఉంటుంది. ఈ విధమైన ప్రవాహాన్ని సంక్షుబ్ధ ప్రవాహం (turbulent flow) అంటారు.

10.8.2 సాంతత్వ సమీకరణం (Equation of Continuity)

సంపీడ్యం చెందించలేని, స్నిగ్ధత లేని ప్రవాహి, అసమాన మధ్యచ్ఛేదమున్న గొట్టం గుండా ప్రవహిస్తున్నదనుకోండి. అప్పుడు ప్రవాహం ధారారేఖా ప్రవాహం అయితే గొట్టంలోని ఏ బిందువు వద్దనైనా మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం, ప్రవాహి వడిల లబ్ధం స్థిరం.

పటం 10.28 లో చూపినట్లు A_1, A_2 మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యాలున్న ఒక గొట్టం గుండా ద్రవం ప్రవేశించి బయటకు వస్తుందని అనుకోండి. A, B ల వద్ద ప్రవాహ వడి వరసగా v_1, v_2 లు, ప్రవాహి సాంద్రత ρ అని భావించిన, A వద్ద గొట్టంలో ప్రవేశించిన ద్రవం ఒక సెకనులో v_1 దూరం పూర్తి చేస్తుంది. కాబట్టి గొట్టంలోకి ప్రవహించే ప్రవాహి ఘనపరిమాణం సెకనుకు = $A_1 \times v_1$.

ఒక సెకనులో ప్రయాణించే ప్రవాహి ద్రవ్యరాశి A = $A_1V_1\rho$.

అదే విధంగా B వద్ద గొట్టం నుండి వెలుపలికి ఒక సెకనులో వచ్చే ప్రవాహి ద్రవ్యరాశి B = $A_2V_2\rho$.

గొట్టంలో ఎక్కడా ప్రవాహి నిలబడదు. గొట్టంలో ఏ బిందువు వద్దనైనా సెకనుకు దాటే ప్రవాహి ద్రవ్యరాశి సమానం. కావున

$$A_1V_1\rho = A_2V_2\rho$$

$$A_1V_1 = A_2V_2 \qquad (10.17)$$

ఈ సమీకరణాన్నే సాంతత్వ సమీకరణం అంటారు.

10.8.3 సందిగ్ధ వేగం, రెనాల్డ్ సంఖ్య (Critical Velocity and Reynolds's Number)

ప్రవాహి వేగం ఒక నియమిత విలువ అయిన సందిగ్ధ వేగం కన్నా తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ధారారేఖా ప్రవాహంగా ఉంటుంది. ఈ విలువను దాటితే ప్రవాహం సంక్షుభితం అవుతుంది. ఏదైనా ప్రవాహి (ద్రవం) సందిగ్ధ వేగం ప్రవాహి స్వభావం మరియు అది ప్రవహించే గొట్టం కొలతలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

ప్రయోగాల ద్వారా ఏదైనా, ప్రవాహి సందిగ్ధ వేగం (v_c) ఈ కింద అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుందని తెలుస్తుంది.

- ప్రవాహి స్నిగ్ధతా గుణకానికి (η) అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$v_c \propto \eta$$

❒ ప్రవాహి సాంద్రత (ρ) కు విలోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$v_c \,\alpha\, \frac{1}{\rho} \qquad \text{మరియు}$$

❒ ప్రవాహి ప్రవహిస్తున్న గొట్టం వ్యాసానికి (d) విలోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$v_c \,\alpha\, \frac{1}{d}$$

పై అంశాల నుండి ప్రవాహి సందిగ్ధ వేగానికి సమీకరణం

$$v_c = \frac{R\eta}{\rho d} \qquad (10.18)$$

గా రాయవచ్చు.

ఇక్కడ R అనుపాత స్థిరాంకం, దీనినే రెనాల్డ్ సంఖ్య (Reynolds's Number) అంటారు. దీనికి మితులు లేవు. ప్రయోగాల ద్వారా R విలువ 1000 కన్నా తక్కువ ఉంటే ఆ ప్రవాహుల చలనం ఏకరీతిగా ఉంటుందని తెలిసింది. R విలువ 1000, 2000 మధ్య ఉంటే ఆ చలనం అస్థిరం (unsteady) గా ఉంటుంది. R విలువ 2000 దాటితే ప్రవాహి చలనం సంక్షుభితమవుతుంది.

ఉదాహరణ 10.3

విశ్రాంతి స్థితిలో గుండెలో సిరల (Artery) (d = 2.0 cm) గుండా ప్రవహించే రక్తం వడి 30 cm s^{-1}. ఈ ప్రవాహం ఏకరీతిగా (laminar) ఉంటుందా లేదా సంక్షుభితంగా ఉంటుందా? రక్తం సాంద్రత 1.05 gm-cm^{-3}, (స్నిగ్ధత $\eta = 4.0 \times 10^{-2}$ Poise గుణకం)

సాధన :

సమీకరణం (10.18) నుండి రేనాల్డ్ $R = \frac{v_c \rho d}{\eta}$. ఇచ్చిన విలువలు ప్రతిక్షేపించిన

$$R = \frac{(30\,\text{cm}\,s^{-1}) \times (1.05\,\text{gm-cm}^{-3}) \times (2.0\text{ cm})}{4.0 \times 10^{-2}\text{ poise}} = 1575$$

1575 < 2000, ప్రవాహం అస్థిరం (unsteady) గా ఉంటుంది.

10.9 స్టోక్ నియమం (Stokes' Law)

స్నిగ్ధతా గుణకం η గల ద్రవంలో, r వ్యాసార్ధం గల నునుపైన గోళాకార వస్తువు v వేగంతో పడుతున్నప్పుడు దానిపై పనిచేసే స్పర్శ రేఖీయ తిరో స్నిగ్ధతా బలం F (tangential backward viscous force) విలువను జార్జి స్టోక్స్ అనుభావిక నియమం తెలుపుతుంది. దీనినే స్టోక్స్ నియమం అంటారు. దీని ప్రకారం,

$$F \,\alpha\, \eta r v$$

$$F = K \eta r v \qquad (10.19)$$

అనుపాత స్థిరాంకం K ను ప్రయోగపూర్వకంగా 6π అని కనుగొన్నారు. కావున స్టోక్ నియమాన్ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$F = 6 \pi \eta r v \qquad (10.20)$$

స్టోక్ నియమాన్ని మితి పద్ధతిలో కూడా ఉత్పాదించవచ్చు.

స్టోక్ ప్రకారం, స్నిగ్ధతా బలం F కింది వాటిపై ఆధారపడుతుంది.

- ❒ యానకపు స్నిగ్ధతా గుణకం (η)
- ❒ గోళాకార వస్తువు వ్యాసార్ధం (r)
- ❒ వస్తువు వేగం (v)

కావున

$$F \alpha \eta^a r^b v^c$$

$$F = K\eta^a r^b v^c$$

K అనుపాత స్థిరాంకం.

సమీకరణానికి రెండువైపులా మితులు రాసిన

$$[MLT^{-2}] = [ML^{-1} T^{-1}]^a [L]^b [LT^{-1}]^c$$

$$[MLT^{-2}] = [M^a L^{-a+b+c} T^{-a-c}]$$

సమీకరణానికి రెండువైపుల గల ఒకే రాశుల ఘాతాంకాలను పోల్చిన

$$a = b = c = 1.$$

కాబట్టి

$$F = K \eta r v$$

10.9.1 అంత్య వేగం (Terminal Velocity)

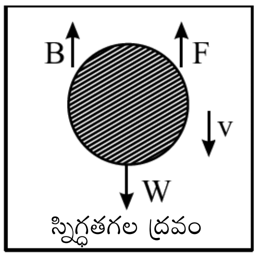
ρ సాంద్రత, r వ్యాసార్ధం ఉన్న ఒక నునుపైన గోళం σ సాంద్రత ఉన్న ద్రవంలో పడుతున్నట్లు ఊహించండి.

దానిపై పనిచేసే బలాలు

(i) స్నిగ్ధతా బలం F నిలువుగా పైకి

(ii) వస్తువు భారం W నిలువుగా కిందికి

(iii) ఉత్ప్లవన బలం B పైకి



పటం 10.29 స్నిగ్ధత ఉన్న ద్రవంలో పతనమయ్యే గోళంపై పనిచేసే బలాలు

పతన వేగం పెరిగే కొద్ది ఊర్ధ్వదిశలో పనిచేసే స్నిగ్ధతా బలం కూడా పెరుగుతుంది కాబట్టి పై బలాల వల్ల ఒకానొక సమయంలో వస్తువుపై ఫలితబలం శూన్యం అవుతుంది. ఆ సమయంలో వస్తువు స్థిరవేగంతో పడుతుంది. ఈ స్థిరవేగాన్ని **అంత్యవేగం** అంటారు.

వస్తువుపై పనిచేసే బలాల పరిమాణం

$$F = 6\pi \eta r v_0$$

ఇక్కడ v_0 అంత్య వేగం

$$W = \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right) g$$

మరియు

$$B = \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \sigma\right) g$$

వస్తువు అంత్యవేగం పొందినప్పుడు ఫలితబలం శూన్యం కావున

$$6\pi\eta r v_0 + \frac{4}{3}\pi r^3 \sigma g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$$

పై సమీకరణాన్ని పునర్విన్యాసం చేసినప్పుడు దానిని ఇలా వ్రాయవచ్చు

$$6\pi\eta r v_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \sigma g$$

$$v_0 = \frac{2r^2(\rho-\sigma)g}{9\eta} \qquad (10.21)$$

10.9.2 స్టోక్ నియమం అనువర్తనాలు

(A) పారాచూట్ (Parachute) : విమానం నుండి కిందకి దూకిన సైనికుడు, g గురుత్వ త్వరణంతో భూమిపై పడతాడు. కాని గాలిలో స్నిగ్ధత లాగుడు (viscous drag) వల్ల అంత్య వేగం పొందే వరకు త్వరణం తగ్గుతుంది. సైనికుడు స్థిర వేగంతో దిగుతూ ప్యారాచూట్‌ను ముందు అనుకున్న సమయంలో భూమికి దగ్గరగా విప్పుకొని క్షేమంగా దిగుతాడు.

(B) వర్షపు బిందువుల వేగం (Velocity of rain drops) : వర్షపు చుక్కలు గురుత్వ త్వరణం వల్ల కిందికి పడేటప్పుడు, గాలి కలిగించే స్నిగ్ధతా లాగుడు వాటి చలనాన్ని వ్యతిరేకిస్తుంది. స్నిగ్ధతా బలం గురుత్వ బలానికి సమానమైనప్పుడు, వర్షపు, బిందువు అంత్య వేగం పొందుతుంది. అందువల్ల భూమిని చేరే వర్షపు బిందువుల గతిజశక్తి తక్కువగా ఉంటుంది.

ఉదాహరణ 10.4

$0.12\ ms^{-1}$ అంత్యవేగంతో పడుతున్న వర్షపు నీటి బిందువు వ్యాసార్ధాన్ని లెక్కించండి. గాలి స్నిగ్ధత $\eta = 1.8 \times 10^{-5}\ kg\ m^{-1}\ s^{-1}$, $\rho = 1.21\ kg\ m^{-3}$, $\sigma = 1.0 \times 10^{3}\ kg\ m^{-3}$ మరియు $g = 9.8\ ms^{-2}$

సాధన : అంత్య వేగానికి సమీకరణం

$$v_0 = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

పదాలను సవరించి వ్యాసార్ధానికి కింది సమీకరణం రాయవచ్చు.

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_0}{2(\rho - \sigma)\theta}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9(1.8 \times 10^{-5}\,kg\,m^{-1}\,s^{-1})(0.12\,ms^{-1})}{2(1.0\ \times 10^{3}\,kg\,m^{-3} - 1.21\,kg\,m^{-3})(9.8\,m\,s^{-2})}} = 10^{-5}\ m$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 10.4

1. ధారా రేఖా ప్రవాహం, సంక్షుబ్ద ప్రవాహుల మధ్య భేదాలు తెలుపుము.
2. ప్రవహిస్తున్న ద్రవంలో రెండు ధారారేఖలు ఖండించుకుంటాయా?
3. స్నిగ్ధతా ద్రవాల సందిగ్ధవేగం ఆధారపడే భౌతికరాశుల పేర్లను తెలపండి.
4. $0.01\ m$ వ్యాసార్ధం ఉన్న వర్షపు బిందువు అంత్యవేగాన్ని లెక్కించండి. గాలి స్నిగ్ధతా గుణకం సాంద్రత $\eta = 1.8 \times 10^{-5}\ Ns\ m^{-2}$, సాంద్రత $\rho = 1.2\ kg\ m^{-3}$. నీటి సాంద్రత $\sigma = 1000\ kg\ m^{-3}$, $g = 10\ m\ s^{-2}$.
5. గ్లాసులో ఉన్న ద్రవాన్ని తిప్పి కొంత కాలం ఉంచిన తరవాత అది నిశ్చల స్థితిలోకి వస్తుంది. ఎందుకు?

డానియల్ బెర్నౌలి (Daniel Bernoulli) 1700 – 1782

డానియల్ బెర్నౌలి స్విస్ దేశంలో గణితశాస్త్రజ్ఞుల కుటుంబంలో ఫిబ్రవరి 8, 1700 సంవత్సరంలో జన్మించాడు. (ఇతను భౌతికశాస్త్రజ్ఞుడే కాక గణితశాస్త్రవేత్త కూడా). ప్రవాహగతి శాస్త్రం (Hydrodynamics) లో ఇతను ఎనలేని కృషి చేశాడు. 1738 లో ప్రముఖ పరిశోధనలను హైడ్రో డైనమికా (Hydrodyanamica) గా ప్రచురించారు. వాయువుల ధర్మాలు, పీడనం, ఉష్ణోగ్రతలతో ఎలా మారతాయో వివరించాడు. ఇది వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం అభివృద్ధిచెందడానికి తోడ్పడింది.

ఇతను గణితాత్మక భౌతికశాస్త్ర (Mathematical physics) వ్యవస్థాపకుడు. త్వరితంగా ప్రవహిస్తున్న నీరు గల గొట్టాన్ని ఒక పాత్రకు అనుసంధానించడం ద్వారా రసాయన పరిశోధన శాలలో శూన్యంను ఏర్పరచడానికి బెర్నౌలి సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించారు.

10.10 బెర్నౌలి సూత్రం

మీరెప్పుడైనా ఫాక్టరీ పొగ గొట్టంలో నుండి వేగంగా పొగ రావడం గమనించారా? తెరచుకోవడానికి, మూసుకోవడానికి వీలుగా ఉన్న కారు పైకప్పు అధిక వేగంతో ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు ఎందుకు పైకి లేస్తుంది? తుఫాను గాలులకు ఇళ్ళకప్పులు ఎగిరిపోవడం, బలమైన గాలి వీచినప్పుడు వర్షంలో గొడుగు పైకి లేవడం మొదలైన దృగ్విషయాలన్నీ బెర్నౌలి సూత్రం ఆధారంగా అర్థం చేసుకోవచ్చు.

బెర్నౌలి నియమం, ప్రవాహి వేగం అధికంగా ఉంటే పీడనం అల్పంగాను, ప్రవాహి వేగం అల్పంగా ఉంటే పీడనం అధికంగాను ఉంటుందని తెలుపుతుంది.

10.10.1 ప్రవహిస్తున్న ప్రవాహి శక్తి

ప్రవాహులు మూడురకాల శక్తి రూపాలను కలిగి ఉంటాయి. మనకు గతిజశక్తి, స్థితిజశక్తుల గురించి బాగా తెలుసు. ప్రవాహి కలిగి ఉన్న మూడవ రకం శక్తి, పీడన శక్తి. ప్రవాహి పీడనం వల్ల ఇది కలుగుతుంది. పీడన శక్తిని పీడన భేదం, ఘనపరిమాణాల లబ్ధంగా తీసుకోవచ్చు. m ద్రవ్యరాశి, d సాంద్రతగల ద్రవ ప్రవాహి P పీడన భేదం వద్ద ప్రవహిస్తే,

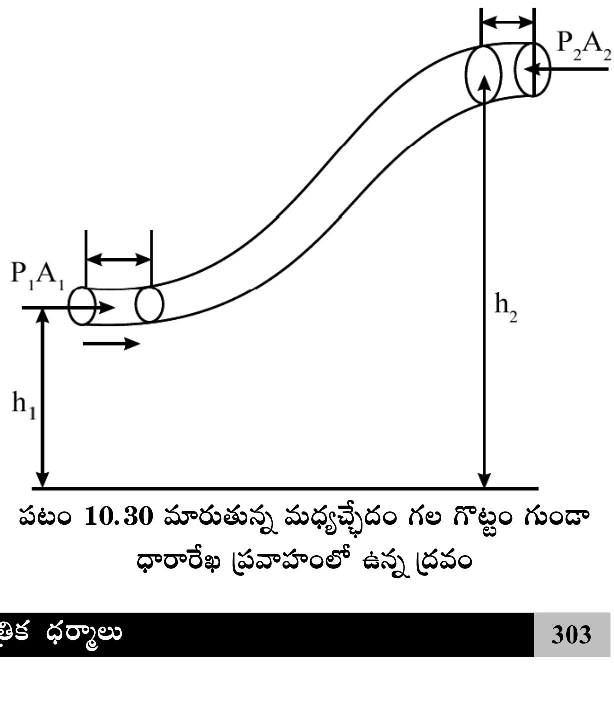
$$\text{పీడన శక్తి} = p \times \left(\frac{m}{d}\right) \text{joule} \qquad (10.22)$$

$$\text{ప్రమాణ ద్రవ్యరాశికి పీడన శక్తి} = \frac{p}{d}\ \mathrm{J\ kg^{-1}} \qquad (10.23)$$

10.10.2 బెర్నౌలి సమీకరణం

ఈ సూత్రాన్ని పరిమాణాత్మకంగా చూపించే సమీకరణాన్ని బెర్నౌలి అభివృద్ధిపరిచాడు. ఈ సమీకరణ అభివృద్ధికి మూడు ముఖ్యమైన ఊహనలు చేసాడు.

1. ప్రవాహి అసంపీడ్యం. అంటే ప్రవాహి వెడల్పైన రంధ్రం గల గొట్టం నుండి సన్నని రంధ్రం ఉన్న గొట్టంలోకి ప్రవహించినా సాంద్రత మారదు.
2. స్నిగ్ధత రహిత ప్రవాహి. ప్రవాహిపై స్నిగ్ధతా ప్రభావం పరిగణలోకి తీసుకోరాదు.
3. ప్రవాహి ధారారేఖా ప్రవాహాన్ని కలిగి ఉండాలి. చలనం ధారారేఖగా ఉండాలి.



పటం 10.30 మారుతున్న మధ్యచ్ఛేదం గల గొట్టం గుండా ధారారేఖ ప్రవాహంలో ఉన్న ద్రవం

పటం 10.30లో చూపిన విధంగా, మారుతున్న మధ్యచ్ఛేదం గల గొట్టం గుండా ధారారేఖ ప్రవాహంలో ఉన్న అసంపీడ్య, స్నిగ్ధతా రహిత ద్రవాన్ని తీసుకుందాం. A బిందువు వద్ద పీడనం P_1, మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం A_1, ప్రవాహ వేగం v_1, భూమి నుండి ఎత్తు h_1. అదే విధంగా B బిందువు వద్ద పీడనం P_2, మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం A_2, ప్రవాహ వేగం v_2, భూమి నుండి ఎత్తు h_2 గా తీసుకుందాం.

A, B బిందువులు ప్రవాహ గొట్టం వెంబడి ఏవైనా రెండు బిందువులు కావచ్చు. కావున బెర్నౌలి సమీకరణం కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$P+\frac{1}{2}dv^2+hdg = \text{స్థిరరాశి} \qquad (10.24)$$

అంటే, ప్రవాహి ధారారేఖా ప్రవాహంలో ఉన్నప్పుడు దానికిగల పీడన, గతిజ మరియు స్థితిజ శక్తుల మొత్తం స్థిరం.

కృత్యం 10.4

1. ఒక పేపరు ముక్కను చేతిలోకి తీసుకోండి.
2. పటం 10.31లో చూపినట్లు పేపరు ముక్క క్షితిజ సమాంతర భాగం నెమ్మదిగా కిందికి వత్తండి.
3. క్షితిజ సమాంతర రేఖవెంట గాలిని ఊదండి.

పటం 10.31

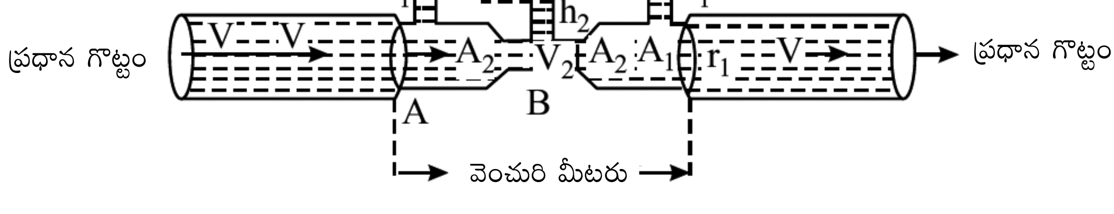
కాగితపు ముక్కను గమనించండి. అది పైకి లేస్తుంది. గాలి వేగం ఎక్కువై పేపరు పైవైపు పీడనం తగ్గడం వల్ల అది పైకి లేస్తుంది.

10.10.3 బెర్నౌలి సిద్ధాంత అనువర్తనాలు

నిత్య జీవితంలో బెర్నౌలి సిద్ధాంత అనువర్తనాలు అనేకం ఉన్నాయి. సాధారణంగా కనబడే కొన్ని దృగ్విషయాలను బెర్నౌలి సిద్ధాంతం ఆధారంగా వివరించవచ్చు.

(A) ఫ్లోమీటరు లేదా వెంచురి మీటరు

దీనిని గొట్టాల్లో ద్రవాల ప్రవాహ వేగం కొలవడానికి ఉపయోగిస్తారు. ప్రవాహ గొట్టంలో ఈ పరికరాన్ని పటం 10.32 లో చూపిన విధంగా పెడతారు.



పటం 10.32 వెంచురి మీటరు

ఇది భారమితిని కలిగి ఉంటుంది. A, B ల వద్ద వేరు వేరు మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యాలు A_1, A_2 కలిగిన రెండు గొట్టాలకు భారమితి రెండు అంచులు కలుపుతారు. ప్రధాన గొట్టం క్షితిజ సమాంతరంగా భూమికి h ఎత్తులో ఉన్నదని భావిద్దాం. వెంచురి మీటర్ గుండా ప్రవహించే నిలకడ ప్రవాహానికి A, B బిందువుల వద్ద బెర్నౌలి సిద్ధాంతం అనువర్తింపచేస్తే,

A వద్ద మొత్తం శక్తి = B వద్ద మొత్తం శక్తి

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh + \frac{mP_1}{d} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh + \frac{mP_2}{d}$$

పదాలు సర్దుబాటు చేసిన

$$P_1 - P_2 = \frac{d}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{d}{2}v_1^2\left[\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1\right] \qquad (10.25)$$

పై సమీకరణాన్ని బట్టి (పీడన శక్తి, గతిజశక్తుల మొత్తం స్థిరం కావున) అధిక వేగం ఉన్న బిందువుల వద్ద అల్ప పీడనం ఉంటుందని తెలుస్తుంది. దీన్నే వెంచురి సూత్రం (Venturi's principle) అంటారు.

వెంచురి మీటరు గుండా నిలకడ ప్రవాహానికి

సెకనుకు A వద్ద లోనికి ప్రవహించే ద్రవ ఘనపరిమాణం = సెకనుకు B వద్ద వెలుపలికి వచ్చే ద్రవ ఘనపరిమాణం

$$\therefore \quad A_1v_1 = A_2v_2 \qquad (10.26)$$

ద్రవం అసంపీడ్యం అని భావించాం కనుక సన్నని చివరల వద్ద అధిక వేగాన్ని, వెడల్పు చివరల వద్ద అల్ప వేగాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

సమీకరణం 10.25 ఫలితం నుండి, సన్నటి ద్వారం వద్ద పీడనం తక్కువగా ఉంటుందని చెప్పవచ్చు.

$$P_1 - P_2 = \frac{d}{2}v_1^2\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{d\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]}} \qquad (10.27)$$

h వెంచురి మీటరు భుజాల మధ్య మట్టాల భేదాన్ని సూచిస్తే

$$P_1 - P_2 = hdg$$

మరియు $$v_1 = \sqrt{\frac{2hdg}{d\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]}} = \sqrt{\frac{2hg}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}}$$

దీని నుండి $v_1 \alpha \sqrt{h}$, మిగిలిన అన్ని రాశులు వెంచురి మీటరుకు స్థిరరాశులు.

$$v_1 = K\sqrt{h}$$

ఇక్కడ K స్థిరాంకం.

ఒక సెకను కాలంలో ప్రవహించే ద్రవ ఘనపరిమాణం

$$V = A_1v_1 = A_1 \times K\sqrt{h}$$

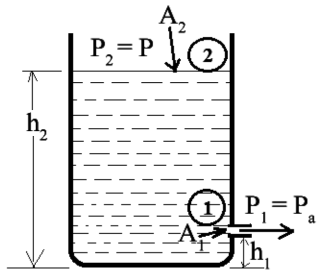
లేదా

$$V = K'\sqrt{h} \quad (10.28)$$

ఇక్కడ $K' = KA_1$ మరియొక స్థిరాంకం.

బెర్నొలి నియమం ఇంకా అనేక ఇతర పరికరాల నిర్మాణంలో ఉపయోగపడుతుంది. ఉదాహరణకు ఆటమైజర్ (Atomizer), స్ప్రేగన్ (Spray), బున్‌సెన్ బర్నర్ (Bunsen burner), కార్బ్యురేటర్ (Carburettor), ఏరోఫాయిల్ మొదలైనవి.

(B) బహిస్రావి వడి (Speed of Efflux), టోరిసెల్లి నియమం (Torricelli's Law) : నిత్యజీవితంలో టోరిసెల్లి నియమం అనువర్తనాలు చాలా ఉన్నాయి. ఈ నియమాన్ని ఉపయోగించి పాత్రలోని ద్రవం ఎత్తుకు మరియు పాత్ర అడుగు భాగంలో ఉన్న గొట్టం ద్వారా బయటకు వచ్చే ద్రవం బహిస్రావి వడికి సంబంధాన్ని రాబట్ట వచ్చు. బహిస్రావం అంటే ఒక గొట్టం నుండి బయటకు ప్రవహించే ద్రవం అని అర్థం.



పటం 10.33 వెంచురి మీటరు h_1 ఎత్తులో ఒక రంధ్రం మరియు h_2 ఎత్తువరకు ద్రవంతో నింపిన తొట్టి

పటం 10.33లో చూపిన విధంగా ఒక తొట్టెలో ρ సాంద్రత గల ద్రవం h_2 ఎత్తు వరకు (2 వద్ద) నింపి ఉంది. మరియు h_1 ఎత్తులో (1 వద్ద) తొట్టె పక్క భాగంలో ఒక రంధ్రం ఉంది అని భావిద్దాం. ఈ రంధ్రం గది వాతావరణంలో తెరిచి ఉంది మరియు దీని వ్యాసం తొట్టె వ్యాసంలో పోల్చితే చాలా చిన్నగా ఉంది అని భావిద్దాం. ద్రవం పైభాగంలో ఉన్న గాలి పీడనం P. తొట్టె పక్క రంధ్రం అడ్డుకోత వైశాల్యం A_1. తొట్టె అడ్డుకోత వైశాల్యం A_2 అయితే సాంతత్వ సమీకరణం నుండి ఈ కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

ఇక్కడ v_1 పక్క రంధ్రం నుండి ద్రవం స్రవణ వడి మరియు v_2 తొట్టెలో ద్రవ మట్టం తగ్గే వడి. A_2 విలువ A_1 విలువ కంటే చాలా ఎక్కువ కనుక $v_1 >> v_2$. తొట్టెలో ద్రవ మట్టం తగ్గే వడి పరిగణించలేనంత తక్కువగా ఉంటుందని దీని అర్థం. కనుక తొట్టెలో ద్రవ మట్టం స్థిరంగా ఉన్నట్లు భావించవచ్చు. ($v_2 = 0$).

బెర్నొలీ సమీకరణాన్ని [పటం 10.24] 1 మరియు 2 బిందువుల వద్ద అనువర్తింపజేయగా

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (10.29)$$

పక్క రంధ్రం గాలిలోకి తెరువబడి ఉంది కనుక బిందువు 1 వద్ద పీడనం వాతావరణ పీడనం $P_1 = P_a$ మరియు తొట్టెలో ద్రవం వల్ల కలిగే పీడనాల మొత్తానికి సమానం అవుతుంది. 2 వద్ద పీడనం $P_2 = P\ (= \rho gh)$ గా ఉంటుంది. ఈ రెండు బిందువు వద్ద పీడనాలను మరియు $(v_2 = 0)$ ను సమీకరణం 10.29 లో ప్రతిక్షేపించగా

$$P_a + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P + \rho gh_2$$

$$P - P_a = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g(h_2 - h_1)$$

ఇక్కడ $(h_2 - h_1) = h$ గా తీసుకుంటే

$$P - P_a = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh$$

$$v_1^2 = 2gh + \frac{2(P - P_a)}{\rho}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh + \frac{2(P - P_a)}{\rho}} \qquad (10.30)$$

సాధారణంగా $P >> P_a$ మరియు 2gh పదాన్ని కూడా వదిలివేయవచ్చు. అప్పుడు

$$v_1 = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} \qquad (10.31)$$

కనుక, ద్రవం బహిస్రావ వడి పాత్ర అడుగు భాగాన ఉన్న రంధ్రం వద్ద ఉండే ద్రవ పీడనం పై మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది. దీని విలువ $P = \rho gh$. సమీకరణం 10.31 ఇప్పుడు

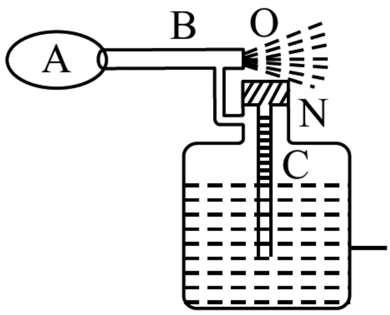
$$v_1 = \sqrt{\frac{2\rho gh}{\rho}} = \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} \qquad (10.32)$$

దీని నుండి ద్రవం మట్టానికి h లోతులో ఉండే రంధ్రం గుండా బయటకు వచ్చే దద్రవం బహిస్రావ వడి అదే ఎత్తు నుండి స్వేచ్ఛగా పడుతున్న వస్తువు పొందే వడితో సమానం. సమీకరణం 10.32 టోరిసెల్లి నియమాన్ని సూచిస్తుంది.

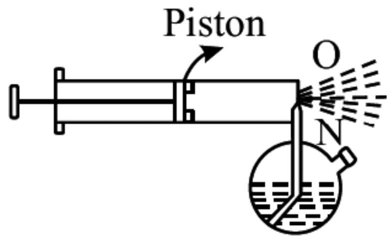
(C) ఆటమైజర్ (Atomizer) : పటం 10.34లో ఆటమైజర్ చూపబడింది. ఇందులోని రబ్బరు బల్బు Aను వత్తినప్పుడు, B గొట్టంలో గాలి ప్రయాణించి సన్నని నాళం గుండా అత్యధిక వేగంతో వెలువడి

దాని పరిసరాల్లో అల్పపీడన ప్రదేశాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. పాత్రలోని ద్రవం (సెంటు లేదా పెయింట్ (paint)) గొట్టంలోకి లాగబడి నాళం (Nozzle) N గుండా చిమ్మబడుతుంది. ద్రవం నాజిల్‌ను చేరగానే B గొట్టంలోని గాలి ప్రవాహం ఆ ద్రవాన్ని సన్నటి జల్లులా చిమ్మడానికి దోహదపడుతుంది.



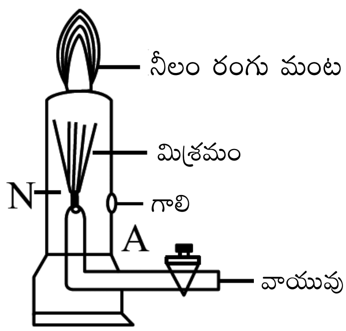
పటం 10.34 ఆటమైజర్

(D) స్ప్రేగన్ (Spray gun) : ఇందులోని ముషలకం (piston) ను లోనికి నెట్టినప్పుడు అది గాలిని బలంగా అధిక వేగంతో సన్నటి రంధ్రం O గుండా నెడుతుంది. అందువల్ల దాని పరిసరాల్లో అల్పపీడన ప్రదేశం ఏర్పడుతుంది. పాత్రలోని ద్రవం (ఉదాహరణకు క్రిమి సంహారక మందు) పాత్రకు అమర్చిన సన్నటి గొట్టంలోకి లాగబడి గొట్టం చివరకు (O కిందకు) చేరుతుంది. అలా చేరిన ద్రవం ముషలకంచే నెట్టబడిన గాలిచే బలంగా చిమ్మబడుతుంది (పటం 10.35).



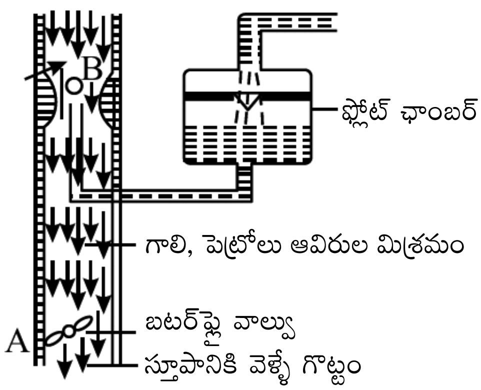
పటం 10.35 స్ప్రే గన్

(E) బున్‌సెన్ బర్నర్ (Bunsen Burner) : నాజిల్ N (నాళం) గుండా వాయువు బైటకు వచ్చినప్పుడు, దాని వేగం అధికంగా ఉండడంచే ఆ ప్రదేశంలో అల్ప పీడనం ఏర్పడుతుంది. అందువల్ల గొట్టంలోని పక్క రంధ్రం A లోకి గాలి వేగంగా వచ్చి చేరి వాయువుతో కలుస్తుంది. ఈ మిశ్రమం గొట్టం మూతివద్ద మండించినప్పుడు అంటుకొని (పటం 10.36) వేడి నీలంరంగు మంటను ఇస్తుంది.



పటం 10.36 స్ప్రే గన్

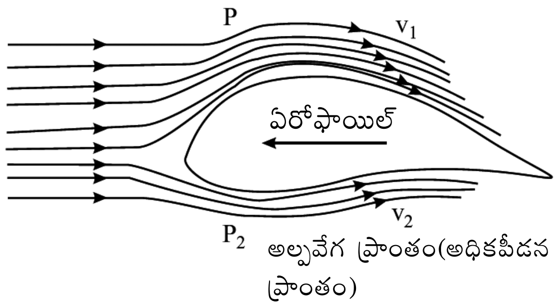
(F) కార్బ్యురేటర్ (Carburettor) : పటం 10.37 లో చూపిన కార్బ్యురేటర్ పరికరం, మోటారు వాహనాల్లో గాలి మరియు ఇంధనపు ఆవిరి కలిసిన సరైన మిశ్రమాన్ని ఇంజనులోని స్థూపానికి (cylinder) పంపుతుంది. ఇంజనులోని స్థూపాల్లో ఈ మిశ్రమం దహించబడి శక్తి పుడుతుంది. ఫ్లోట్ ఛాంబర్‌లో పెట్రోలు ఉంటుంది. పిస్టన్ చలనం వల్ల A వైపు పీడనం తగ్గుతుంది. అందువల్ల వెలుపల నుండి గాలి గొట్టంలోకి బలంగా లాగబడుతుంది. ఇందువల్ల B నాజిల్ వద్ద అల్పపీడనం ఏర్పడి పెట్రోలు నాజిల్ B నుండి బయటకు వచ్చి గాలితో కలుస్తుంది. ఇలా గాలి, పెట్రోలు ఆవిరి మిశ్రమం ఇంధనంగా ఏర్పడి A గొట్టం గుండా ఇంజనులోని స్తూపంలోకి ప్రవేశిస్తుంది.



పటం 10.37 కార్బ్యురేటర్

ఒక్కోసారి నాజిల్ B వద్ద మలినాలవల్లగాని లేదా కార్బన్ పూత ఏర్పడడంవల్ల గాని అడ్డు ఏర్పడి ఇంజనుకు ఇంధనం అందక అది పనిచేయడం ఆగిపోతుంది. అటువంటప్పుడు కార్బొరేటర్‌లోని నాజిల్‌ను తెరిచి శుభ్రం చేస్తారు.

(G) ఏరోఫాయిల్ (Aerofoil) : ఒక ఘన వస్తువు గాలిలో చలించునప్పుడు ధారారేఖలు ఏర్పడతాయి. విమానం ఆకారం పటం 10.38లో చూపినట్లు ప్రత్యేకంగా తయారుచేయబడి ఉంటుంది. విమానం రన్‌వె (runway) పై ప్రయాణించునప్పుడు, అధిక వేగపు ధారారేఖలు ఏర్పడతాయి. విమాన రెక్కల పైభాగంపై ధారారేఖలు ఎక్కువ గుమిగూడడంవల్ల అక్కడ అధిక వేగం, కింద ఉన్న పీడనం కన్నా అల్ప పీడనం ఏర్పడుతుంది. అదే విధంగా కిందివైపు అల్ప వేగం, అధిక పీడన ప్రదేశం ఏర్పడుతుంది. ఈ విధంగా ఏర్పడే పీడన భేదం విమానానికి పైకి ఎగరడానికి అవసరమయ్యే ఊర్ధ్వబలాన్ని (lift) ఇస్తుంది. దీనినే గతిజ ఊర్ధ్వ బలం అంటారు. ఈ బలం ప్రవాహిలో (గాలిలో) వస్తువు చలనం వల్ల ఏర్పడుతుంది.

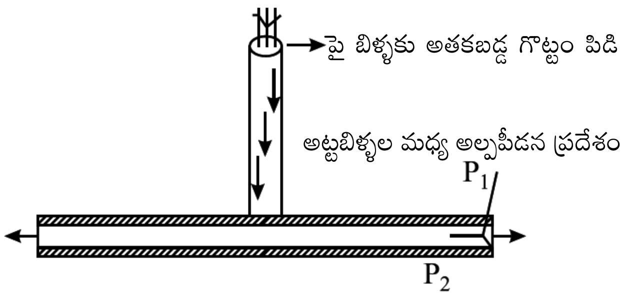


పటం 10.38 పై భాగంలో గుమిగూడిన ధారా రేఖలు

ఇదే సూత్రం ఆధారంగా (అంటే గుమిగూడిన ధారారేఖల వల్ల ఏర్పడే అధిక వేగ ప్రదేశాలే అల్పపీడన ప్రదేశాలు) పనిచేసి ఆసక్తికరమైన ఫలితాలు ఇచ్చే ప్రదర్శనలు కొన్ని కింద వివరించబడ్డాయి.

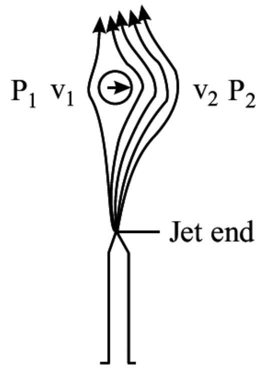
10.10.4 బెర్నౌలీ సిద్ధాంతం - కొన్ని ప్రదర్శనాత్మక అంశాలు

(A) ఆకర్షించే బిళ్ళల పారడాక్స్ (Attracted disc paradox) : సన్నని గొట్టపు పిడి గుండా, రెండు ఒకదానిపై ఒకటి అమర్చిన (పటం 10.39) అట్ట ముక్కల మధ్యకు గాలిని బలంగా ఊది, పిడి సహాయంతో పైన ఉన్న డిస్క్‌ను (బిళ్ళను) లేపితే కింద ఉన్న బిళ్ళ కూడా ఆకర్షింపబడినట్లు పైదానికి అతుక్కుంటుంది. దీనినే ఆకర్షించుకొనే బిళ్ళలు అంటారు.



పటం 10.39 ఆకర్షించుకునే బిళ్ళలు

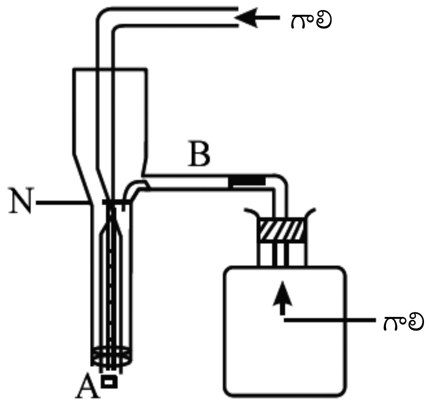
(B) నీటి ధారపై ఆడే పింగ్‌పాంగ్ బంతి : తేలికైన గుండ్రటి ప్లాస్టిక్ బంతిని (ping-pong ball or table tennis ball) నిలువుగా గొట్టం నుండి పైకి చిమ్ముతున్న నీటి ధారపై ఉంచినప్పుడు అది కిందకు పడిపోకుండా అక్కడే అటూ ఇటూ కదులుతూ (డాన్స్) నాట్యం చేస్తున్నట్లు ఉంటుంది (పటం 10.40). బంతి మధ్యమ స్థానం



పటం 10.40 నాట్యంచేసే పింగ్ పాంగ్

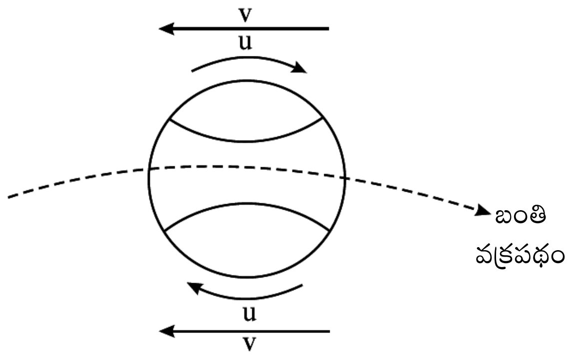
నుండి ఎడమవైపుకు కదిలినప్పుడు, ఎక్కువ భాగం నీటి ధార కుడివైపుకు రావడంవల్ల ఎడమవైపు కన్నా అధికవేగం, అల్ప పీడన ప్రదేశం కలగడం వల్ల మళ్ళీ బంతి మధ్యకు నెట్టబడుతుంది. ఇదే విధంగా కుడివైపుకు బంతి కదిలినా జరుగుతుంది.

(C) ఫిల్టర్ పంపు లేదా ఆస్పిరేటర్ (aspirator) : పటం 10.41 లో ఒక మోస్తరు శూన్య ప్రదేశాన్ని కలిగించే ఫిల్టర్ పంపు చూపబడింది. A గొట్టం ద్వారా వచ్చే నీరు, దాని చివరన ఉన్న సన్నని రంధ్రం ద్వారా బయటకు వచ్చేటట్లు చేస్తారు. నాజిల్ కుండే సన్నని రంధ్రం వల్ల వేగం ఎక్కువై నాజిల్ (నాళం) N వద్ద అల్పపీడన ప్రాంతం ఏర్పడుతుంది. శూన్యపరచవలసిన పాత్ర నుండి గాలి లాగబడి B గొట్టం ద్వారా నీటి ఆవిరితో కలిసి బైటకు పంపబడుతుంది. ఈ పంపుతో నిమిషాలల్లో పాత్రలో పీడనం 1 సెం.మీ. పాదరస మట్టానికి పడిపోతుంది (తగ్గిపోతుంది).



పటం 10.41 ఫిల్టర్ పంపు

(D) క్రికెట్ బంతి స్వింగ్ చలనం (Swing of a cricket ball) : క్రికెటర్ బంతిని తిప్పుతూ (spinning) విసిరినప్పుడు అది వక్రపథంలో ప్రయాణిస్తుంది దీనిని బంతి యొక్క స్వింగ్ అంటారు (పటం 10.42). బంతి వదిలిన ఖాళీని v వేగంతో గాలి ఆక్రమిస్తుంది. బంతి చుట్టూ ఉన్న గాలి పొరలు కూడా బంతితో పాటు u వేగంతో కదులుతున్నాయనుకుందాం.

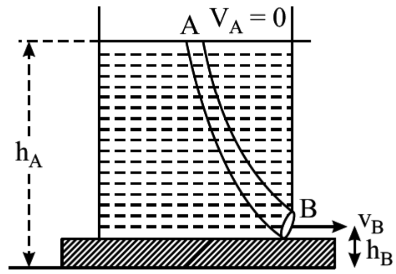


పటం 10.42 క్రికెట్ బంతి వక్ర పథం (Swing)

అందువల్ల బంతిపై గాలి పొరల ఫలిత వేగం $(v-u)$ బంతి అడుగున $(v+u)$ ఉంటుంది. ఫలితంగా పీడన భేదం ఏర్పడి బంతి వక్రపథంలో పయనిస్తుంది. దీనినే "మాగ్నస్ ఫలితం" అంటారు. ఆత్మ భ్రమణంలో ఉన్న వస్తువుపై గతిజ ఊర్ధ్వ బలం పని చేయడమే మాగ్నస్ ఫలితం.

ఉదాహరణ 10.5

పెద్ద తొట్టెలో ఉన్న నీరు, తొట్టె అడుగున ఉన్న రంధ్రం గుండా వెలుపలికి వస్తోంది (పటం 10.43) తొట్టెలో ఉన్న నీటి ఎత్తు 2.5m అయిన నీరు వెలుపలికి చిమ్మే వేగం ఎంత?



పటం 10.43

సాధన : తొట్టె అడుగున ఉన్న రంధ్రం B అనుకోండి. పటంలో చూపినట్లు నీటి తలం A నుండి తొట్టె అడుగు B వరకు ఒక ప్రవాహ నాళికను ఊహించండి. స్వల్ప ద్రవ్యరాశి m యొక్క ధారారేఖా ప్రవాహంకు A మరియు B బిందువుల వద్ద బెర్నొలి సూత్రాన్ని అనువర్తింపచేసినప్పుడు

B వద్ద మొత్తం శక్తి = A వద్ద మొత్తం శక్తి

$$P_B + \frac{1}{2}dv_B^{\ 2} + h_B dg = P_A + \frac{1}{2}dv_A^{\ 2} + h_A dg$$

A వద్ద వేగం, $v_A = 0$, $P_A = P$ = వాతావరణ పీడనం, h_A = భూమి నుండి నీటి మట్టం.

B వద్ద వేగం, $v_B = ?$,

పీడనం $P_B = P$(రంధ్రం తెరచి ఉన్నది), h_B = భూమి నుండి రంధ్రం ఎత్తు

d = నీటి సాంద్రత, $h_A - h_B = H = 2.5$ m and

బెర్నొలి సూత్రం నుండి, ఈ విలువలను పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$\frac{1}{2}m\,v_B^{\ 2} = mg\left(h_A - h_B\right)$$

$$v_B = \sqrt{2g\left(h_A - h_B\right)}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5} = 7ms^{-1}$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 10.5

1. తుఫాను గాలులకు రేకులు (పై కప్పులు) ఇండ్ల కప్పులు ఎగిరిపోవడాన్ని బెర్నొలి సిద్ధాంత రీత్యా ఎట్లు వివరించవచ్చు?
2. మొక్కలకు నీరు పెట్టే గొట్టం చివర వత్తినప్పుడు, నీరు దూరంగా చిమ్మబడతుంది. ఎందువల్ల?
3. ప్రవహిస్తున్న ద్రవాల సమస్యలను సాధించడానికి, బెర్నొలి సూత్రాన్ని అనువర్తింపచేయడానికి పాటించవలసిన నిబంధనలు ఏమి?
4. అసమరీతి మధ్యచ్ఛేదం గల క్షితిజ సమాంతర గొట్టంలో నీరు ప్రవహిస్తుంది. 20 mm పాదరస మట్టం పీడనం ఉన్న బిందువు వద్ద నీటి వేగం 0.20 m/s అయిన, 1.50 m/s వేగం ఉన్న బిందువు వద్ద పీడనం లెక్కించండి.
5. క్రికెట్ ఆటలో బౌలర్ బంతిని ఒకవైపే ఎందుకు నునుపు చేస్తాడు?

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- ρ ద్రవ సాంద్రతగల ద్రవం స్వేచ్ఛా తలం కింద h లోతులో ద్రవ స్థైతిక పీడనం (Hydrostatic pressure) $P = \rho gh$.
- ప్రవాహిలో మునిగి ఉన్న వస్తువుపై ఊర్ధ్వ దిశలో పనిచేసే బలమే ఉత్ప్లవన బలం (Buoyant force).
- పాస్కల్ నియమం ప్రకారం, పాత్రలో ఉన్న ద్రవం ఏ భాగంలోనైనా కలిగించిన పీడనం ద్రవంలోని ప్రతి బిందువుకు, అలాగే పాత్ర గోడలకు తగ్గుదల లేకుండా ప్రసరిస్తుంది.

- ద్రవాణువులు ద్రవ ఉపరితలం వద్ద కలిగి ఉండే స్థితిజశక్తిని ఉపరితల శక్తి అంటారు.
- ద్రవ ఉపరితలంపై ఊహించబడిన రేఖపై ప్రమాణ పొడవుకు లంబంగా పనిచేసే బలాన్ని తలతన్యత అంటారు. దీన్ని Nm^{-1} లో కొలుస్తారు.
- తలతన్యతను ప్రమాణ వైశాల్యంలో గల ఉపరితల శక్తిగా కూడా నిర్వచించవచ్చు.
- ఏ ద్రవానికైనా ఉండే ధర్మం తలతన్యత. దీని వల్ల ద్రవ ఉపరితలం సాగదీసిన పొరవలె ప్రవర్తిస్తుంది.
- ద్రవ తలం పాత్ర గోడలను తాకే (స్పృశించే) బిందువు వద్ద ద్రవతలానికి గీసిన స్పర్శా రేఖకు, పాత్ర గోడకు గీసిన స్పర్శా తలంకు ద్రవంలో గల కోణాన్ని స్పర్శాకోణం అంటారు.
- ఏదైనా కేశనాళికలోని ద్రవతలం పుటాకారంగా గాని లేదా కుంభాకారంగా గాని ఉంటుంది. ఈ వక్రతకు కారణం ద్రవానికుండే తలతన్యత.

కేశనాళికలో ఆరోహణ

$$h = \frac{2T\cos\theta}{rdg}$$

- ద్రవ పుటాకార తలంవైపు అధిక పీడనం P ని సూచించే సమీకరణం

$P = \frac{2T}{r}$, T ద్రవపు తలతన్యత, r వక్రతా వ్యాసార్థం.

నీటిలో ఉన్న గాలి బుడగకు $P = \frac{2T}{r}$

గాలిలోని సబ్బు బుడగకు $P = \frac{4T}{r}$, T సబ్బు నీటి తలతన్యత

- బట్టలు శుభ్రపరచడంలో డెటర్జంట్స్ మేలైనవి. ఎందుకంటే అవి నీరు-నూనె తలతన్యతను తగ్గిస్తాయి.
- ప్రవాహి యొక్క ఏ ధర్మం వల్ల పొరల మధ్య సాపేక్ష చలనం వ్యతిరేకించబడుతుందో ఆ ధర్మాన్ని స్నిగ్ధత అంటారు.
- ద్రవాల ప్రవాహ వేగం ఒక నియమిత విలువ కన్నా ఎక్కువైతే సంక్షుబ్ధ ప్రవాహం అవుతుంది. ఆ నియమిత వేగాన్ని సందిగ్ధ వేగం v_c అంటారు. దీని విలువ ద్రవ ధర్మం మీద, గొట్టం వ్యాసం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది (స్నిగ్ధత η, పీడనం P మరియు గొట్టం వ్యాసం d).
- ప్రమాణ వేగ ప్రవణత గల ప్రాంతంలో కదులుతూ ఒకదానికొకటి తాకుతూ ప్రమాణ వైశాల్యం గల రెండు వరుస పొరల మధ్య పనిచేసే స్పర్శరేఖీయ తిరో స్నిగ్ధతా బల పరిమాణాన్ని (tangential backward viscus force) ఆ ద్రవం స్నిగ్ధతా గుణకం అంటారు.

- స్టోక్ నియమం ప్రకారం, స్నిగ్ధతా గుణకం η గల ద్రవంలో v వేగంతో, r వ్యాసార్ధంగల గోళాకార ద్రవ్యరాశి పడుతున్నప్పుడు దానిపై పనిచేసే స్పర్శరేఖీయ తిరో స్నిగ్ధతా బలం (tangential backward viscus force)

$$F = 6 \pi \eta r v$$

- బెర్నౌలి సిద్ధాంతం ప్రకారం, అసంపీడ్య, స్నిగ్ధత లేని నిలకడ చలనంగల ద్రవపు అల్పాంశం (m) యొక్క శక్తి మొత్తం ప్రవాహం వెంబడి స్థిరం. ప్రవాహ నాళంలో ఏవైనా రెండు బిందువులు A, B వద్ద బెర్నౌలి సమీకరణాన్ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$P_A + \frac{1}{2} dv_A^2 + h_A dg = P_B + \frac{1}{2} dv_B^2 + h_B dg$$

ఇక్కడ d ద్రవం సాంద్రత.

ముగింపు అభ్యాసం

1. ద్రవస్తంభం వల్ల కలిగే స్థైతిక పీడనానికి సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.
2. పాస్కల్ నియమాన్ని నిర్వచించండి. హైడ్రాలిక్ ప్రెస్ (Hydraulic press) పనిచేసే విధానం వివరించండి.
3. తలతన్యతను నిర్వచించండి. దాని మితిఫార్ములాను కనుక్కోండి.
4. ద్రవతలాలు సాగదీసిన పొరవలె ప్రవర్తిస్తాయని చూపడానికి ఒక ప్రయోగాన్ని వర్ణించండి.
5. 0.9 m లోతులో ఒక పాత్రలోని ద్రవంలో స్థైతిక పీడనం 3.0 Nm^{-2}. అదే పాత్రలో 0.8 m లోతులో గోడలో ఉన్న రంధ్రం వద్ద పీడనం ఎంత ఉంటుంది?
6. ఒక హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్ (Hydraulic lift), ను ఉపయోగించి 1000 kg ద్రవ్యరాశిగల రాయిని ఎత్తుటకు ఎంత బరువు కావాలి? హైడ్రాలిక్ లిఫ్ట్ రెండు ముషలకాల (pistons) వైశాల్యాల నిష్పత్తి 5. బహిర్గామి పని, అంతర్గత పని కంటే ఎక్కువా? వివరించండి.
7. ద్రవంతో నింపిన ఒక కేశనాళికలో ద్రవతలం పుటాకారంగా ఉంది. F_a అసంజన బలం (Adhesion force) F_c సంసంజన బలం (Cohesion force) θ స్పర్శాకోణం అయిన కింది వాటిలో ఏ సంబంధం వర్తిస్తుంది?

   (a) $F_a > F_c \sin\theta$; (b) $F_a < F_c \sin\theta$; (c) $F_a \cos\theta = F_c$; (d) $F_a \sin\theta > F_c$
8. ఒకే వ్యాసార్ధం గల 1000 చిన్న నీటి బిందువులు కలసి పెద్ద బిందువుగా ఏర్పడిన, నీటి బిందువు ఉష్ణోగ్రత ఏమవుతుంది? ఎందువల్ల?
9. కేశనాళీయత అనగానేమి? కేశనాళికా ఆరోహణం లేదా అవరోహణ ఏ అంశాలపై ఆధారపడును?
10. 0.05 m పొడవు 0.2×10^{-3} m వ్యాసార్ధం గల కేశనాళికలో 10^3 kg m^{-3} సాంద్రత గల ద్రవం ఎంత ఎత్తుకు ఎగాబాకునో లెక్కకట్టండి. ఆ కేశనాళిక పదార్థంకు ద్రవం తలతన్యత 7.27×10^{-2} Nm^{-1} గా తీసుకోండి.

11. గాలిలో సబ్బు బుడగలు ఊదడం కన్నా నీటి బుడగలను ఊదడం కష్టం ఎందువల్ల?

12. నూనె మరకలున్న బట్టలు శుభ్రం చేయడానికి సబ్బు కన్నా డెటర్జంట్స్ బాగా పనిచేస్తాయి ఎందువల్ల?

13. రెండు సర్వసమానమైన బెలూన్‌లను గాలి ఊది వివిధ పరిమాణాలకు వ్యాకోచింపచేసారు. వాటిని సన్నటి గొట్టం ద్వారా కలిపినప్పుడు కింది పరిశీలనల్లో వేటిని గమనిస్తారు?

    (i) చిన్న బెలూన్‌లోని గాలి అంతా పెద్ద బెలూన్‌లోకి ప్రవహించేంత వరకు చిన్న బెలూన్ నుండి గాలి పెద్ద బెలూన్‌లోకి ప్రవహిస్తుంది.

    (ii) పెద్ద బెలూన్ నుండి గాలి చిన్న బెలూన్‌లోకి, ఆ రెండింటి పరిమాణాలు సమానం అయ్యేదాకా ప్రవహిస్తుంది.

    బెలూన్‌ల స్థానంలో రెండు భిన్న పరిమాణాలు గల సబ్బు బుడగలు ఉన్నచో మీ సమాధానం ఏమిటి?

14. 3 cm వ్యాసార్ధమున్న గాలి బుడగను సబ్బు నీటిలో ఊదుటకు లేదా గాలిలో సబ్బు బుడగను ఊదుటకు ఏ సందర్భంలో ఎక్కువ పీడనం-అవసరం? ఎందువల్ల?

15. ధారారేఖా ప్రవాహానికి, సంక్షుబ్ధ ప్రవాహానికి భేదాన్ని తెలిపి, సందిగ్ధ వేగాన్ని నిర్వచించండి.

16. స్నిగ్ధత, స్నిగ్ధతా గుణకాలను నిర్వచించండి. స్నిగ్ధతా గుణకం ప్రమాణాలు మితి ఫార్ములాను రాబట్టండి. నీరు, గ్లిజరిన్‌లలో దేనికి స్నిగ్ధత ఎక్కువ? ఎందువల్ల?

17. రెనాల్డ్ సంఖ్య అనగానేమి? దాని ప్రాముఖ్యత ఏమిటి? రెనాల్డ్ సంఖ్య ఆధారంగా సందిగ్ధవేగాన్ని నిర్వచించండి.

18. బెర్నౌలి సూత్రాన్ని నిర్వచించండి. విమానాల ఆకారం నిర్మాణంలో దీని అనువర్తనాన్ని వివరించండి.

19. కింది వాటిని వివరించండి.

    (i) ఆత్మ భ్రమణం(Spinning) చేస్తూ ముందుకు పోతున్న టెన్నిస్ బంతి పథం వక్రంగా ఉంటుంది.

    (ii) పైకి చిమ్ముతున్న నీటిధారపై ఉంచిన పింగ్‌పాంగ్ బంతి అటు ఇటు పడక, ధారపై నృత్యం చేస్తున్నట్లు కదులుతుంది.

    (iii) నీటి గొట్టాన్నివత్తి మధ్యచ్ఛేదాన్ని తగ్గించినప్పుడు ప్రవాహ వేగం పెరుగుతుంది.

    (iv) చిన్న గోళాకార బంతి స్నిగ్ధతగల యానకంలో స్వేచ్ఛగా పడినప్పుడు కొద్దిసేపటికి స్థిరవేగాన్ని పొందుతుంది.

    (v) సమతల గాజు పలకపై పడిన పాదరసం, చిన్న చిన్న గోళాకార బిందువులుగా విడిపోతుంది.

20. 0.8 mm వ్యాసం ఉన్న గాలిబుడగ, 0.15 kg m^{-1} s^{-1} స్నిగ్ధత, 0.9 gm cm^{-3} సాంద్రతగల ద్రవంలో పైకి వచ్చినప్పుడు దాని అంత్యవేగం లెక్కగట్టండి. ఇదే బుడగ నీటిలో పైకి వచ్చినప్పుడు అంత్యవేగం ఎంత? నీటికి $\eta = 10^{-2}$ kg m^{-1} s^{-1}.

21. నిండా నీరు ప్రవహిస్తున్న 0.2 m వ్యాసం గల గొట్టానికి 0.1 m వ్యాసంతో నొక్కు ఉన్నచో కింది వాటిని లెక్కగట్టండి. 0.2 m వ్యాసం ఉన్న గొట్టంలో నీటిప్రవాహ వేగం 2 m s^{-1}, (i) నొక్కు వద్ద నీటి వేగం, (ii) నీరు సెకనుకు విడుదల అయ్యేరేటు ఘనపు మీటర్లలో.

22. (i) 1 mm వ్యాసార్ధం గల స్టీలు బంతి ఏదైని ఒక క్షణంలో గ్లిజరిన్ గల టాంకులో పడుతున్నప్పుడు, దాని త్వరణం గురుత్వత్వరణంలో సగం ఉన్నప్పుడు వేగం ఎంత?

(ii) బంతి అంత్య వేగం ఎంత? స్టీలు, గ్లిజరిన్‌ల సాంద్రతలు 8.5 gm cm^{-3}, 1.32 gm cm^{-3} గ్లిజరిన్ స్నిగ్ధత 8.3 పాయిజ్.

23. 20°C ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న నీరు, 3 mm వ్యాసం ఉన్న గొట్టం గుండా 50 cm s^{-1} వడితో ప్రవహిస్తున్నది.

(i) రెనాల్డ్ సంఖ్య ఎంత? (ii) ఆ ప్రవాహ లక్షణం ఏమి?

20°C వద్ద నీటి స్నిగ్ధత 1.005×10^{-2} పాయిజ్, 20°C వద్ద నీటి సాంద్రత 1 gm cm^{-3}.

24. ఆధునిక విమానాల నిర్మాణం, రెక్కలపై 1000 Nm^{-2} గతిక ఊర్ధ్వ బలం కలిగేట్లు తయారుచేయబడతాయి. విమానం రెక్కలపై గాలి ధారారేఖ ప్రవాహంతో ప్రవహిస్తుంది అని భావించి, రెక్కల కింద ప్రవాహ వేగం 100 ms^{-1} అయిన 1000 Nm^{-2} ల గతిక ఊర్ధ్వ బలం కలగడానికి రెక్కలపై ప్రవాహ వేగం ఎంత ఉండాలి? గాలి సాంద్రత 1.3 kg m^{-3}.

25. అసమాన మధ్యచ్ఛేదం గల క్షితిజ సమాంతర గొట్టం గుండా నీరు ప్రవహిస్తున్నది. 28 cm s^{-1} వేగంతో ప్రవహిస్తున్న చోట గొట్టంలో పీడనం 5 cm పాదరసమట్టం అయిన 70 cm s^{-1} వేగంతో ప్రవహించే ఇంకొక బిందువు వద్ద గొట్టంలో పీడనం ఎంత? [నీటి సాంద్రత 1 gm cm^{-3}].

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

10.1

1. వ్యక్తి భారం ఎక్కువ వైశాల్యంపై పనిచేయడం వల్ల మంచుపై పీడనం తగ్గును.

2. $P = P_a + \rho g h$

$P = 1.5 \times 10^7$ Pa

3. బాలుని భారం వల్ల కలిగే పీడనం $= \dfrac{25}{0.05} = 500\,Nm^{-2}$.

ఏనుగు భారంవల్ల కలిగే పీడనం $= \dfrac{5000}{10} = 500\,Nm^{-2}$.

$\therefore$ బాలుడు, ఏనుగుతో సరితూగుతాడు.

4. కడ్డీ మధ్యచ్ఛేద వైశాల్యం ఎక్కువ కావున చర్మంపై కలిగించే వత్తిడి తక్కువ.

5. $\dfrac{50}{0.1} = \dfrac{w}{10}$, w = 5000 kg wt

10.2

1. ఒకే పదార్థంలో గల అణువుల మధ్య ఉండే ఆకర్షణ బలాలను సంసంజన బలాలు అంటారు. విభిన్న పదార్థాల్లోని అణువుల మధ్య ఉండే ఆకర్షణ బలాలను అసంజన బలాలు అంటారు.

2. ద్రవం కనిష్ఠ ఉపరితల వైశాల్యం పొందే విధంగా తలతన్యత చేస్తుంది. ఇచ్చిన ఘనపరిమాణానికి గోళం కనిష్ఠ ఉపరితల వైశాల్యాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

3. చూపవు. అవి దృఢంగా బంధింపబడిన అణువులు.

4. తలతన్యతా బలాల వల్ల.

5. నీటిలో ఉన్న గాలి బుడగకు

$$P = \frac{2T}{r} = \frac{2 \times 727 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 72.7\,\mathrm{Nm}^{-2}$$

గాలిలో ఉన్న సబ్బు బుడగకు

$$P' = \frac{4T'}{r'} = \frac{4 \times 25 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-2}} = 2.5\,\mathrm{Nm}^{-2}$$

10.3

1. ఉండదు.

2. చేస్తుంది, ద్రవం పైకి ఎగబాకును.

3. పాదరసం తలం కుంభాకారంగా ఉంటుంది, దానికి స్పర్శాకోణం గురుకోణం (obtuse). నాళికలో కిందికి పడే పాదరస మట్టంవల్ల దాన్ని కేశనాళికలోకి ఎక్కించడం కష్టం అవుతుంది.

4. $r = \frac{2T}{h\rho g} = \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2}}{3 \times 1000 \times 10} = 4.8 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}$.

5. కేశనాళీయత వల్ల

10.4

1. పథంలో ఇచ్చిన బిందువు గుండా ప్రతీ కణం ప్రయాణిస్తూ దాని ముందు కణం ప్రయాణించిన పథంలోనే ప్రయాణిస్తూ ఉంటే ఆ ప్రవాహాన్ని ధారారేఖా ప్రవాహం అంటారు. ప్రవాహం వంకర-టింకరగా ఉంటే సంక్షుబ్ధ ప్రవాహం అంటారు.

2. కొనవు (ఖండించుకోవు), ఎందుకంటే అలా అయితే ఒకే ప్రవాహానికి రెండు దిశలు ఉంటాయి.

3. సందిగ్ధ వేగం ద్రవ స్నిగ్ధత స్వభావం మీద ద్రవసాంద్రత మరియు గొట్టం వ్యాసంపై ఆధారపడుతుంది.

4. 0.012 ms^{-1}.

5. స్నిగ్ధతా బలంవల్ల.

10.5

1. గాలి యొక్క అధిక వేగం పై భాగాన అల్పపీడనాన్ని కలిగిస్తుంది.

2. వైశాల్యంలో తగ్గుదల అధిక పీడనాన్ని కలిగిస్తుంది.

3. ప్రవాహి అసంపీడ్యమై, స్నిగ్ధత రహితంగా (లేదా తక్కువగా ఉండి) ఉండాలి. చలనం ధారారేఖగా ఉండాలి.

4. $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} d (v_2^2 - v_1^2)$

5. రెండు తలాల వద్ద ధారారేఖలు భిన్నంగా ఉండడం వల్ల బంతి మరింతగా స్వింగ్ (swing) అవుతుంది.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

5. 2.67 Nm^{-2}.

6. 200 N, No.

20. 2.1 mm s^{-1}, 35 cm s^{-1}.

21. 8 ms^{-1}, 6.3×10^{-2} m^3 s^{-1}.

22. 7.8 mm s^{-1}, 0.19 ms^{-1}.

23. 1500, అసమరీతిగా ఉంటుంది.

24. 2 cm పాదరసమట్టం.

11

పదార్థాల ఉష్ణ ధర్మాలు

పరిచయం

మన భూగ్రహం పై జీవరాశుల మనుగడకు సౌరశక్తియే కారణం. సౌర శక్తి భూమిని చేరడానికి ముందు భూమికి సూర్యునికి మధ్యగల శూన్యం మరియు వాతావరణం గుండా ప్రయాణంచేస్తుంది. మనలో ప్రతి వ్యక్తి సుమారు 70 వాట్‌ల రేటుతో ఉష్ణశక్తిని వికిరణం చేస్తాడని మీకు తెలుసా? ఇప్పుడు మనం ఉష్ణవికిరణం గురించి వివరంగా చదువుతాము. ఈ అధ్యయనం వల్ల మన నుండి ఎంతో దూరంలో ఉన్న నక్షత్రాల యొక్క ఉష్ణోగ్రతను కూడా నిర్ణయించగలుగుతాము.

ఉష్ణప్రసారంలో మరొక పద్ధతి ఉష్ణవహనం, దీనికి పదార్థ యానకం కావలసి వస్తుంది. ఒక లోహపు కడ్డీ ఒక చివర వేడిచేసినప్పుడు కొంత సమయానికి రెండవ చివర కూడ వేడెక్కుతుంది. అందుకే మనం పలురకాలయిన పాత్రలను పట్టుకునేందుకు కొయ్య లేదా ఉష్ణబంధక పదార్థాలను వాడతాము. మన ఇంటి గోడలపై పడిన ఉష్ణశక్తి కూడా ఉష్ణవహనం ద్వారా ఇంట్లోకి ప్రవేశిస్తుంది. కాని ఒక పాత్రలోని నీటిని వేడి చేసినప్పుడు పాత్ర అడుగున గల అణువులు మొదట వేడెక్కుతాయి. అవి పాత్ర అడుగునుండి నీటి ఉపరితలానికి ఉష్ణాన్ని తీసుకెళతాయి. ఈ రకం ఉష్ణ ప్రసారాన్ని ఉష్ణసంవహనం అంటారు. భూమిపై జీవరాశుల మనగడకు అవసరం అయిన రుతుపవనాలు ఏర్పడటంలాంటి సహజ అద్భుతాలు జరగడానికి ఈ ప్రక్రియలే కారణం. ఈ పాఠంలో ఈ ఉష్ణప్రసార ప్రక్రియల గురించి మరింతగా చదువుతారు.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరవాత మీరు కింది విషయాలు తెలుసుకోగలుగుతారు.

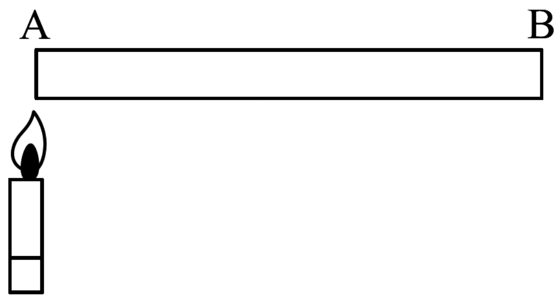
- ఉష్ణవహనం, ఉష్ణసంవహనం మరియు ఉష్ణవికిరణాల మధ్య భేదాలు చెప్పగలరు.
- ఉష్ణవహన గుణకాన్ని నిర్వచించ గలుగుతారు.
- హరిత గృహ ప్రభావం (గ్రీన్ హౌస్ ప్రభావం) (green house effect) మరియు భూమిపైగల జీవరాశులపై దాని పర్యవసానాన్ని వివరించగలుగుతారు.
- కృష్ణ వస్తువు వికిరణాన్ని నియంత్రించే సూత్రాలు అనువర్తింప చేయగలుగుతారు.

11.1 ఉష్ణ ప్రసార పద్ధతి (Process of heat transfer)

అధిక ఉష్ణోగ్రత గల వస్తువు నుండి అల్ప ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల వస్తువుకు ఉష్ణం తనంతట తానుగా ప్రవహించే సహజ నైజాన్ని రెండవ నియమం తెలుపుతుంది. రెండు వస్తువుల ఉష్ణోగ్రతలు సమానం అయ్యేవరకు

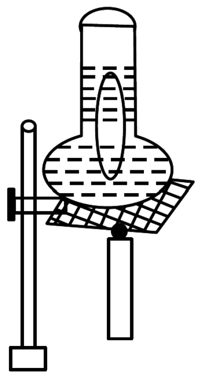
వాటి మధ్య ఉష్ణప్రసరణ జరుగుతుంది. వాయువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత దాని సరాసరి గతిశక్తితో సంబంధం కలిగి ఉంటుందని చలన సిద్ధాంతం నుండి మీరు గుర్తుచేసుకోవచ్చు. వేరు వేరు ఉష్ణోగ్రతలవద్ద గల వాయు అణువులు వేరు వేరు సరాసరి గతిశక్తులు కలిగి ఉంటాయని దాని అర్థం.

ఉష్ణప్రసారం మూడు పద్ధతుల ద్వారా జరుగుతుంది. అవి ఉష్ణవహనం, ఉష్ణసంవహనం మరియు ఉష్ణవికిరణం. ఉష్ణవహనం మరియు ఉష్ణసంవహనాల్లో ఉష్ణప్రసరణ అణువుల చలనం ద్వారా జరుగుతుంది. అది ఏవిధంగా జరుగుతుందో అర్థం చేసుకుందాం.



పటం 11.1 లోహపు కడ్డీలో ఉష్ణవహనం

ఘనపదార్థాల్లో సాధారణంగా ఉష్ణప్రసరణ ఉష్ణ వహనం ద్వారా జరుగుతుంది. ఘన పదార్థాల్లో అణువులు దృఢంగా బంధించబడి ఉంటాయని మనకు తెలుసు. వేడిచేసినప్పుడు అవి వాటి స్థానాలను వదలి వెళ్ళలేవు. అవి వాటి సమతాస్థితి స్థానం పరంగా కంపిస్తాయి. పటం 11.1లో చూపినట్లు లోహపు కడ్డీ యొక్క ఒక చివర వేడిచేసినప్పుడు వాటి చలనానికి ఏమవుతుందో అర్థంచేసుకుందాం. A చివర ఉండే అణువులు వేడెక్కడం వల్ల వాటి గతిశక్తులు పెరుగుతాయి. గతిశక్తి పెరగడం వల్ల అవి వాటి మధ్యమ స్థానాల పరంగా కంపిస్తాయి. ఈ ప్రక్రియలో వాటి గతిశక్తిలో కొంత భాగం వాటిని ఆనుకొని ఉండే దగ్గర అణువులకు ఇస్తాయి. ఈ అణువులు మరల వాటి గతిశక్తిలో కొంత భాగం వాటి ప్రక్కనే ఉండే అణువులకు ఇస్తాయి. ఇదే ప్రక్రియ కొనసాగి కడ్డీ యొక్క రెండవ చివర B వద్ద ఉండే అణువులకు గతిశక్తి (K.E.) చేరుతుంది. సరాసరి గతిశక్తి ఉష్ణోగ్రతకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది కనుక B చివర వేడెక్కుతుంది. ఆవిధంగా ఉష్ణవహనంలో ఉష్ణం అణువు నుండి అణువుకు సరఫరా అవుతుంది. ఈ ప్రక్రియలో అణువులు స్థానచలనం చెందకుండా సగటు సమతాస్థితి స్థానం పరంగా కంపించి శక్తిని ఒక దాని నుండి మరొక దానికి బదిలీ చేస్తాయి.

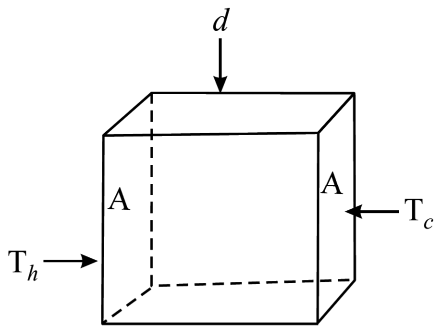

పటం 11.2 వేడిచేసిన నీటిలో సంవహన ప్రవాహం

ఉష్ణ సంవహనంలో ప్రవాహిల అణువులు ఉష్ణశక్తిని గ్రహించి స్థానచలనం చెందుతాయి. దీన్ని చూడాలంటే ఒక గాజు పాత్రలో నీరు తీసుకొని నీటి అడుగున పోటాషియం పెర్మాంగనేట్ ($KMnO_4$) స్ఫటికాలను వేయండి. పాత్ర అడుగుభాగాన బర్నర్‌తో వేడిచేయండి. పాత్ర అడుగు భాగానికి దగ్గరగా ఉండే ప్రవాహి వేడెక్కి వ్యాకోచిస్తుంది. నీటి సాంద్రత తగ్గడంవల్ల ఉత్ప్లవన బలం దీనిని పైకి కదిలేలా చేస్తుంది. (పటం 11.2) వేడి నీరు పైకి పోవడంవల్ల చల్లని మరియు హెచ్చు సాంద్రతగల నీరు కిందకి వచ్చి ఆ స్థానాన్ని ఆక్రమిస్తాయి. ఆవిధంగా వేడి నీరు పైకి మరియు చల్లని నీరు కిందకి పోయే సంవహన ప్రవాహం ఏర్పడుతుంది. నీరు క్రమంగా వేడెక్కుతుంది. $KMnO_4$ స్ఫటికాలు వాటిని ఎరుపు రంగులోకి మారుస్తాయి కాబట్టి ఈ సంవహన ప్రవాహాలను చూడవచ్చు.

ఉష్ణ వికిరణంలో ఉష్ణశక్తి తరంగాల రూపంలో ప్రవహిస్తుంది. ఈ తరంగాలు శూన్యంలో కూడా ప్రయాణించగలవు. వీటి ప్రసరణకు ఏరకమైన పదార్థ యానకం అవసరం లేదు. సూర్యుని నుండి మనకు లభించే ఉష్ణంలో చాలా భాగం వికిరణం ద్వారానే లభిస్తుంది.

11.1.1 ఉష్ణవహనం (Conduction)

అడ్డుకోత వైశాల్యం A మరియు మందం d గల దీర్ఘ చతురస్రాకారపు దిమ్మెను తీసుకుందాం. దాని తలాలు T_h మరియు T_c $(< T_h)$ ఉష్ణోగ్రతల వద్ద పటం 11.3లో చూపినట్లు ఉన్నాయనుకుందాం. ఒక ముఖం నుండి రెండవ ముఖానికి ప్రవహించే ఉష్ణరాశి (Q) ఆధారపడి ఉండే అన్ని అంశాలను పరిగణనలోకి తీసుకుందాం. ముఖ వైశాల్యం A పెరిగితే ఉష్ణప్రసారం ఎక్కువగా ఉంటుందని $(Q \propto A)$ మనం చూడగానే గ్రహించగలం. ఇంకా మందం ఎక్కువగా ఉంటే ఉష్ణప్రసారం తక్కువ $\left(Q \propto \frac{1}{d}\right)$ గా ఉంటుంది.



పటం 11.3 ఒక పలక ద్వారా ఉష్ణ ప్రసారం మందం d, ముఖ వైశాల్యం A, T_h, T_c లు తలాల ఉష్ణోగ్రతలు

రెండు ముఖాల మధ్య గల ఉష్ణోగ్రత భేదం $(T_h - T_c)$ ఎక్కువగా ఉంటే ఉష్ణప్రసారం కూడా ఎక్కువగా ఉంటుంది. చివరగా ఉష్ణప్రసార సమయం (t) ఎక్కువగా ఉంటే కూడా ఉష్ణప్రసారం (Q) ఎక్కువగా ఉంటుంది.

గణితాత్మకంగా కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$Q \,\alpha\, \frac{A(T_h - T_c)t}{d}$$

లేదా $$Q = \frac{KA(T_h - T_c)t}{d} \qquad (11.1)$$

ఇక్కడ K పదార్థ స్వభావంపై ఆధారపడి ఉండే స్థిరాంకం. దీన్ని ఉష్ణవహన గుణకం లేదా పదార్థం యొక్క ఉష్ణవహనం అంటారు.

ఉష్ణవహన గుణకం (K) (Coefficient of thermal conductivity)

పదార్థం యొక్క ఏకాంక అడ్డుకోత వైశాల్యానికి లంబంగా, ఏకాంక ఉష్ణోగ్రతా ప్రవణత ద్వారా సెకనుకు జరిగే ఉష్ణరాశి ప్రసారాన్ని ఉష్ణవహన గుణకం అంటారు.

ఉష్ణవహన గుణకానికి SI ప్రమాణాలు $Wm^{-1}K^{-1}$,

కొన్ని పదార్థాల K విలువలు పట్టిక 11.1 నందు ఇవ్వబడ్డాయి.

పట్టిక - 11.1 కొన్ని పదార్థాల ఉష్ణవహన గుణకాలు

పదార్థం	ఉష్ణవహన గుణకం ($Wm^{-1}K^{-1}$)
రాగి	400
అల్యూమినియం	240
కాంక్రీటు	1.2
గాజు	0.8
నీరు	0.6
గాలి	0.025
థర్మోకోల్	0.01

ఉదాహరణ 11.1

ఒక ఘనాకారపు థర్మోకోల్ పెట్టె మంచుతో నిండుగా ఉంది. దాని పక్క పొడవు 30 సెం.మీ. మరియు మందం 5 సెం.మీ. పెట్టె బయటి ఉష్ణోగ్రత 45°C అయితే 6 గంటల్లో కరిగే మంచు పరిమాణాన్ని అంచనా వేయండి. (థర్మోకోల్‌కు $K = 0.01\ Js^{-1}m^{-1}{}^{\circ}C^{-1}$ మంచు ద్రవీభవన గుప్తోష్ణం = $335\ Jg^{-1}$)

సాధన :

సమీకరణం 11.1 ఉపయోగించి పెట్టె యొక్క ఒక ముఖం గుండా లోపలికి ప్రవేశించే ఉష్ణరాశిని పొందవచ్చు.

$$K = 0.01\ Js^{-1}m^{-1}{}^{\circ}C^{-1}$$

$$T_h - T_c = 45^{\circ}C - 0^{\circ}C = 45^{\circ}C$$

$$t = 6 \text{ hours} = 6 \times 60 \times 60 \text{ sec}$$

$$A = 30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 900 \times 10^{-4}\ m^2$$

$$d = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2}\ m$$

$$L = 335\ J\ g^{-1}$$

$$Q = \frac{KA(T_h - T_c)t}{d}$$

$$Q = \frac{0.01 \times 900 \times 10^{-4} \times 45 \times 6 \times 60 \times 60}{5 \times 10^{-2}}$$

$$Q = 10496\ J$$

థర్మోకోల్ పెట్టెకు 6 ముఖాలు ఉంటాయి కనుక

పెట్టెలోపలికి ప్రవేశించే మొత్తం ఉష్ణం $Q = 10496 \times 6\ J$

$m = \frac{Q}{L}$ సమీకరణం ఉపయోగించి కరిగిన మంచు ద్రవ్యరాశి లెక్కించవచ్చు.

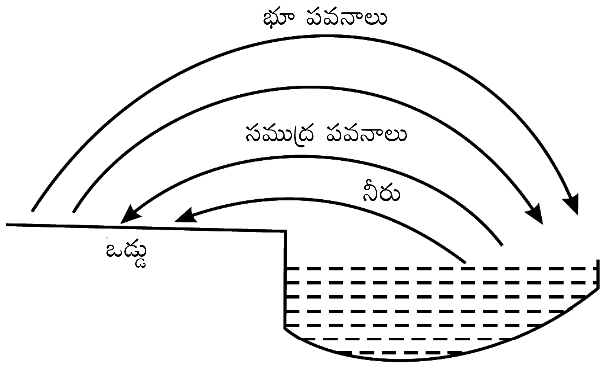
$$m = \frac{Q}{L} = \frac{10496 \times 6}{335} = 1878\,g$$

$$m = 1.878 \text{ kg}$$

పట్టిక 11.1ని పరిశీలిస్తే రాగి, అల్యూమినియం వంటి లోహాలు అధిక వాహకత కలిగి ఉన్నట్లు తెలుస్తుంది. అంటే రాగి గుండా ఉష్ణం సులువుగా ప్రవహిస్తుందని అర్థం. అందుకే వంట పాత్రలు మరియు వేడిచేసే పాత్రలను రాగితో తయారుచేస్తారు. గాలి, థర్మోకోల్‌లు చాలా తక్కువ ఉష్ణవాహకత్వం కలిగి ఉంటాయి అనే విషయం కూడా గమనించవచ్చు. K విలువ తక్కువగా ఉండే పదార్థాలను ఉష్ణబంధకాలు అంటారు. శీతాకాలంలో మనం ఉన్ని దుస్తులను ధరిస్తాం. ఉన్ని దారాపు పోగుల మధ్య బంధించిబడ్డ గాలి మన శరీరం నుండి ఉష్ణం నష్టం కాకుండా కాపాడుతుంది ఊలు మంచి ఉష్ణబంధకం ఎందుకంటే దాని దారాల మధ్య గాలి బంధింపబడి ఉంటుంది. ఇది బంధించిన ఉష్ణం వలన మనకు వేడిగా ఉంటుంది. నూలు వస్త్రాలను ఒకదానిపై ఒకటి పొరలుగా ఏర్పరచినపుడు పొరల మధ్య బంధించబడ్డ గాలి చల్లదనాన్ని ఆపుతుంది. వేసవిలో మంచు కరగకుండా కాపాడటానికి దాన్ని థర్మోకోల్ పెట్టెలో ఉంచుతారు. కొన్నిసార్లు మంచు దిమ్మెను తక్కువ ఉష్ణవాహకతగల గోనె సంచిలో చుట్టి ఉంటుతారు. దీనికి (గొనెకు) కూడా తక్కువ ఉష్ణవాహకత్వం ఉంటుంది.

11.1.2 ఉష్ణసంవహనం (Convection))

వేడిగా ఉన్న రోజున సరస్సు లేదా సముద్రం పక్కనే నడుస్తున్నప్పుడు మనకు చల్లని గాలి తగలడం సామాన్యమైన అనుభవం. దానికి కారణం తెలుసా? కనుగొందాం.



పటం 11.4 సంవహన ప్రవాహాలు ఒడ్డు నుండి వేడిగాలి పైకిలేచి చల్లని నీటి వైపుకు కదులుతాయి. నీటి నుండి ఒడ్డుకు జరిగే సంవహన ప్రవాహాన్ని చల్లనిగాలిగా మనం అనుభవిస్తాం.

సరస్సు లేదా సముద్రంలోని నీరు నిరంతరం ఆవిరి అవుతుండటంవల్ల ఆ నీటి ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతుంది. ఒడ్డున గల వేడిగాలి పైకి కదులుతుంది (పటం 11.4). దీనివల్ల ఒడ్డున పీడం తగ్గుతుంది. ఫలితంగా నీటి తలంపై చల్లని గాలి ఒడ్డునకు వీస్తుంది. ఈ సంవహన ప్రవాహాల ఫలితంగా, వేడిగా ఉండే ఒడ్డు నుండి చల్లగా ఉండే నీటి తలంపైకి ఉష్ణ ప్రసారం జరుగుతుంది. ఉష్ణప్రసారం జరిగే రేటు చాల అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఉష్ణవహనంలోవలె ఉష్ణ సంవహనానికి సామాన్య సమీకరణాలు లేవు. అయినప్పటికీ ఉష్ణసంవహనం ద్వారా ఉష్ణ ప్రసారం జరిగే రేటు తలాల మధ్యగల ఉష్ణోగ్రతా భేదం మరియు వాటి వైశాల్యాలపై ఆధారపడుతుంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 11.1

1. ఉష్ణవహనం మరియు ఉష్ణ సంవహనాల మధ్య భేదాలు తెలపండి.
2. K యొక్క ప్రమాణాలు $Js^{-1}\ m^{-1}\ ^{\circ}C^{-1}$ ను సరిచూడండి.
3. శీతాకాలంలో మనుషులు కంబళ్ళు ఎందుకు కప్పుకుంటారో వివరించండి.
4. 1 m^2 తల వైశాల్యం, 1 m మందం, ఉష్ణవహన గుణకం K గల పదార్థంతో చేయబడ్డ ఘనం యొక్క ఎదురెదురు ముఖాలు 1 °C ఉష్ణోగ్రతా భేదం వద్ద ఉంచబడ్డాయి. ఒక సెకనులో ఘనం తలాల మధ్య జరిగిన ఉష్ణాన్ని లెక్కించండి. దాని నుండి K కు సంఖ్యాత్మక నిర్వచనం ఇవ్వండి.
5. వేసవి కాలంలో భూమిపై గల పదార్థాలు బాగా వేడెక్కుతాయి. కాని సముద్రంపై ఉన్న గాలి వేడెక్కదు. ఇది సముద్ర పవనాలు కలగచేస్తుందని వివరించండి.

11.1.3 ఉష్ణవికిరణం (Radiation)

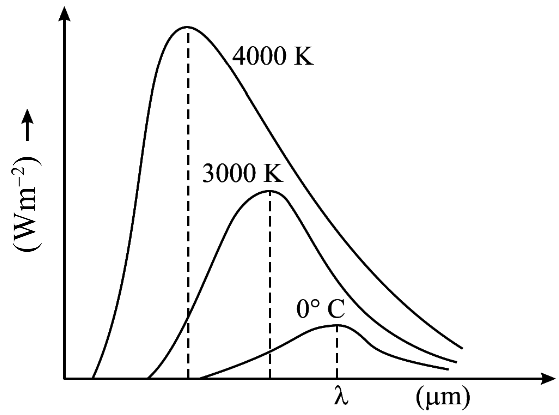
ఒక వస్తువు తలం నుండి నిర్విరామంగా శక్తి ఉద్గారం చేయడాన్ని వికిరణంగా చెప్పవచ్చు. ఈ శక్తిని వికిరణ శక్తి అంటారు. ఇది విద్యుదయస్కాంత తరంగాల రూపంలో ఉంటుంది. ఈ తరంగాలు కాంతివేగం ($3 \times 10^8\ ms^{-1}$) తో ప్రయాణిస్తాయి. ఇవి గాలి మరియు శూన్యంలలో కూడా ప్రయాణిస్తాయి. ఇవి నునుపు తలం నుండి తేలికగా పరావర్తనం చెందించవచ్చు మరియు కటకం సహాయంతో కేంద్రీకరించవచ్చు.

అన్ని వస్తువులు వాటి ఉష్ణోగ్రతకు అభిలక్షణమైన తరంగదైర్ఘ్యాలతో వికిరణాన్ని ఉద్గారం చేస్తాయి. 6000 K ఉష్ణోగ్రత వద్ద సూర్యుడు దృశ్య వర్ణపటంలో ప్రధానంగా శక్తిని ఉద్గారం చేస్తాడు. భూమి ఆదర్శ వికిరణ ఉష్ణోగ్రత 295 K వద్ద విద్యుదయస్కాంత వర్ణపటంలో గల పరారుణ ప్రాంతం చివరలో (ఉష్ణ) శక్తిని ఉద్గారం చేస్తుంది మానవ శరీరం కూడా పరారుణ ప్రాంతంలో శక్తిని ఉద్గారం చేస్తుంది.

ఇప్పుడు మనం ఒక చిన్న ప్రయోగాన్ని చేద్దాం. చీకటి గదిలో నల్లటి పూతపూసిన ప్లాటినం తీగను తీసుకుందాం. దాని గుండా విద్యుత్ ప్రవహింపచేద్దాం. తీగ వేడెక్కడం మీరు గమనించవచ్చు. క్రమంగా విద్యుత్ ప్రవాహ పరిమాణం పెంచండి. కొద్ది సమయం తరవాత తీగ వికిరణం చేయడం మొదలు పెడుతుంది. కొద్దిగా ఎక్కువ బలంగల విద్యుత్ ప్రవాహాన్ని పంపితే తీగ కాంతి విహీనమైన ఎరుపు రంగులో దీప్తినిస్తుంది. ఇది మానవుని కంటికి హానిచేయడానికి సరిపడే తీవ్రతగల ఎరుపు వికిరణాన్ని తీగ ఉద్గారం చేస్తున్నదని తెలుస్తుంది. ఇది సుమారు 525°C వద్ద జరుగుతుంది. విద్యుత్ ఇంకా పెంచినప్పుడు వికిరణం యొక్క రంగు కాంతిహీనంగా ఉండే ఎరుపు నుండి ఎర్రని ఎరుపు రంగు (సుమారు 900°C వద్ద) కు, తరవాత నారింజ రంగుకు (సుమారు 1100°C వద్ద) రంగుకు, ఆ తరవాత పసుపుకు (సుమారు 1250°C వద్ద) మారుతూ దాదాపు 1600°C వద్ద తెలుపుగా మారుతుంది. దీని నుండి మీరు ఏమి గ్రహిస్తారు? దీప్తినిచ్చే వస్తువు యొక్క రంగును బట్టి దాని ఉష్ణోగ్రతను అంచనావేయవచ్చు అని తెలుస్తోంది. ఇంకా ఉష్ణోగ్రతను పెంచినప్పుడు తక్కువ తరంగదైర్ఘ్యంగల తరంగాలు (ఎరుపు రంగు యొక్క తరంగదైర్ఘ్యం ఆరంజి, పసుపు రంగుల తరంగదైర్ఘ్యాలకంటె ఎక్కువ) కూడా తగినంత తీవ్రతలో ఉద్గారం అవుతాయి. తీగ యొక్క ఉష్ణోగ్రత 525°C కంటె తక్కువ ఉన్నప్పుడు ఎరుపు కంటె ఎక్కువ తరంగదైర్ఘ్యం గల తరంగాలను ఉద్గారం చేస్తుందని పై చర్చకు విపర్యంగా మీరు గ్రహించవచ్చు. కాని ఈ తరంగాలను వాటి ఉష్ణ ఫలితంతో మాత్రమే గుర్తించగలం.

11.2 వికిరణ నియమాలు (Laws of Radiation)

ఏ ఉష్ణోగ్రత వద్దనైనా ఒక వస్తువు ఉద్గారించిన వికిరణ శక్తి వేరువేరు తరంగదైర్ఘ్యాలు గల తరంగాల మిశ్రమం. ఉద్గార తీవ్రత అత్యధికంగా ఉండే తరంగాలు ఒక ప్రత్యేక తరంగదైర్ఘ్యాన్ని (λ_m) కలిగి ఉంటాయి. $400°C$ వద్ద రాగి దిమ్మెకు λ_m విలువ సుమారు 5×10^{-4}cm లేదా 5 μm (ఒక మైక్రాన్ μm = 10^{-6} మీ) ఉంటుంది. ఈ విలువ కంటె తరంగదైర్ఘ్యం పెరిగినా లేదా తగ్గినా తీవ్రత తగ్గుతుంది (పటం 11.5).



పటం 11.5 వేరు వేరు ఉష్ణోగ్రతల వద్ద తరంగదైర్ఘ్యంతో కృష్ణవస్తువు వికిరణ తీవ్రతలో మార్పులు

ప్రతి వక్రంకు క్షితిజ సమాంతర అక్షానికి మధ్యగల వైశాల్యం ఆ ఉష్ణోగ్రత వద్ద మొత్తం వికిరణ రేటును తెలియచేస్తుంది. పటం 11.5 లో చూపిన వక్రాలను పరిశీలించిన తరవాత కింద తెలిపిన యదార్థాలను సరిచూడండి.

1. ఒక ప్రత్యేక ఉష్ణోగ్రత వద్ద వికిరణం జరిగే రేటు (ప్రతీ వక్రానికి, క్షితిజ సమాంతర అక్షానికి మధ్యగల వైశాల్యం) ఉష్ణోగ్రతతో వేగంగా పెరుగుతుంది.
2. ప్రతి వక్రం కచ్చితమైన గరిష్ఠ శక్తి మరియు దానికనుగుణమైన తరంగదైర్ఘ్యం λ_m కలిగి ఉంటాయి. (అనగా గరిష్ఠ తీవ్రత కలిగిన తరంగం యొక్క తరంగదైర్ఘ్యం) ఉష్ణోగ్రత పెంచినప్పుడు λ_m తక్కువ తరంగదైర్ఘ్యం వైపుకు విస్తాపనం చెందుతుంది.

రెండవ యదార్థాన్ని పరిమాణాత్మకంగా వీన్ స్థానభ్రంశ నియమంగా చెప్పవచ్చు.

వీన్ స్థానభ్రంశ నియమం (Wien's displacement law) : వస్తువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత పెరిగినప్పుడు λ_m విలువ తక్కువ తరంగదైర్ఘ్యంవైపుకు విస్తాపనం చెందుతుంది. ఈ నియమం కృష్ణ వస్తువులకు మాత్రమే కచ్చితంగా వర్తిస్తుంది. గణితాత్మకంగా ఒక వస్తువు ఒక ఉష్ణోగ్రతవద్ద ఉద్గారంచేసే వికిరణానికి $\lambda_m T$ ల యొక్క లబ్ధం స్థిరం అని చెప్పవచ్చు.

$$\lambda_m T = \text{స్థిరం} \quad \ldots \quad (11.2)$$

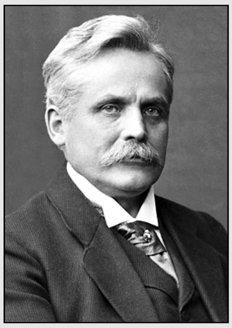
సమీకరణం 11.2 లోని స్థిరరాశి యొక్క విలువ 2.884×10^{-3} m K అంతరిక్షంలోని వస్తువులతో సహా వికిరణం చేసే అన్ని వస్తువుల ఉష్ణోగ్రతలు తెలుసుకోవడానికి ఈ సూత్రం ఉపయోగిస్తుంది. చంద్రుడు ఉద్గారంచేసే వికిరణ వర్ణపటం యొక్క గరిష్ఠ విలువ $\lambda_m = 14\times10^{-6}\text{m} = 14$ మైక్రాన్‌లు 11.2 సమీకరణం ఉపయోగించి కింది విధంగా పొందవచ్చు.

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2884\times10^{-6}\text{ m}}{14\times10^{-6}\text{ m}}$$

$$T = \frac{2884}{14} = 206\text{ K}$$

అనగా చంద్రుని తలం యొక్క ఉష్ణోగ్రత 206 K ఉంటుంది.

వెల్మ్ వీన్ (Wilhelm Wien)
1864 - 1928



వెల్మ్ వీన్ 1911 లో భౌతికశాస్త్రంలో నోబెల్ బహుమతి గ్రహీత. ఈయన తూర్పు పర్షియా దేశానికి చెందిన భూస్వామి కుమారుడు. పర్షియాలో స్కూలు విద్యాభ్యాసం ముగిసిన తరవాత కళాశాల చదువుకై జర్మనీ దేశం వెళ్ళాడు. బెర్లిన్ విశ్వవిద్యాలయంలో ప్రముఖ భౌతికశాస్త్రవేత్త అయిన హెల్మ్‌హోల్ట్జ్ (Helm Holtz) పర్యవేక్షణలో కాంతి వివర్తనం (Diffraction) పై చేసిన పరిశోధనకుగాను 1886 వ సంవత్సరంలో డాక్టరేట్ పట్టా పొందాడు. అతనికి వృత్తిపరంగా ఎంతోపేరు ఉంది.

Aix-la-chappelle నందు 1896 వ సంవత్సరంలో ఫిలిప్ లెనార్డ్ (Philip Lenard) తరవాత భౌతికశాస్త్రంలో ఆచార్య హోదా పొందాడు. 1899లో గిస్సేన్ విశ్వవిద్యాలయం (University of Giessen) లో ఆచార్య W.C రోయింజన్ (W.C. Roentgen) తరవాత ఆచార్య స్థానాన్ని పొందాడు. 1902 వ సంవత్సరంలో లీప్‌జిగ్ విశ్వవిద్యాలంయం వారు లూడ్వింగ్ బోల్ట్జ్‌మన్ (Ledwing Boltzmann) తరవాత స్థానాన్ని భర్తీచేయడానికి ఆహ్వానించారు. 1906లో బెర్లిన్ విశ్వ విద్యాలయంలో డ్రూడ్ (Drude) తరవాత స్థానాన్ని ఆహ్వానించారు. కాని ఈ ఆహ్వానాలను అతడు తిరస్కరించాడు. 1920లో మ్యూనిచ్‌లో (Munich) భౌతికశాస్త్రంలో ఆచార్యునిగా నియమించబడి చివరివరకు అక్కడే పనిచేసాడు.

11.2.1 కిర్ఛాఫ్ నియమాలు (Kirchhoff's Laws)

ఇంతకు ముందు చెప్పినట్లు ఏదైన తలంపై ఉష్ణవికిరణం పడినప్పుడు దానిలో కొంత భాగం పరావర్తనం, కొంత భాగం శోషణం మరి కొంత భాగం వస్తువు గుండా ప్రసారం జరుగుతుంది. ఒక ప్రత్యేక తరంగదైర్ఘ్యం λ వద్ద, ఒక తలానికి r_λ, a_λ మరియు t_λ లు వరసగా తలంపై పతనమైన మొత్తం శక్తిలో పరావర్తనం చెందిన, శోషించిన మరియు ప్రసరించిన శక్తులను సూచిస్తే మనం కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$r_\lambda + a_\lambda + t_\lambda = 1 \qquad \dots \qquad (11.3)$$

ఒక వస్తువుకు $r_\lambda = t_\lambda = 0$ మరియు $a_\lambda = 1$ అయినప్పుడు మాత్రమే దానిని పరిపూర్ణ కృష్ణవస్తువు అంటాం. అంటే కృష్ణ వస్తువు తలంపై పతనమయిన శక్తి అంతా శోషణం జరుగుతుంది. ప్రకృతిలో అట్టి పరిపూర్ణ కృష్ణవస్తువు ఉండదు. దీపపు మసి పరిపూర్ణ కృష్ణవస్తువుకు దరిదాపు దగ్గరగా ఉంటుంది. ఇది దృశ్య కాంతిలో దాదాపు 96% మరియు ప్లాటినం నలుపు సుమారు 98% శోషిస్తాయి. ఇది ఎక్కువ తరంగదైర్ఘ్యంగల కాంతిని తనగుండా ప్రసరింపచేస్తుంది.

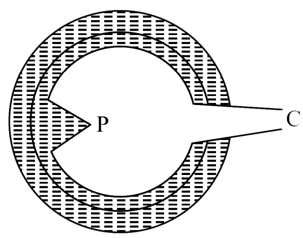
పరిపూర్ణ తెల్లని వస్తువు (Perfectly white body) : పరిపూర్ణ కృష్ణ వస్తువుకు భిన్నంగా $a_\lambda = 0, t_\lambda = 0$ మరియు $r_\lambda = 1$ గా గల తలాన్ని పరిపూర్ణ తెల్లని వస్తువు అంటారు. తెల్లని సుద్ద పొడిని పరిపూర్ణ తెల్లని వస్తువుకు సుమారు ఉదాహరణగా చెప్పవచ్చు.

ఉత్తమ శోషకాలు, ఉత్తమ ఉద్గారకాలు కూడా అవుతాయని దీని అర్థం. కాని ప్రతి వస్తువు దానిపై పతనమయిన వికిరణాన్ని శోషించడంగాని పరావర్తనం చెందించడంగాని చేస్తుంది. దీన్ని బట్టి ఒక ఉత్తమ శోషకం, అధమ పరావర్తకం (లేదా ఉత్తమ ఉద్గారకం) అవుతుంది.

పరిపూర్ణ కృష్ణ వస్తువును రూపకల్పన చేయుట

చిన్న రంధ్రంగల ఆవరణాన్ని ఏకరీతిగా వేడిచేసినప్పుడు అది కృష్ణ వస్తువు ఉద్గారంవలె ఉద్గారిస్తుంది.

అటువంటి ఆవరణం పతన వికిరణాలకు కూడా పరిపూర్ణ కృష్ణ వస్తువు వలె ప్రవర్తిస్తుంది. రంధ్రం గుండా ప్రవేశించిన వికిరణాలు ఆవరణలోనే అనేక అంతర పరావర్తనాలు చెంది బయటకు రాలేవు. ఆవరణం యొక్క లోపలి తలాన్ని నలుపు చేయడం ద్వారా దీనిని మరింత అభివృద్ధి చేయవచ్చు. కనుక ఆవరణం పరిపూర్ణ శోషకం మరియు పరిపూర్ణ కృష్ణ వస్తువువలె ప్రవర్తించును.



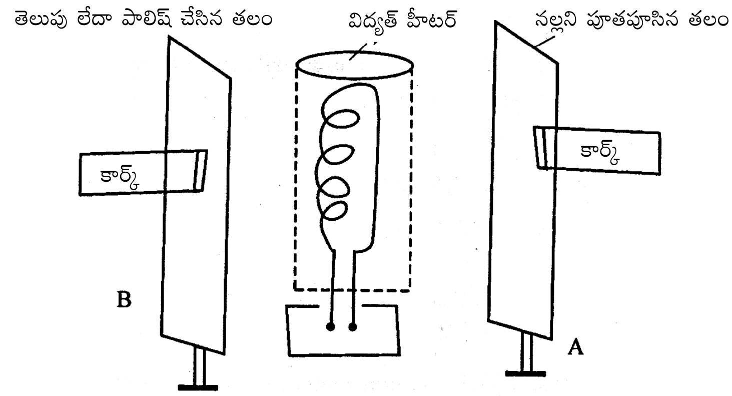
పటం 11.6 ఫెర్రి కృష్ణవస్తువు

పటం 11.6 ఫెర్రి కృష్ణవస్తువును చూపుతుంది. రంధ్రంగల గుల్ల గోళం లోపలి తలం నల్లని పదార్థంతో పూతపూయబడి ఉంటుంది. అది O అనే శంఖు ఆకారపు ప్రవేశం కలిగి ఉంటుంది. O రంధ్రానికి ఎదురుగా గుల్ల గోళం లోపల P అనే శంఖువు ఆకారపు విక్షేపం అమర్చబడి ఉంటుంది. ఇది రంధ్రం నుండి తిన్నగా లోపలికి ప్రవేశించే వికిరణాలు బయటకు పోకుండా చేస్తుంది. లేనిచో వస్తువు పరిపూర్ణ కృష్ణవస్తువు కాజాలదు.

కృత్యం 11.1

తెల్లగా మెరుస్తూ ఉండే తలానికంటె నల్లని తలం ఉష్ణవికిరణాలను ఎక్కువ త్వరగా శోషణం చేస్తుందని చదువుకున్నారు. ఈ ఫలితాన్ని పరిశీలించడానికి కింది ప్రయోగాన్ని మీరు చేయవచ్చు.

A మరియు B అనే రెండు లోహపు పలకలను తీసుకోండి. A పలక యొక్క ఒక తలానికి నల్లని పూతపూసి, B పలక యొక్క ఒక తలాన్ని పాలిష్ చేయండి. ఈ పలకలను విద్యుత్ హీటరుకు ఇరువైపులా వాటి యొక్క నలుపు తలం మరియు పాలిష్ చేసిన హీటరు వైపుకు ఉండేలా స్టాండుకు బిగించవలెను. రెండు పలకలు హీటరు నుండి సమాన దూరంలో ఉండేలా చూడాలి. మైనం సహాయంతో ఒక కార్కును ప్రతి పలక యొక్క పూతలేని తలాలపై అంటించాలి.



పటం 11.7 నలుపు, తెలుపు పూతపూసిన తలాల శోషణలోని భేదాలను చూపడం

విద్యుత్ హీటరును వెలిగించాలి. రెండు పలకలు సర్వసమానం మరియు హీటరుకు సమాన దూరంలో ఉన్నాయి. కనుక అవి ఒకే పరిమాణంగల వికిరణాన్ని గ్రహిస్తాయి. నలుపు పూతపూసిన పలక వెనకగల కార్కు ముందుగా పడిపోవడం గమనిస్తారు. ఎందుకంటే నలుపు తలం తెలుపు లేదా పాలిష్ చేసిన తలాలకంటె అధిక ఉష్ణాన్ని గ్రహిస్తుంది. నల్లని తలాలు ఉత్తమ శోషకాలు అని రుజువయినది.

11.2.2 స్టీఫాన్ - బోల్ట్‌జ్‌మన్ నియమం (Stefan - Boltzmann Law)

A వైశాల్యంగల తలం నుండి ఒక సెకనులో ఉద్గారమయ్యే వికిరణ శక్తి దాని పరమ ఉష్ణోగ్రత యొక్క నాలుగవ ఘాతానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుందని స్టీఫాన్ మరియు బోల్ట్‌జ్‌మన్ శాస్త్రజ్ఞులు ప్రయోగ ఫలితాలద్వారా నిర్ణయించారు.

$$E = \sigma A e T^4 \qquad \ldots \qquad (11.4)$$

ఇక్కడ σ స్టీఫాన్ - బోల్ట్‌జ్‌మన్ స్థిరాంకం. దీని విలువ $5.672 \times 10^{-8}\,\mathrm{J\,m^{-2}s^{-1}k^{-4}}$ ఉష్ణోగ్రతను కెల్విన్‌లలో చెప్పారు. e = ఉద్గారత లేదా సాపేక్ష ఉద్గారం. ఇది తలం యొక్క స్వభావం మరియు దాని ఉష్ణోగ్రతలపై ఆధారపడుతుంది. e యొక్క విలువ 0 కి మరియు 1 ల మధ్య ఉంటుంది. ఇది పాలిష్ చేసిన తలాలకు తక్కువగాను, పరిపూర్ణ కృష్ణ తలాలకు 1 గాను ఉంటుంది.

సమీకరణం (11.4) నుండి అన్ని వస్తువుల యొక్క తలాలు నిర్విరామంగా ఉష్ణాన్ని వికిరణం చేస్తూంటే అవి వాటి వద్ద ఉన్న అంతర్గత శక్తి అంతా కూడా వికిరణం చేసి పరమశూన్య ఉష్ణోగ్రతకు ఎందుకు చల్లారలేవు? అని అనిపించవచ్చు. వేరే విధంగా వాటికి శక్తి సరఫరా కాకపోతే అవి అలానే చేసేవి. వాస్తవానికి అన్ని వస్తువులు ఉష్ణశక్తిని వికిరణం, శోషణం రెండూ ఏకకాలంలో చేస్తాయి. ఒక వస్తువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత పరిసరాల ఉష్ణోగ్రతకు సమానంగా ఉన్నప్పుడు అది ఉద్గారించే రేటు, శోషణ చేసే రేటు సమానంగా ఉంటాయి. వస్తువు యొక్క శక్తిలో చివరకు లాభం గాని, నష్టంగాని ఉండదు. కనుక దాని ఉష్ణోగ్రతలో మార్పు ఉండదు. అయినప్పటికీ ఒక వస్తువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత పరిసరాల ఉష్ణోగ్రత కంటె తక్కువగా ఉన్నప్పుడు అది చేసే ఉద్గార రేటు తక్కువగాను శోషణరేటు ఎక్కువగాను ఉంటుంది. వస్తువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత పరిసరాల ఉష్ణోగ్రతకు సమానం అయ్యే వరకు పెరుగుతుంది. అదే విధంగా వస్తువు పరిసరాలకంటె ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్నప్పుడు దాని ఉద్గారరేటు ఎక్కువగాను శోషణరేటు తక్కువగాను ఉంటుంది. దాని శక్తిలో చివరకు నష్టం ఉంటుంది. కనుక T_1 ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న వస్తువుని T_2 ఉష్ణోగ్రత ఉన్న పరిసరంలో ఉంచినప్పుడు ఒక సెకనులో చివరకు నష్టపోయే శక్తిని కింది సమీకరణంతో పొందవచ్చు.

$$E_{net} = Ae\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) \quad \text{for } T_1 > T_2 \qquad (11.5)$$

ఉదాహరణ 11.2

3000 K ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న 100 W ఉన్న జ్వలించే దీపం ఫిలమెంట్ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యాన్ని లెక్కించండి. ఇక్కడ $\sigma = 5.7 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}k^{-4}}$ మరియు ఫిలమెంట్ యొక్క ఉద్గారత $e = 0.3$ గా తీసుకోండి.

సాధన :

స్టీఫాన్ - బోల్ట్‌జ్‌మన్ సూత్రం ప్రకారం $E = Ae\sigma T^4$

ఇక్కడ E = శక్తి ఉద్గారం చేసే రేటు, A = ఉపరితల వైశాల్యం, T = తలం యొక్క ఉష్ణోగ్రత

కనుక $A = \frac{E}{\sigma e T^4}$

ఇచ్చిన విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

$$A = \frac{100 \text{ W}}{0.3 \times \left(5.7 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}\right) \times \left(3000 \text{ K}\right)^4}$$

$$E = 7.25 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 11.2

1. ఏ తరంగదైర్ఘ్యం వద్ద 300 K ఉన్న రంధ్రం అత్యధిక వికిరణాలను ఉద్గారం చేస్తుంది?
2. వేసవి కాలంలో మనం లేత రంగు దుస్తులు ఎందుకు ధరిస్తాం?
3. కృష్ణ వస్తువు వికిరణాల యొక్క వర్ణ పట ప్రయోగం నుండి మనం గ్రహించే ముఖ్యమైన అంశం ఏది?
4. శరీర ఉష్ణోగ్రత 28^{o} C గల వ్యక్తి 22^{o} C ఉష్ణోగ్రత గల గదిలో ఉన్నాడు. అతడి శరీరం యొక్క ఉద్గారత ఒక ప్రమాణంగాను, అతడి శరీరం యొక్క వైశాల్యం 1.9 m^2 గాను తీసుకొని అతడి శరీరం నుండి వెలువడే వికరణ సామర్థ్యాన్ని లెక్కించండి.

11.3 సౌరశక్తి (Solar Energy)

భూమిపై లభించే శక్తి మొత్తానికి మూలం సూర్యుడే కాంతి మరియు ఉష్ణశక్తి రూపాల్లో వెలువడే సౌరశక్తిలో చాలా కొద్ది భాగాన్ని మాత్రమే భూమి గ్రహిస్తుంది. ఆ కొద్ది శక్తే భూమిపై నివసించే జీవరాశుల అవసరాలకు ఎక్కువే. సౌరశక్తిని మనం ప్రతిభావంతంగా వినియోగించుకోగలిగితే ఏదో ఒక రోజున మన శక్తి అవసరాలకు పరిష్కారం లభిస్తుంది.

సౌర వికిరణాలతో సంబంధించిన కొన్ని ప్రాథమిక విషయాలను చర్చిద్దాం.

1. సౌర స్థిరాంకం (Solar Constant)

సూర్యుని యొక్క మొత్తం శక్తిలో ఎంత భాగం భూమిని చేరుతుందో లెక్కించాలంటే ముందుగా మనం ప్రమాణ వైశాల్యం గల భూతలం ఒక సెకనులో గ్రహించే శక్తిని లెక్కించాలి. ఈ శక్తినే సౌర స్థిరాంకం అంటాం. భూమిపై సౌరస్థిరాంకం యొక్క విలువ 1.36×10^3 W m^{-2}. సౌర స్థిరాంకాన్ని భూమి ఉపరితల వైశాల్యంతో గుణిస్తే భూమి ఒక సెకనులో గ్రహించే మొత్తం శక్తి వస్తుంది.

గణిత పరంగా మొత్తం శక్తి, $Q = 2\pi R_e^2 S$;

ఇక్కడ R_e = భూమి యొక్క వ్యాసార్థం మరియు S = సౌర స్థిరాంకం

భూ ఉపరితలంలో సగభాగం $\left(\frac{4\pi}{2}R_e^2\right)$ మాత్రమే ఎప్పుడూ సూర్యకాంతితో ప్రకాశం అవుతుంది కనుక భూ ఉపరితలంలో సగం మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకుందాం.

కనుక,

$$Q = 2 \times 3.14 \times (6.4 \times 10^6)^2 \times (1.36 \times 10^3)$$

$$Q = 6.28 \times 55.71 \times 10^{15}$$

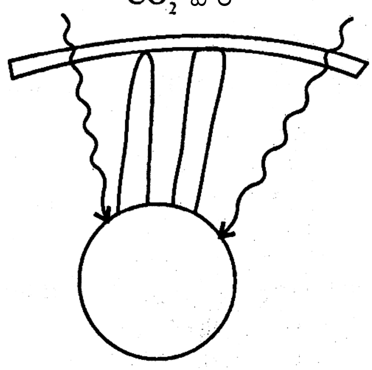
$$Q = 3.49 \times 10^{17}\ W$$

$$Q = 3.49 \times 10^{11}\ MW$$

2. గ్రీన్ హౌస్ ఫలితం (Greenhouse Effect) (హరిత గృహ ప్రభావం)

భూమిపై జీవరాశుల మనుగడకు తగినంత పరిమాణంలో సౌరశక్తి అవసరం. జీవరాశుల మనుగడకు అవసరం అయిన ఉష్ణోగ్రతను సమకూర్చడంలో భూ వాతావరణం ముఖ్య పాత్ర వహిస్తుంది. ఇది జరిగే పద్ధతుల్లో గ్రీన్ హౌస్ ఫలితం ఒకటి.

గ్రీన్ హౌస్ ఫలితంలో మొక్కలు, పూలు, గడ్డి మొదలగునవి ఒక గాజు గదిలో ఉంచబడతాయి. కాంతిలోని తక్కువ తరంగదైర్ఘ్యంగల వికిరణాలను గాజు తనగుండా పోనిస్తుంది. ఈ వికిరణాలను మొక్కలు శోషిస్తాయి. ఇవి తరువాత వీటిని హెచ్చు తరంగదైర్ఘ్యంగల పరారుణ కిరణాలుగా తిరిగి ఉద్గారం చేస్తాయి. గాజు ఉష్ణానికి అపారదర్శకం కనుక హెచ్చు తరంగదైర్ఘ్యంగల వికిరణాలు గాజు గుండా బయటకు పలాయనం అయ్యే అవకాశం ఉండదు. గ్రీన్ హౌస్‌లో ఈ విధంగా బంధించబడిన ఉష్ణ వికిరణాలు దానిని వేడిగా ఉంచుతాయి.



పటం 11.8 గ్రీన్ హౌస్ ఫలితం

మన వాతావరణంలో కూడా దానికి అనుగుణమైన ఫలితమే జరుగుతుంది. వాతావరణంలో కొద్ది పరిమాణంలో గల బొగ్గుపులుసు వాయువు (Carbon dioxide, CO_2) దృశ్యకాంతికి పారదర్శకంగా ఉంటుంది. ఆవిధంగా సూర్యకాంతి వాతావరణం గుండా ప్రవేశించి భూతలాన్ని చేరుతుంది. ఈ కాంతిని భూమి శోషించి తిరిగి పరారుణ వికిరణాలుగా ఉద్గారిస్తుంది. కాని గాలిలో గల బొగ్గు పులుసు వాయువు (CO_2) పరారుణ కిరణాలకు అపారదర్శకంగా ఉంటుంది. బొగ్గుపులుసు వాయువు వీటిని వాతావరణంలోనికి పలాయనం చెందనీయకుండా వెనకకు పరావర్తనం చెందిస్తాయి. ఈ కారణంవల్ల భూమి యొక్క ఉష్ణోగ్రత పెరుగుతుంది. ఈ ఫలితాన్నే గ్రీన్ హౌస్ ఫలితం అంటారు.

అభివృద్ధిచెందిన మరియు చెందుతున్న దేశాలు ఎక్కువ పరిమాణంలో CO_2 ను వాతావరణంలోకి చేరుస్తున్నాయి. గ్రీన్ హౌస్ ఫలితం వల్ల భూ వాతారవరణం వేడెక్కి భూమిపై గల జీవరాశుల మనుగడకు తీవ్రమైన సమస్యలు కలగచేస్తుంది. ఈ మధ్యనే ఐక్యరాజ్య సమితి CO_2 ను వాతావరణంలోనికి వదలవద్దని ప్రపంచదేశాలకు విజ్ఞప్తిచేసింది. ఎందుకంటే ఇప్పటికే మంచు కొండలు ఎక్కువ రేటులో కరిగిపోతున్నాయి.

సమీప భవిష్యత్తులో దీని వల్ల ఊహకందని విపరీత పరిణామాలు సంభవించవచ్చు. నదులకు వరదలు రావడం, సముద్రమట్టం పెరగడం వంటివి జరుగుతాయి. మంచు కొండలు కరగడం మొదలుపెడితే నీటి కొరత ఏర్పడటం, భూమి ఒరుసుకుపోవడంలాంటివి సంభవిస్తాయి. దీనివల్ల ఆహార సమస్యలు సృష్టించబడతాయనే ప్రమాదం పొంచి ఉంది. మరియు వాతావరణంలోని మార్పులు వల్ల కొన్ని ప్రాంతాల్లో కరవుకాటకాలు మరికొన్ని ప్రాంతాల్లో వరదలు సంభవించవచ్చు.

భారతదేశానికి సంబంధించినంతవరకు అనుకూలంగా చర్యలు తీసుకొనకపోతే 2030 నాటికి గంగానది పరివాహక ప్రాంతంలో తీవ్ర సమస్యలు ఏర్పడతాయని అంచనా వేశారు. ఇంకా సముద్రంలోని నీరు, భూ తలాన్ని ఆక్రమించడంవల్ల లక్షలాది ప్రజలు దీనస్థితి పొందుతారు.

11.4 న్యూటన్ శీతలీకరణ సూత్రం (Newton's law of cooling)

నిర్వచనం : వేడి వస్తువు చల్లబడే రేటు వస్తువు యొక్క సరాసరి ఉష్ణోగ్రతకు మరియు దాని పరిసరాలకు మధ్యగల ఉష్ణోగ్రతా భేదానికి (తక్కువగా ఉన్నప్పుడు) అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

దీన్ని స్టీఫాన్-బోల్ట్జ్‌మన్ సూత్రం నుండి రాబట్టవచ్చు. T ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న వస్తువు T_0 ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల పరిసరంలో ఉన్నప్పుడు దాని యొక్క ప్రమాణ తలం నుండి ప్రమాణ కాలంలో నష్టపోయే ఉష్ణాన్ని కింది సమీకరణంతో చూపవచ్చు.

$$E = e\sigma(T^4 - T_0^4)A \tag{11.6}$$

కాని, $(T^4 - T_0^4) = (T^2 - T_0^2)\,(T^2 + T_0^2) = (T - T_o)(T + T_o)(T^2 + T_0^2)$

Equation (11.6) becomes $E = e\sigma(T - T_0)(T + T_0)(T^2 + T_0^2)A$

$$E = e\sigma(T - T_0)(T^3 + TT_0^2 + T_0T^2 + T_0^3)A \tag{11.7}$$

కనుక, $(T - T_0)$ విలువ చాలా తక్కువగా ఉన్నప్పుడు T^3, TT_0^2 మరియు T_0T^2 లను ప్రతిది దాదాపుగా T_0^3 గా తీసుకోవచ్చు.

అందువలన $$E = e\sigma(T - T_0)4AT_0^3 \tag{11.8}$$

$$E = K\,(T - T_0)$$

ఇక్కడ $K = 4e\sigma AT_0^3$ స్థిరం

$$E \propto (T - T_0) \tag{11.9}$$

దీనినే న్యూటన్ శీతలీకరణ సూత్రం అంటారు.

"వ్యవస్థకు మరియు పరిసరాలకు మధ్య ఉష్ణోగ్రత బేధం ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు వేగంగా ఉష్ణప్రసారం జరుగుతుంది, అనగా వేగంగా వస్తువు ఉష్ణోగ్రత మారుతుంది".

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 11.3

1. భూమి ఉపరితలంపై 40 m వెడల్పు, 50 m పొడవు గల తలం సూర్యుడి నుండి గ్రహించే సౌర శక్తిని లెక్కించండి.
2. శిలాజ ఇంధనాలను ఎక్కువగా ఉపయోగించడంవల్ల మానవ జీవితంపై కలిగే ప్రమాదాలు ఏమి?
3. ఒక ద్రవం చల్లబడే ప్రక్రియను తెలిపే వక్రం యొక్క ఆకారం ఎలా ఉంటుంది?

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- ఉష్ణం అధిక ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల వస్తువు నుండి అల్ప ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల వస్తువుకు ప్రవహిస్తుంది. ఉష్ణం మూడు విధాలుగా ప్రసరిస్తుంది. అవి ఉష్ణవహనం, ఉష్ణసంవహనం మరియు ఉష్ణవికిరణం.
- ఉష్ణవహనంలో ఉష్ణం ఒక అణువు లేదా పరమాణువు నుండి వేరొక అణువు లేదా పరమాణువుకు స్థిరస్థానాల పరంగా కంపించడంవల్ల ప్రవహిస్తుంది.
- ఉష్ణ సంవహనంలో వస్తువులోని అణువుల స్థాన చలనం వల్ల ఉష్ణప్రసారం జరుగుతుంది. ఉష్ణవికిరణంలో ఉష్ణం విద్యుదయస్కాంత తరంగాలుగా ప్రసారం అవుతునిది.
- ఉష్ణ వహనం ద్వారా ప్రవహించే ఉష్ణరాశిని కింది సమీకరణంతో పొందవచ్చు.

$$Q = \frac{K(T_h - T_c)At}{d}$$

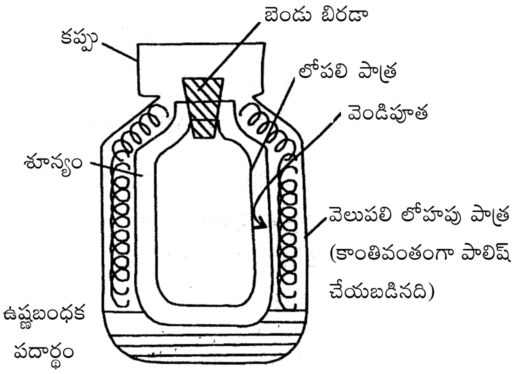
- **వీన్ స్థానభ్రంశ నియమం :** T(K) వద్ద గల వస్తువు వికిరణం చేసే శక్తికి సంబంధించిన వర్ణపటానికి గరిష్ఠ తరంగదైర్ఘ్యం λ_m ఉంటుంది. ఇంకా $\lambda_m T$ = స్థిరం (2880 μK) అయ్యేటట్లు ఉంటుంది.
- **స్టీఫాన్ - బోల్ట్జ్‌మన్ నియమం:** T(K) వద్ద గల జనకం వికిరణం చేసే శక్తి, $E = esAT^4$ శోషణ సామర్థ్యాన్ని a ని కింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$a = \frac{\lambda \text{ మరియు } \left(\lambda + d\lambda\right) \text{ ల మధ్య శోషణ చేసిన మొత్తం శక్తి}}{\lambda \text{ మరియు } \left(\lambda + d\lambda\right) \text{ ల మధ్య పతనమయిన మొత్తం శక్తి}}$$

- **ఉద్గార సామర్థ్యం (e_λ) :** ప్రమాణ తరంగదైర్ఘ్య అవధిలో ఒక చదరపు మీటరు తలవైశాల్యం ఒక సెకనులో ఇచ్చిన ఉష్ణోగ్రత వద్ద వికిరణ శక్తిని ఆ తల ఉద్గార సామర్థ్యం (e_λ) అంటారు.
- భూమికి సౌర స్థిరాంక విలువ $1.36 \times 10^3\ Jm^{-2}\ s^{-1}$
- **న్యూటన్ శీతలీకరణ సూత్రం :** ఒక వస్తువు చల్లబడే రేటు వస్తువు ఉష్ణోగ్రతకు మరియు పరిసరాల ఉష్ణోగ్రతకు గల భేదానికి రేఖీయ అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

ముగింపు అభ్యాసం

1. థర్మాస్ ఫ్లాస్క్ (పటం 11.9) లో రెండు తలాలు గల గాజు పాత్ర వేరొక లోహపు పాత్రలో ఉంచబడుతుంది. మనం ఉష్ణోగ్రత స్థిరంగా ఉంచవలసిన ద్రవాన్ని ఈ ఫ్లాస్క్‌లో పోసి దానికి బెండు బిరడా అమర్చుతాం. పటాన్ని జాగ్రత్తగా పరిశీలించి దాని నిర్మాణం ఉష్ణవహనం, సంవహనం మరియు వికిరణాల ద్వారా ఉష్ణప్రసారాన్ని ఎలా తగ్గిస్తుందో వివరించండి.



పటం 11.9

2. ఒక నక్షత్రం ఉద్గారం చేసిన గరిష్ఠ శక్తికి అనుసంధానమయిన తరంగదైర్ఘ్యం 4000 A^o ఆ నక్షత్రం యొక్క ఉష్ణోగ్రతను గణించండి. 1 ఆంగ్‌స్ట్రామ్ (A^o) = 10^{-8} cm.

3. 2 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం కలిగి నల్లని పూతపూసిన రాగి గోళాన్ని 1000°C ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న శూన్యపరచిన ఆవరణలో ఉంచారు. దాని ఉష్ణోగ్రత 127°C వద్ద స్థిరంగా ఉంచాలంటే రాగి గోళానికి ఎంతరేటులో శక్తిని సరఫరాచేయాలి?

4. ఉత్తమ శోషకాలు ఉత్తమ ఉద్గారాలు అనే ప్రకటనపై వ్యాఖ్యానించండి.

5. ఒక రాగి పాత్ర అడుగు భాగం 0.5 సెం.మీ. మందం మరియు 50 సెం.మీ. వ్యాసం కలిగి ఉంది. రాగి పాత్ర అడుగు భాగం 110°C వద్ద స్థిరంగా ఉండేలా ఒక బర్నర్‌పై ఉంచారు. వాతావరణ పీడనం వద్ద పాత్రలోని నీరు మరుగునట్లు పాత్ర అడుగు భాగం నుండి ఉష్ణం స్థిరంగా పాత్రలోకి ప్రవేశిస్తుంది. పాత్ర లోపలి అడుగు భాగం యొక్క యదార్థ ఉష్ణోగ్రత 105°C. ఒక గంట కాలంలో పాత్రలోని ఎన్ని కిలో గ్రాముల నీరు మరుగుతుంది?

6. ఉష్ణ వహన గుణకాన్ని నిర్వచించి అది ఆధారపడి ఉండే అంశాలను తెలపండి.

7. ఉష్ణ వహనం మరియు ఉష్ణసంవహనం పద్ధతుల మధ్యగల భేదాలు తెలపండి.

8. సమాన అడ్డుకోత వైశాల్యంగల రెండు లేదా అంత కంటె ఎక్కువ కడ్డీలను శ్రేణిలో సంధానం చేసినచో, ఆ కడ్డీల వ్యవస్థ యొక్క ఫలిత ఉష్ణ నిరోధం, ఆ కడ్డీల ఉష్ణ నిరోధాల మొత్తానికి సమానం అని చూపండి. (గమనిక : ఉష్ణ వహన గుణకం యొక్క విలోమాన్నే ఉష్ణ నిరోధం అంటారు)

9. వేరు వేరు లోహపు కడ్డీల ఉష్ణ వహన గుణకాలు 4:3 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. రెండు కడ్డీల అడ్డుకోత వైశాల్యాలు సమానం అయినప్పుడు వాటి ఉష్ణ నిరోధాలు సమానంగా ఉండాలంటే వాటి పొడవుల నిష్పత్తి కనుక్కోండి.

10. శీతాకాలంలో ఆకాశంలో మేఘాలు లేకుండా ఉన్నప్పటికంటె మేఘాలు ఉన్నప్పుడు వేడిగా అనుభూతి పొందుతాము, ఎందువల్ల?

11. ఒకే ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న ఇనుము, కొయ్యలను తాకినప్పుడు కొయ్య కంటే ఇనుము ఎక్కువ వేడిగా ఉన్నట్లు అనుభవం పొందుతాం ఏందువల్ల?
12. పింగాణి కప్పులో కంటే లోహపు కప్పులోని టీ తాగడానికి వేడిగా ఉన్నట్లు అనిపిస్తుంది. ఎందువల్ల?
13. నూలు దుస్తుల కంటే ఉన్ని దుస్తులు ఎక్కువ వెచ్చదనాన్ని ఇస్తాయి. ఎందువల్ల?
14. సమాన ముందం కలిగిన ఏక పొర వస్త్రం కంటే రెండు పొరలు గలిగిన వస్త్రం ఎక్కువ వెచ్చదనాన్నిస్తాయి. ఎందువల్ల?
15. భూమి యొక్క ఉపగ్రహంలో ఉష్ణసంవహన పద్ధతి ద్వారా నీటిని వేడి చేయగలమా?
16. 500 వాట్‌ల విద్యుత్ బల్బు వెలుగుతున్నది. మనం ఒక చేతిని బల్బుపై 5 సెం.మీ. ఎత్తులో రెండవ చేతిని 5 సెం.మీ. బల్బు కింద భాగాన ఉంచినప్పుడు, బల్బుపై భాగాన ఉంచిన చేయి ఎక్కువ వేడిని గ్రహిస్తుంది ఎందువల్ల?
17. వేరు వేరు లోహాలతో చేసిన రెండు పాత్రలు పరిమాణం మరియు ఆకారంలో ఒకే విధంగా ఉన్నాయి. వాటి యందు ఒకే పరిమాణంగల $0°C$ వద్ద గల మంచు ముక్కలు వేసినారు. ఒక పాత్రలోని మంచు 25 నిమిషాలు, రెండవ పాత్రలోని మంచు 20 నిమిషాల్లో పూర్తిగా కరిగితే ఆలోహాల ఉష్ణవహన గుణకాలను సరిపోల్చండి.
18. 20 సెం.మీ.ల పొడవు 4.0 సెం.మీ.ల వ్యాసంగల రాగి కడ్డీ యొక్క ఉష్ణ నిరోధకతను లెక్కించండి. రాగి ఉష్ణవహన గుణకం $= 9.2 \times 10^{-2}\ Wm^{-1}k^{-1}$, రాగి కడ్డీ చివరగల ఉష్ణోగ్రతా భేదం $50°C$. ఉష్ణ ప్రసరణ రేటును కూడా లెక్కించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

11.1

1. ఘన పదార్థాల్లోని అణువులు ఉష్ణాన్ని పక్కనేగల వేరొక అణువుకు బదిలీ చేయడాన్ని ఉష్ణవహనం అంటాం.

   ప్రవాహిలలో పదార్థాల్లోని అణువులు హెచ్చు ఉష్ణోగ్రత నుండి తక్కు ఉష్ణోగ్రత వైపుకు స్థానచలనం ద్వారా ఉష్ణాన్ని బదిలీ చేసే ప్రక్రియను ఉష్ణసంవహనం అంటాం.

2. $$K = \frac{Qd}{tA(Q_2 - Q_1)} = \frac{J}{s}\frac{m}{m^2\ {}^oC} = Jm^{-1}s^{-1}\ {}^oC^{-1}$$

3. ఉన్ని దారాల మధ్యలో గాలి శరీరంలోని ఉష్ణరాశి బయటకి పోకుండా కాపాడటంవల్ల మనకు వేడిగా ఉంటుంది.

4. పదార్థ ఏకాంక అడ్డుకోత వైశాల్యానికి లంబంగా, ఏకాంక ఉష్ణోగ్రతా ప్రవణత ద్వారా సెకనుకు జరిగే ఉష్ణరాశి సంఖ్యాత్మకంగా ఉష్ణవహన గుణకానికి సమానం.

5. పగటి సమయంలో సముద్రం ఒడ్డునగల భూభాగం నీటికంటె ఎక్కువ వేడెక్కుతుంది. సముద్రపు నీటి పైభాగన గల గాలి భూ భాగంపై గల గాలి కంటే చల్లగా ఉంటుంది. భూభాగంపై గల వేడి గాలి పైకి పోవడంవల్ల పీడనం తగ్గుతుంది. దీనివల్ల సముద్రంపై గల చల్లని గాలి భూమిపైకి ప్రవహిస్తుంది. దీన్నే సముద్ర పవనాలు అంటాం. ఇదే విధంగా రాత్రి సమయాల్లో నీటిపై భాగాన గల గాలి కంటె భూభాగంపై గాలి త్వరగా చల్లబడుటంవల్ల భూ పవనాలు ఏర్పడతాయి. నీటి విశిష్టోష్ణం, భూమి విశిష్టోష్ణం కంటె ఎక్కువ కనుక రాత్రి సమయాల్లో నీటి కంటే భూమి త్వరగా చల్లబడి వ్యతిరేక ప్రక్రియకు కారణం అవుతుంది.

11.2

1. $\lambda_m = \dfrac{\text{వీన్ స్థిరాంకం}}{\text{ఉష్ణోగ్రత}} = \dfrac{2880 \times 10^{-6}}{300} = 9.6\ \mu m$

2. వేసవి కాలంలో లేత రంగు దుస్తులు దరించడానికి ఇష్టపడుతాము, ఎందుకంటే అవి ఉష్ణం మరియు కాంతికి పరిపూర్ణ పరావర్తనాలు. కావున లేత రంగు దుస్తులు మనల్ని చల్లగా ఉంచుతాయి. కావున వాటిని ధరించడానికి ఇష్టపడతాము.

3. $\lambda_m T$ = స్థిరం మరియు $E = \sigma e A T^4$

4. 66.4 W.

11.3

1. సౌర స్థిరాంకం × వైశాల్యం $= 2.7 \times 10^5 W$

2. వాతావరణంలోకి బొగ్గుపులుసు వాయువు (CO_2) ను నిరంతరం వదలడం వలన గ్రీన్ హౌస్ ఫలితం పెరిగి భూ ఉష్ణోగ్రత పెరుగుతుంది (global warming). తద్వారా మంచు కొండలు (glaciers) కరగి వరదలతో భూమి మునగడం జరుగుతాయి.

3. ఘాతాంక ప్రమేయంలో క్షయం (Exponential decay)

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

2. 7210 K

3. 71.6×10^{-11} W

5. 4.7×10^5 kg

9. 3 : 4

17. 4 : 5

18. 10.9 m $°C^{-1}W^{-1}$, 0.298 W

12

ఉష్ణగతిక శాస్త్రం

పరిచయం

వేడి మరియు చల్లదనం యొక్క అనుభూతి మీకు బాగా తెలుసు. మీ చేతులను ఒక దానితో మరొకటి రుద్దినప్పుడు మీకు వెచ్చగా అనిపిస్తుంది. దీనికి కారణం యాంత్రిక పని అని మీరు అంగీకరిస్తారు కదా? అంటే యాంత్రిక పనికి ఉష్ణఫలితానికి ఏదో సంబంధం ఉందని ఇది మీకు స్ఫురింపచేస్తుంది. రెండు భిన్న ఉష్ణోగ్రతలు గల వస్తువుల మధ్య ఉష్ణశక్తి బదిలీ దృగ్విషయాల అధ్యయనం ఉష్ణగతిక శాస్త్రానికి సంబంధించిన విషయసారం అవుతుంది. ఇది అనుభవంపై ఆధారపడి ఉండే విజ్ఞానశాస్త్రం. ఉష్ణదృగ్విషయాలు పరిమాణాత్మక వర్ణన చేయాలంటే ఉష్ణోగ్రత, ఉష్ణశక్తి మరియు అంతర్గత శక్తుల నిర్వచనాలు అవసరం అవుతాయి. ఉష్ణ ప్రసార దిశ, ఒక వ్యవస్థపై చేసిన పని, వ్యవస్థ అంతర్గత శక్తుల మధ్య సంబంధాన్ని ఉష్ణగతిక శాస్త్ర నియమాలు ఇవ్వగలుగుతాయి.

ఈ పాఠంలో మీరు ఉష్ణగతిక శాస్త్ర మూడు నియమాలు అంటే **శూన్యాంక నియమం**, **మొదటి నియమం** మరియు **రెండవ నియమం** నేర్చుకుంటారు. ఈ నియమాలన్నీ అనుభవం మీద ఆధారపడినవి కాబట్టి వీటికి ఉపపత్తి అవసరం లేదు. శూన్యాంక నియమం, మొదటి నియమం మరియు రెండవ నియమం ఉష్ణోగ్రత, అంతర్గత శక్తి మరియు ఎంట్రోపి భావనలను పరిచయం చేస్తాయి. మొదటి నియమం ఉష్ణగతిక వ్యవస్థ యొక్క శక్తి నిత్యత్వ నియమం, రెండవ నియమం ఉష్ణం పనిగా మార్పు చెందడం మరియు పని ఉష్ణంగా మార్పు చెందడం గురించి తెలియచేస్తుంది. అంతే కాదు కార్నొ యంత్రం ఉష్ణాన్ని పనిగా మార్చడంలో గరిష్ఠ దక్షత కలిగి ఉంటుందని మీరు నేర్చుకుంటారు.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరువాత మీరు కింది విషయాలు తెలుసుకోగలగుతారు.

- వేరువేరు ఉష్ణగతిక ప్రక్రియలకు సూచీ పటాలు గీయగలుగుతారు. సూచీపటం దిగువనున్న వైశాల్యం ప్రక్రియలో జరిగిన పనిని సూచిస్తుందని చూపగలుగుతారు.
- ఉష్ణగతిక సమతాస్థితిని వివరించి, ఉష్ణగతికశాస్త్ర శూన్యాంక నియమాన్ని వివరించగలగుతారు.
- ఒక వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తి భావనను మరియు ఉష్ణగతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమాలను వివరించగలుగుతారు.
- ఉష్ణగతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమాన్ని సరళ వ్యవస్థలకు అనువర్తింపచేసి దీనికి పరిమితులు చెప్పగలుగుతారు.
- త్రిక బిందువును నిర్వచించగలుగుతారు.

- వేరు వేరు రూపాల్లో ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమాన్ని ప్రవచించగలుగుతారు.
- కార్నో చక్రాన్ని వర్ణించి దాని సామర్థ్యాన్ని లెక్కించగలుగుతారు.

12.1 ఉష్ణం మరియు ఉష్ణోగ్రతల భావన

12.1.1 ఉష్ణం

మానవుడు గుహల్లో నివసించే కాలం నుండి మానవ చర్యలు అన్నింటిలోను శక్తి వ్యాపించి ఉంది. మానవ మనుగడకు ఉష్ణశక్తి ఎంతగానో అవసరం. ఆహార పదార్థాలు వండటానికి, ఇండ్లలో దీపాలు వెలిగించడానికి, రైళ్ళు మరియు విమానాలు నడపడానికి కావలసిన శక్తి కట్టెలు, బొగ్గు, వాయువు మరియు నూనెలు మండటంవల్ల ఉత్పత్తి అవుతుంది. ఉష్ణం అంటే ఏమిటి అని మీరు అడగవచ్చు. ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం తెలుసుకోవడానికి ఒక పంపు ఉపయోగించి ఒక సైకిలు టైరులోకి గాలి కొడితే ఏమవుతుందో పరిశీలిద్దాం. పంపు యొక్క నాజిల్‌ను స్పర్శిస్తే అది వేడెక్కటం గమనించవచ్చు. ఇదే విధంగా మీ చేతులు ఒకదానితో ఒకటి రుద్దినపుడు మీ చేతులు వేడెక్కుతాయి. ఈ ప్రక్రియల్లో వేడి అనేది పంపు కిందగాని చేతికిందగాని మంట లేదా వేడి వస్తువు వంటిది ఏదీ పెట్టలేదని మీరు సంపీడనం చేయడంలోను మరియు చేతులను రుద్దినపుడు ఘర్షణకు వ్యతిరేకంగా చేసిన యాంత్రిక పని వలన ఉష్ణం ఉద్భవిస్తుంది. ఈ ఉదాహరణలు యాంత్రిక పని మరియు ఉష్ణ ఫలితానికి గల సంబంధాన్ని తెలియజేస్తాయి.

వేసవిలో ఒక గ్లాసు చల్లని నీటిని ఆరు బయట ఉంచినపుడు క్రమంగా అవి వేడెక్కుతాయి. ఇది మనకు అనుభవం ఉన్న విషయమే. కాని ఒక కప్పు వేడి కాఫీని బల్లపై ఉంచినపుడు క్రమంగా అది చల్లబడుతుంది. అంటే నీరు లేదా కాఫీ మరియు పరిసరాల మధ్య శక్తి మార్పిడి జరిగిందని అర్థం. ఉష్ణం సమతాస్థితికి వచ్చే వరకు ఈ ఉష్ణ మార్పిడి కొనసాగుతుంది. అనగా వ్యవస్థ మరియు పరిసరాలు ఒకే ఉష్ణోగ్రతను పొందే వరకు ఇది కొనసాగుతుంది, హెచ్చు ఉష్ణోగ్రత గల వస్తువు నుండి అధమ ఉష్ణోగ్రత గల వస్తువు వైపుకు ఉష్ణశక్తి బదిలీ దిశ ఉంటుంది. శక్తి ఏ రూపంలో బదిలీ అయ్యింది? అని మీరు అడగవచ్చు? పై ఉదాహరణలో శక్తి, ఉష్ణం రూపంలో బదిలీ అయ్యింది. కనుక ఉష్ణోగ్రతా భేదం వలన రెండు (లేదా ఎక్కువ) వ్యవస్థలు లేదా వ్యవస్థ మరియు పరిసరాల మధ్య శక్తి బదిలీ ఉష్ణ రూపంలో జరుగుతుంది. ఈ శక్తి రూపం యొక్క స్వభావం ఏమిటని మీరు మళ్ళీ మళ్ళీ అడగవచ్చు. జౌల్ అనే శాస్త్రవేత్త ఉష్ణానికి, యాంత్రిక శక్తికి గల తుల్యతపై చేసిన కృషి ఈ ప్రశ్నకు జవాబు ఇస్తుంది. వ్యవస్థలోని అణువుల యాంత్రిక చలనం ఉష్ణంతో ముడిపడి ఉంటుంది. "కెలోరి" ఉష్ణానికి ప్రమాణం.

కెలోరి : ఒక గ్రాము నీటి యొక్క ఉష్ణోగ్రతను $14.5^\circ C$ నుండి $15.5^\circ C$ కు పెంచడానికి కావలసిన ఉష్ణరాశిని కెలోరి అంటారు. దీనిని Cal తో (Calorie) తో సూచిస్తారు.

ఉష్ణశక్తికి పెద్ద ప్రమాణం కిలో కెలోరి

1 కిలో కెలోరి $= 10^3$ కెలోరి

మరియు 1 కెలోరి $= 4.18$ J

12.1.2 ఉష్ణోగ్రత యొక్క భావన

గ్లాసులోని చల్లని నీరు మరియు పరిసరాల మధ్య ఉష్ణ మార్పిడి వాటి మధ్య ఉష్ణ సమతుల్యత పొందే వరకు కొనసాగుతుందని తెలుసుకున్నాము. ఉష్ణ సమతుల్యత గల అన్ని వస్తువులకు గల సామాన్యమైన ధర్మము ఉష్ణోగ్రత విలువ అన్నింటికి సమానము. ఒక వస్తువు ఇతర వస్తువులతో ఉష్ణ సమతుల్యతతో ఉన్నదీ లేనిదీ తెలియజేసే ధర్మాన్నే ఉష్ణోగ్రత అని చెప్పవచ్చు.

12.1.3 ఉష్ణగతిక పదాలు

(i) ఉష్ణగతిక వ్యవస్థ : ఇతర వాటితో (లేదా) ద్రవ్యాలతో కలవకుండా ప్రత్యేకంగా ఉండే కచ్చితమైన పరిమాణం గల ద్రవ్యాన్ని ఉష్ణగతిక వ్యవస్థగా చెప్పవచ్చు. ప్రతీ వ్యవస్థ కూడ మారుతూ ఉండే ఆవరణలో బంధింపబడి ఉంటుంది. ఇది దాని సరిహద్దుగా ఉంటుంది. ఈ సరిహద్దు ఘన, ద్రవ లేదా వాయు పదార్థాలను బంధించగలిగి ఉంచుతుంది. ఇది యదార్థం లేదా ఊహాజనితం కావచ్చు. నిశ్చల స్థితిలో లేదా చలనంలో ఉండవచ్చు. దాని పరిమాణము మరియు ఆకృతి మారుతూ ఉండవచ్చు. వ్యవస్థకు బయట ఉండే ప్రాంతాన్ని పరిసరాలు అంటారు.

(a) వివృత వ్యవస్థ : పరిసరాలతో ద్రవ్యరాశి మరియు శక్తులను మార్పిడి చేసే వ్యవస్థను వివృతవ్యవస్థ అంటారు. నీటి తాపక (హీటర్) వివృత వ్యవస్థ అవుతుంది.

(b) సంవృత వ్యవస్థ : పరిసరాలతో శక్తిని మాత్రమే మార్పిడి చేసి, ద్రవ్యరాశిని మార్పిడి చేయని వ్యవస్థను సంవృత వ్యవస్థ అంటారు. ముషలకం కలిగి ఉన్న స్తూపాకార పాత్రలో గల వాయువు సంవృత వ్యవస్థ అవుతుంది.

(c) వియుక్త వ్యవస్థ : పరిసరాలతో శక్తి లేదా ద్రవ్యరాశిని మార్పిడి చేయని వ్యవస్థను వియుక్త వ్యవస్థ అంటారు. పూర్తిగా నింపిన "థర్మాస్ ఫ్లాస్క్" వియుక్త వ్యవస్థకు ఉదాహరణ.

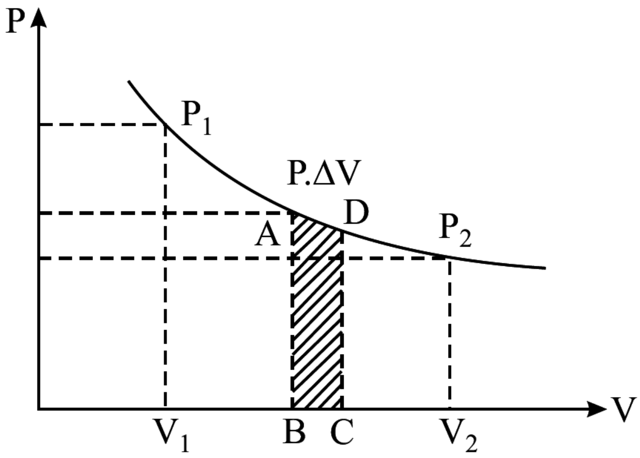
(ii) ఉష్ణగతిక నిరూపకాలు : ఒక ఉష్ణగతిక వ్యవస్థను (వర్ణించడానికి) దాని భౌతిక ధర్మాలైన ఉష్ణోగ్రత (T), పీడనం (P), ఘనపరిమాణం (V) మరియు ఎంట్రోపి (S) లను ఉపయోగిస్తాం. వీటినే ఉష్ణగతిక చలరాశులు అంటారు.

(iii) సూచీ పటం : ఉష్ణగతిక వ్యవస్థ అధ్యయనం చేయడానికి మనం పీడనం – ఘనపరిమాణం గ్రాఫ్‌ను ఉపయోగిస్తాం. ఈ గ్రాఫ్ ఉష్ణగతిక ప్రక్రియలో ఘనపరిమాణంతో పీడనం ఏ విధంగా మారుతుందో సూచిస్తుంది. దీనినే సూచీ పటం అంటారు. సూచీ పటాన్ని ఉపయోగించుకుని చేసిన పనికి సమీకరణం రాబట్టువచ్చును. ఇది P-V పటం (పటం 12.1) దిగువన గల వైశాల్యానికి సమానం. ఘనపరిమాణంలో కొద్ది పెరుగుదల ΔV ముందు పీడనం P అనుకుందాం. అపుడు వ్యవస్థ చేసిన పని

$\Delta W = P\Delta V$ = P-V వక్రంలో గీతలతో ABCD విస్తీర్ణం

గ్రాఫ్ నందు ABCD గీతలు గీసిన ముక్క వైశాల్యం. వ్యవస్థ V_1 నుండి V_2 కు వ్యాకోచించినపుడు చేసిన మొత్తం పని $P_1\ P_2\ V_2\ V_1\ P_1$ వైశాల్యం అవుతుంది. ఈ వైశాల్యం సూచీ పటం యొక్క ఆకారంపై ఆధారపడుతుందని గమనించాలి. ఈ సూచీ పటాన్ని ఎక్కువగా వ్యాకోచ సంకోచాల ప్రక్రియలలో

చేసిన పనిని గణించడానికి ఉపయోగిస్తారు. P మరియు V ల మధ్య సంబంధం తెలియని ప్రక్రియలలో ఇది ఎక్కువ ఉపయోగపడుతుంది. ఒక వ్యవస్థపై చేసిన పని దాని శక్తిని పెంచుతుంది. వ్యవస్థ చేసిన పనివల్ల దాని శక్తి తగ్గుతుంది. ఈ కారణం వలననే వ్యవస్థపై చేసిన పనిని రుణాత్మకంగా తీసుకుంటాం. సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ (స్థిర ఉష్ణోగ్రత వద్ద P-V ల మధ్య గీసిన గ్రాఫ్) లో



పటం 12.1 సూచీ పటం

గ్రాఫు కింద వైశాల్యం గ్రాఫు యొక్క ఆకారంపై ఆధారపడుతుంది. ఒక వ్యవస్థ చేసిన లేదా వ్యవస్థపై చేసిన పని దాని మార్గంపై ఆధారపడుతుంది. అనగా పని తొలి మరియు తుది స్థితులపై ఆధారపడదు.

12.2 ఉష్ణగతిక సమతాస్థితి

ఒక పాత్రలో $60^{\circ}C$ వద్ద గల ఒక ద్రవం (నీరు, టీ, పాలు, కాఫీ మొదలగునవి) నింపినట్లు ఊహిద్దాం. దానిని ఆవిధంగా వదిలివేస్తే కొంత సేపటికి గది ఉష్ణోగ్రత పొందడం మనకు తెలిసిన విషయమే. అపుడు పాత్రలోని నీరు పరిసరాలతో ఉష్ణ సమతాస్థితి పొందినది అని మనం చెపుతాము.

పాత్రలో పీడనం, స్థితిస్థాపక ప్రతిబలాలలో మార్పులు ఉంటే వ్యవస్థలోని భాగాలు మార్పులు పొందవచ్చు. అయినప్పటికి ఈ మార్పులు చివరకు ఆగిపోయి వ్యవస్థపై సంతులనం కాని బలాలు ఏవియు పని చేయవు. అపుడు వ్యవస్థ యాంత్రిక సమతాస్థితిలో ఉంది అని అంటాము. ద్రవస్థితిలో భూమి యాంత్రిక సమతాస్థితి పొందే ప్రక్రియలో భూమధ్య రేఖ వద్ద ఉబ్బినది అని మీకు తెలుసా?

ఒక వ్యవస్థలో రసాయినిక చర్యలు జరిపే అంశాలు ఉన్నప్పటికి కొంత సమయం గడిచేసరికి అవకాశం ఉన్న అన్ని రసాయనిక చర్యలు జరగడం ఆగిపోతాయి. అపుడు వ్యవస్థ రసాయన సమతాస్థితిలో ఉంది అంటారు.

ఒక వ్యవస్థ ఉష్ణ, యాంత్రిక మరియు రసాయన సమతాస్థితిలు ప్రదర్శిస్తే అపుడు ఉష్ణగతిక సమతాస్థితి అంటాం. ఈ స్థితిలో వ్యవస్థ యొక్క స్థూల ధర్మాలు కాలంతో మారవు.

12.2.1 ఉష్ణగతిక ప్రక్రియ

ఒక వ్యవస్థ ఒక సమతాస్థితి నుండి వేరొక సమతాస్థితికి మారేటపుడు ఉష్ణగతిక చలన రాశులలో మార్పు వస్తే అపుడు వ్యవస్థ ఉష్ణగతిక ప్రక్రియ జరిపింది అంటాం. స్థూపాకార పాత్రలో స్థిర పీడనం వద్ద వేడిచేయుట వలన వాయువు వ్యాకోచం చెందడాన్ని ఉష్ణగతిక ప్రక్రియగా చెప్పవచ్చు. ఉష్ణగతిక ప్రక్రియను గ్రాఫుతో సూచిస్తే దానిని ఉష్ణగతిక ప్రక్రియ పథము అంటాము.

ఇపుడు రకరకాల ఉష్ణగతిక ప్రక్రియలను తీసుకుందాం.

(i) ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియ (లేదా) ద్విగత ప్రక్రియ : ఇతరత్రా ఎక్కడా ఏవిధమైన మార్పులు లేకుండా వ్యవస్థ తొలి దశకు చేరేటట్లుగా సూటి ప్రక్రియలో ఏఏ దశల గుండా ప్రమాణం చేసిందో అవే దశల గుండా మరలా వెనుకకు తీసుకురాగలిగితే ఆ ప్రక్రియను ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియ అంటారు. ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియ చాలా నెమ్మదిగా అదుపులో ఉండేలా జరపాలి. ఉదాహరణలు

- ❒ ఒక బీకరులో మంచు ముక్కను తీసుకొని వేడిచేయండి. అది నీరుగా మారడాన్ని గమనిస్తారు. దానిని రిఫ్రిజిరేటరులో ఉంచి అది ఎంత ఉష్ణం గ్రహించిందో అంతే ఉష్ణాన్ని బయటకు తొలగిస్తే తిరిగి మంచు (తొలి స్థితి) గా మారుతుంది.
- ❒ ఒక స్ప్రింగ్ యొక్క పై కొనను ఆధారానికి తగిలించి కింది కొనలో క్రమంగా భారాన్ని వేస్తూ ఉంటే స్ప్రింగ్ సాగడం గమనిస్తారు. (పొడవులో పెరుగుదల) ఇపుడు భారాలను ఒక దాని తరవాత మరొకటి తొలగిస్తే స్ప్రింగ్ మరల అదే క్రమంలో వెనకకు వచ్చి తొలి స్థితిని పొందడం గమనిస్తాం.

కనుక ఇది ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియ. ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియను ప్రాయోగికంగా పొందలేము. దీనిని ఆదర్శంగా చెప్పుకోగలం.

(ii) అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియ (లేదా) ఏకగత ప్రక్రియ : ఒక వ్యవస్థ తొలి సమతాస్థితి నుండి ఏ ఏ దశల ద్వారా తుది సమతాస్థితికి చేరిందో మరలా అదే దశల ద్వారా వెనుకకు (అనగా తొలి స్థితికి) తీసుకురాలేని వ్యవస్థను అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియ అంటారు.

సహజంగా జరిగే ప్రక్రియలన్నియు అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియలే. ఘర్షణ వలన పుట్టిన ఉష్ణం, నీటిలో కరిగిన పంచదార లేదా గాలిలో ఇనుము తప్పుపట్టుట ఉదాహరణలు. అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియలో మధ్యస్థ దశలు సమతాస్థితులు కావు. కనుక అట్టి ప్రక్రియలను ఉష్ణగతిక పథంతో సూచించలేము. అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియను మనం విశ్లేషించలేమని దీని అర్థమా? వీటిని వివరించడానికి అర్థస్థైతిక ప్రక్రియను ఉపయోగిస్తాం. ఇది సమతాస్థితికి అతి దగ్గరగా ఉంటుంది.

(iii) సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ : స్థిర ఉష్ణోగ్రత వద్ద జరిగే ఉష్ణగతిక ప్రక్రియను సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ అంటారు. ఉత్తమ ఉష్ణవాహక గోడలతో తయారుచేసిన స్థూపాకార పాత్రలోని ఆదర్శవాయువు యొక్క సంపీడన వ్యాకోచాలు సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియలు. ఘనపరిమాణం మరియు పీడనాల్లో మార్పులు చాలా నెమ్మదిగా జరగడం వలన లోపల జనించిన ఉష్ణం బయటకు బదిలీ కావడం వలన వ్యవస్థ యొక్క ఉష్ణోగ్రత స్థిరంగా ఉంటుంది. ఉష్ణ సమతాస్థితి ఎల్లప్పుడు కొనసాగుతుంది. అట్టి ప్రక్రియలో ΔQ, ΔU, ΔW లు పరిమితంగా ఉంటాయి.

(iv) స్థిరోష్ణక ప్రక్రియ : ఉష్ణశక్తి మార్పిడి జరగని ఉష్ణగతిక వ్యవస్థను స్థిరోష్ణక ప్రక్రియ అంటారు. అధమ ఉష్ణవాహక గోడలు కలిగిన స్థూపాకర పాత్రలో వాయువు జరిపే సంపీడన, వ్యాకోచాలు స్థిరోష్ణక ప్రక్రియకు ఉదాహరణలు. వ్యవస్థ పరిసరాలలో వేరుచేయబడి ఉంటుంది. వ్యవస్థ నుండి ఉష్ణం బయటకు పోదు, లేదా పరిసరాల నుండి లోనికి రాదు. ఈ ప్రక్రియలో $\Delta Q = 0$ మరియు $\Delta U = -\Delta W$.

వ్యవస్థలో అంతర్గత శక్తిలోని మార్పు వ్యవస్థ పై చేసిన పనికి సమానం. వాయువును సంపీడ్యం చేసినపుడు వ్యవస్థపై పని జరిగినది అంటాం. కనుక ΔU విలువ ధనాత్మకం మరియు వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తి పెరుగుతుంది. వాయువు వ్యాకోచం చెందినపుడు వ్యవస్థ పని చేసినది అంటాం కనుక దీనిని ధనాత్మకంగా తీసుకుంటాం మరియు ΔU ఋణాత్మకం అవుతుంది. వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తి తగ్గుతుంది.

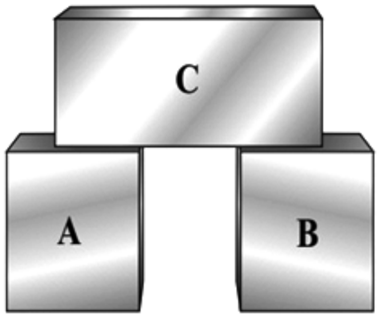
(v) సమపీడన ప్రక్రియ : స్థిర పీడనం వద్ద జరిగే ఉష్ణగతిక ప్రక్రియను సమపీడన ప్రక్రియ అంటారు. వాతావరణ పీడనం వద్ద నీటిని వేడి చేయడం సమ పీడన ప్రక్రియ.

(vi) సమ ఘన పరిమాణ ప్రక్రియ : స్థిర ఘనపరిమాణం వద్ద జరిగే ఉష్ణగతిక ప్రక్రియను సమ ఘన పరిమాణ ప్రక్రియ అంటారు. స్థిర ఘనపరిమాణం వద్ద పాత్రలోని వాయువును వేడి చేయటాన్ని సమఘనపరిమాణ ప్రక్రియకు ఉదాహరణగా చెప్పవచ్చు. ఈ ప్రక్రియలో ఘనపరిమాణం స్థిరంగా ఉంటుంది కనుక చేసిన పని శూన్యం అనగా $\Delta W = 0$. కనుక $\Delta Q = \Delta U$ అవుతుంది.

(vii) చక్రీయ ప్రక్రియ : చక్రీయ ప్రక్రియలో వ్యవస్థ తుది స్థితి నుండి తొలి స్థితికి వస్తుంది. అనగా అంతర్గ శక్తిలో మార్పు ఉండదు. $\Delta U = 0$.

$$\therefore \Delta Q = \Delta W.$$

12.2.2. ఉష్ణ గతికశాస్త్ర శూన్యాంక నియమము



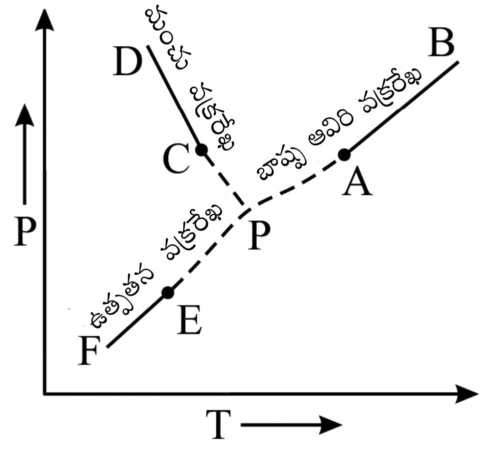
A, B మరియు C అనే మూడు లోహపు దిమ్మలను తీసుకుందాం. A దిమ్మ B దిమ్మతో ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంది అనుకుందాం. ఇంకా A దిమ్మ C దిమ్మతో ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంది అనుకుందాం. అనగా 'A' దిమ్మ యొక్క ఉష్ణోగ్రత 'B' మరియు C దిమ్మల యొక్క ఉష్ణోగ్రతలకు సమానం. అంటే 'B' మరియు 'C' దిమ్మల యొక్క ఉష్ణోగ్రతలు సమానం అని తెలుస్తుంది. ఈ ఫలితాన్నే మనం ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమంగా చెప్పవచ్చు.

ఉష్ణగతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమం : "A మరియు B అనే రెండు వస్తువులు లేదా వ్యవస్థలు వేరువేరుగా C అనే మూడవ వస్తువుతో ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంటే A మరియు B లు ఒకదానికొకటి ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంటాయి".

12.2.3. ప్రావస్థ మార్పు మరియు ప్రావస్థ పటము

STP వద్ద పదార్థము ఘన, ద్రవ మరియు వాయు స్థితులలో ఉంటుందని మనకు తెలుసు. పదార్థము యొక్క వేరు వేరు స్థితులను వాటి ప్రావస్థలు అంటారు. ఉదాహరణకు మంచు (ఘన), నీరు (ద్రవ) మరియు ఆవిరి (వాయు) లు నీటి యొక్క మూడు ప్రావస్థలు. ఈ మూడు ప్రావస్థలను పీడనం (P) ఉష్ణోగ్రత (T) మరియు ఘన పరిమాణం (V) ల మధ్య గీసిన త్రిమితీయ పటం సహాయంతో చర్చించవచ్చు. త్రిమితీయ పటాన్ని గీయటం కష్టం, కనుక పీడనం ఉష్ణోగ్రతల మధ్య గీసిన పటం సహాయంతో ఈ మూడు ప్రావస్థలను చర్చిద్దాం. పీడనం ఉష్ణోగ్రతల మధ్య గీసిన పటాన్ని ప్రావస్థ పటం అంటారు.

పటం 12.2 లో నీటి ప్రావస్థ పటాన్ని చూపుతుంది. పటంలో CD; AB మరియు EF అనే మూడు వక్రాలను చూడగలుగుతారు. CD వక్రం పీడనంతో మంచు ద్రవీభవన స్థానం మార్పును చూపుతుంది. దీనిని మంచు వక్రం అంటారు. పీడనంతో నీటి మరుగు ఉష్ణోగ్రత మార్పును AB వక్రం చూపుతుంది. దీనిని భాష్ప వక్రం అంటారు. మంచు ద్రవస్థితి లేకుండా బాష్పస్థితిని పొందడాన్ని EF వక్రం చూపుతుంది. దీనిని ఉత్పతన వక్రం అంటారు. ఈ వక్రాన్నే హోర్‌ఫ్రాస్ట్ వక్రం అని కూడా అంటారు.



పటం 12.2 నీటి ప్రావస్థ పటం

ఈ మూడు వక్రాలు (AB, CD మరియు EF) పటంలో చూపినట్లు వెనుకకు పొడిగించినచో (చుక్కలతో చూపినట్లు) 'P' అనే బిందువు వద్ద కలుసుకుంటాయి. ఈ బిందువును త్రిక బిందువు అంటారు. ఈ త్రిక బిందువు వద్ద మూడు ప్రావస్థలు ఏక కాలంలో ఉంటాయి.

ఒక ఘన పదార్థాన్ని మనం వేడి చేస్తే ఉష్ణోగ్రత దాని ద్రవీభవన స్థానం చేరే వరకు పెరుగుతుంది. ఈ ఉష్ణోగ్రతను ఘన పదార్థం యొక్క ద్రవీభవన స్థానం అంటారు. ఈ స్థితిలో మనం ఉష్ణాన్ని నిర్విరామంగా సరఫరా చేసినను దాని ఉష్ణోగ్రత పెరగదు. ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల ఘన పదార్థాన్ని దాని ద్రవీభవన స్థానం వద్ద పూర్తిగా ద్రవ స్థితికి మార్చడానికి అవసరం అయిన ఉష్ణరాశిని ఆ ఘనపదార్థం యొక్క ద్రవీభవన గుప్తోష్ణము అంటారు.

ద్రవ పదార్థాన్ని వేడిచేస్తే దాని ఉష్ణోగ్రత మరుగు స్థానం చేరే వరకు పెరుగుతుంది. మరుగు స్థానం వద్ద మనం ఇచ్చిన ఉష్ణం, ఆ ద్రవాన్ని బాష్పంగా మార్చడానికి ఉపయోగపడుతుంది. ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల ద్రవాన్ని స్థిర ఉష్ణోగ్రత వద్ద భాష్పంగా మార్చడానికి కావలసిన ఉష్ణాన్ని ఆ ద్రవం యొక్క బాష్పీభవన గుప్తోష్ణం అంటారు.

12.2.3.1 నీటి యొక్క త్రిక బిందువు

ఒక స్వచ్ఛమైన పదార్థం యొక్క త్రిక బిందువు దాని నిశ్చలస్థితి అయి ఉంటుంది. అది కచ్చితమైన స్థిర ఉష్ణోగ్రత, పీడనాల విలువలను సూచిస్తుంది. ఈ కారణం వలననే కెల్విన్ ఉష్ణోగ్రతా మానంలో నీటి యొక్క త్రిక బిందువును దిగువ (అధమ) అవధిగా గుర్తించారు. పీడనాన్ని పెంచినపుడు ఘనపదార్థం యొక్క ద్రవీభవన స్థానం తగ్గుతుంది మరియు ద్రవం మరుగు ఉష్ణోగ్రత పెరుగుతుంది. ఉష్ణోగ్రత మరియు పీడనాలను సరిచేసి మనం పదార్థం యొక్క మూడు స్థితులు ఏక కాలంలో సంభవించేలా చేయవచ్చు. ఈ ఉష్ణోగ్రత మరియు పీడనాల విలువలు త్రిక బిందువును సూచిస్తాయి.

నీటి త్రిక బిందువు విలువలు

$T = 273.16$ K మరియు $P = 0.006$ atm.

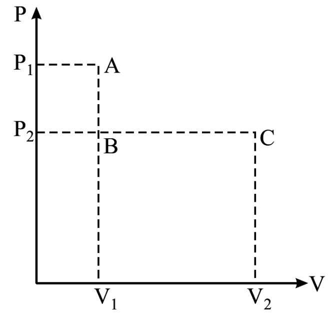
పాఠంలోని ప్రశ్నలు 12.1

1. క్రింది ఖాళీలు పూరించండి.

   (i) ఉష్ణగతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమము .... యొక్క భావనకు ఆధారాన్ని ఇస్తుంది.

   (ii) 'A' అనే వ్యవస్థ 'B' అనే వ్యవస్థతో ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంది, మరియు 'B', 'C' అనే వేరొక వ్యవస్థతో ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంది. అపుడు 'A' కూడా .... వ్యవస్థతో ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంటుంది.

   (iii) ఉష్ణరాశికి ప్రమాణం ....



పటం 12.3

2. పటం 12.3 ఉష్ణగతిక వ్యవస్థ యొక్క సూచీ పటం. ఈ కింది ప్రక్రియలో వ్యవస్థ చేసిన పనిని లెక్కించండి.

   (a) ABC మార్గంలో A నుండి C కి

   (b) వ్యవస్థ C నుండి A కు అదే మార్గంలోనే వెనుకకు వచ్చి చేరినది. వ్యవస్థ చేసిన పని ఎంత?

3. ఖాళీలను పూరించండి.

   (i) ఉత్క్రమణీయ వ్యవస్థ అనగా తుది స్థితి నుండి తొలి స్థితికి వ్యతిరేక దిశలో ....

   (ii) .... వ్యవస్థ అనగా తుది స్థితి నుండి తొలి స్థితికి వెళ్ళిన మార్గంలోనే వెనకకు తీసుకు రాలేక పోవుట.

4. సమ ఉష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ మరియు స్థిరోష్ణక ప్రక్రియల మధ్యగల ప్రాథమిక తేడాలు ప్రవచించండి.

5. నీటి త్రిక బిందువు యొక్క ఒక అభిలక్షణాన్ని చెప్పండి.

12.3 వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తి

నీరు మంచుగా గడ్డకట్టేటపుడు విడుదల అయ్యే శక్తి గురించి మీరు ఎప్పుడైనా ఆలోచించారా? నీటిలో ఒక రకమైన శక్తి నిల్వ ఉంది అని మీకు అర్థమవుతోంది కదా! నీరు మంచుగా మారే ప్రక్రియలో ఈ శక్తి విడుదల అవుతుంది. నీటిలో నిల్వ ఉండే ఈ శక్తినే అంతర్గత శక్తి అంటారు. పదార్థము యొక్క అణుచలన సిద్ధాంతం ప్రకారం అంతర్గత శక్తి విడి విడి కణాల యొక్క అన్ని రకాల శక్తుల మొత్తానికి సమానం. కణాల క్రమరహిత చలనం వలన కలిగే గతిశక్తి మరియు వాటి మధ్యగల చర్యల వలన కలిగే స్థితిశక్తి ఇందులో ఇమిడి ఉన్నాయి. మనం వీటి గురించి ఇపుడు చర్చిద్దాం.

(a) **అంతర్గత గతిశక్తి :** అణుచలన సిద్ధాంతం ప్రకారం పదార్థం అనేక అణువుల సముదాయం. ఈ అణువులు నిరంతరం వేగంగా చలిస్తూ ఉంటాయి. అందువలన వాటికి గతిశక్తి ఉంటుంది. అన్ని అణువుల యొక్క గతిశక్తుల మొత్తాన్ని వస్తువు యొక్క అంతర్గత గతిశక్తి అంటారు.

(b) అంతర్గత స్థితిశక్తి : అణువుల మధ్యగల ఆకర్షణ బలాల వలన కలిగే శక్తిని అంతర్గత స్థితిశక్తి అంటారు.

ఒక లోహపు కడ్డీ యొక్క అంతర్గతశక్తి, వాహన ఎలక్ట్రానుల యొక్క గతిశక్తి, లోహపు అణువుల స్థితిశక్తి మరియు సమతాస్థితి పరంగా కంపన శక్తుల వలన జనిస్తుంది. ఒక వ్యవస్థ యొక్క శక్తిని దానిలోని అణువులు వేగంగా చలించేలా చేసి పెంచవచ్చును. (ఉష్ణశక్తి పెంచుట వలన గతిశక్తిలోని పెరుగుదల). అణువుల మధ్య ఆకర్షణ బలాలను అధిగమించి చలించేలా చేయుట వలన కూడ అంతర్గతశక్తిని పెంచగలం. అనగా దానిపై పని చేయుట వలన, అంతర్గతశక్తిని 'U' అనే అక్షరంతో సూచిస్తారు.

ఒక వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తి = అణువుల గతిశక్తి + అణువుల స్థితిశక్తి

బాహ్య బలానికి గురి చేసిన వియుక్త ఉష్ణగతిక వ్యవస్థను గమనిద్దాం. వ్యవస్థపై 'W' అనే పని చేయుట ద్వారా అది తొలి స్థితి 'i' నుండి తుది స్థితి 'f' కు స్థిరోష్ణకంగా చేరింది అనుకుందాం. తొలి మరియు తుది స్థితుల వద్ద వరసగా దాని శక్తులు 'U_i' మరియు 'U_f' అనుకుందాం. వ్యవస్థపై పని జరిగింది కనుక తొలి స్థితిలో అంతర్గత శక్తి 'U_i' కంటె తుది స్థితిలో అంతర్గత శక్తి 'U_f' ఎక్కువగా ఉంటుంది.

శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం మనం క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$U_i - U_f = - W$$

రుణగుర్తు వ్యవస్థపై పని జరగడాన్ని సూచిస్తుంది.

అంతర్గత శక్తి అది ప్రయాణించిన మార్గం పై ఆధారపడక తుది మరియు తొలి స్థితులపై ఆధారపడుతుంది. 'U' అనేది స్థితి యొక్క ప్రమేయం అది దాని స్థితి చలన రాశులు P, V మరియు T లపై మాత్రమే ఆధారపడుతుంది. వ్యవస్థ కొంత పని చేసినచో దానిని అంతర్గత శక్తి తగ్గతుందని గమనించాలి.

12.4 ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమం

ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమం వేరు వేరు వ్యవస్థలు ఒకే ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉండటాన్ని తెలుపుతుంది. కాని సమతాస్థితిలో లేని వ్యవస్థల గురించి ఈ నియమం ఏమి చెప్పలేదు. మనం రెండు ఉదాహరణలు గమనిద్దాం. (i) వేరు వేరు ఉష్ణోగ్రతల వద్ద ఉన్న రెండు వ్యవస్థలను ఉష్ణ సంబంధం కలిగేలా ఉంచాం అనుకుందాం. (ii) రెండు వ్యవస్థల మధ్య యాంత్రికమైన **రుద్దుడు**. ఈ రెండు సందర్భములలోను ఉష్ణోగ్రత మార్పు జరుగుతుంది, కాని దీనిని ఉష్ణగతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమం వివరించలేదు. అట్టి ప్రక్రియలను వివరించడానికి ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమం ప్రవచించబడింది.

ఉష్ణగతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమం వాస్తవానికి ఉష్ణ గతిక వ్యవస్థకు శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం. ఉష్ణగతిక ప్రక్రియలో వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తిలోని మార్పు వ్యవస్థకు ఇచ్చిన ఉష్ణరాశి మరియు దానిపై చేసిన పనుల

మొత్తానికి సమానం. 'ΔQ' అనే పరిమాణం గల ఉష్ణాన్ని వ్యవస్థకు ఇచ్చినపుడు '$-\Delta W$' అనే పని వ్యవస్థపై జరిగింది అనుకుందాం. ఉష్ణగతిక శాస్త్ర మొదటి నియమం ప్రకారం వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తిలోని పెరుగుదల క్రింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \qquad (12.3\ [a])$$

ఇది ఉష్ణగతిక శాస్త్రం యొక్క గణితాత్మక రూపం. ఇచట ΔQ, ΔU మరియు ΔW లు అన్నీ SI ప్రమాణాలలో ఉంటాయి.

ఉష్ణగతిక శాస్త్ర మొదటి నియమాన్ని క్రింద చూపిన విధంగా కూడ వ్రాయవచ్చు.

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W \qquad (12.3\ [b])$$

ΔQ, ΔU మరియు ΔW ల యొక్క గుర్తులు క్రింద తెలిపిన సంజ్ఞా సంప్రదాయాల ప్రకారం తీసుకుంటాం.

1. ఒక వ్యవస్థ చేసిన పని (ΔW) ని ధనాత్మకం గాను, వ్యవస్థపై చేసిన పని ఋణాత్మకంగాను తీసుకుంటాం. వ్యవస్థ వ్యాకోచించినపుడు జరిగిన పని ధనాత్మకం. వ్యవస్థ సంకోచించినపుడు ఘనపరిమాణం తగ్గుతుంది మరియు జరిగిన పని ఋణాత్మకం. ఉష్ణ గతిక వ్యవస్థ యొక్క తుది మరియు తొలి స్థితులపై జరిగిన పని ఆధారపడదు. మార్పు రావడానికి అది అనుసరించిన మార్గంపై మాత్రమే ఆధారపడుతుంది.
2. ఒక వ్యవస్థ గ్రహించిన ఉష్ణం ధనాత్మకంగాను వ్యవస్థ కోల్పోయిన ఉష్ణం ఋణాత్మకంగాను తీసుకుంటాం.
3. అంతర్గత శక్తిలోని పెరుగుదలను ధనాత్మకంగాను, మరియు అంతర్గత శక్తిలోని తగ్గుదలను ఋణాత్మకంగాను తీసుకుంటాం.

ఒక వ్యవస్థ '1'వ స్థితి నుండి '2'వ స్థితికి తీసుకురాబడితే ΔQ మరియు ΔW లు రెండును, మార్పు చెందిన మార్గంపైన ఆధారపడతాయి. అయినప్పటికి ΔU ను సూచించే ($\Delta Q - \Delta W$) ల బేధం, మార్పు జరిగే అన్ని మార్గాలకు ఒకేలా ఉంటుంది.

కాబట్టి ఒక వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తిలోని మార్పు ΔU ఉష్ణగతిక వ్యవస్థ మార్పు చెందే మార్గాలపై ఆధారపడదు అని చెప్పవచ్చు.

12.4.1 ఉష్ణగతిక శాస్త్ర మొదటి నియమానికి పరిమితులు

ఉష్ణగతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమం ఉష్ణం మరియు శక్తి యొక్క ఇతర రూపాంతరాలకు మధ్య సమతుల్యాన్ని చెబుతుంది. ఈ సమతుల్యం మనచుట్టూ ఉన్న ప్రపంచం అంతా పని చేస్తుంది. మన ఇళ్ళల్లో దీపాలు వెలగడానికి, యంత్రాలు పనిచేయడానికి, రైళ్లు నడవడానికి ఉపయోగించే విద్యుత్ శక్తి, శిలాజ ఇంధనాలు లేదా అణు ఇంధనాలు మండడం వల్ల ఉద్భవించిన ఉష్ణంవల్ల జనించినదే. దీని అర్థం ఇది విశ్వ వ్యాప్తమయినది. వాతావరణపు పై పొరలలోని స్థిరోష్ణక మార్పులు ఎత్తుకు వెళ్ళే కొలదీ ఉష్ణోగ్రత తగ్గడాన్ని వివరిస్తుంది. **ప్రవహించే** ప్రక్రియలకు మరియు రసాయన చర్యలకు దీని అనువర్తనాలు చాల ఆసక్తిగా ఉంటాయి. ఇప్పుడు క్రింది ప్రక్రియలను గమనిద్దాం.

- ఉష్ణం ఎల్లప్పుడు వేడి వస్తువు నుండి చల్లని వస్తువుకు ప్రవహిస్తుందని మనకు తెలుసు. కాని ఉష్ణం చల్లని వస్తువు నుండి వేడి వస్తువుకు ప్రవహించడాన్ని ఉష్ణ గతికశాస్త్ర ప్రథమ నియమం నిషేధించలేదు. ఉష్ణం ప్రవహించే దిశను తెలపడంలో ఇది విఫలమయ్యింది.

- తుపాకీ గుండు ఒక లక్ష్యాన్ని తాకినపుడు దాని గతిశక్తి అంతా ఉష్ణంగా మారుతుందని మీకు తెలుసు. లక్ష్యంలో జనించిన ఉష్ణం గతిశక్తిగా మారి తుపాకీ గుండు ఎగురడానికి ఎందుకు ఉపయోగపడదో ఈ నియమం సూచించలేదు. ఉష్ణం పనిగా మారడానికి నియమాలను ఈ సూత్రం సమకూర్చలేకపోయింది. ఇంకా ఎంత పరిమాణం గల ఉష్ణం పనిగా మారుతుందో తెలపడానికి పరిమితులు తెలుపలేదు.

ఇపుడు కొంచం సమయం తీసుకొని క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు చెప్పండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 12.2

1. ఖాళీలను పూరించండి.
   (i) ఒక వ్యవస్థలోని అణువుల గతిశక్తి మరియు స్థితి శక్తుల మొత్తాన్ని ఆ వ్యవస్థ యొక్క .... అంటారు.
   (ii) జరిగిన పని = –W. ఇది వ్యవస్థ .... చేసిన పనిని తెలుపుతుంది.
2. ఉష్ణగతిక శాస్త్ర మొదటి నియమం ఇలా ప్రవచిస్తుంది ....

12.5 ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమం

ఉష్ణం ప్రవహించే దిశను తెలపడంలోను, ఎంత పరిమాణం గల ఉష్ణం పనిగా మారుతుందో చెప్పడంలోను ఉష్ణగతిక శాస్త్ర మొదటి నియమానికి సహజమైన పరిమితులు ఉన్నాయని మీకు తెలుసు. ఉష్ణం మొత్తాన్ని పనిగా మార్చగలమా? అనే ప్రశ్న మీకు కలగవచ్చు. ఏ పరిస్థితులలో ఈ మార్పు జరుగుతుంది? అట్టి ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమంలోని సిద్ధాంతంలో ఉన్నాయి. ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమాన్ని అనేక విధాలుగా చెప్పవచ్చు, కెల్విన్ - ప్లాంక్ మరియు క్లాసియస్ ప్రవచనాలను ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమంగా పేర్కొంటాం.

కెల్విన్ – ప్లాంక్ ప్రవచనం : ఇది ఉష్ణ యంత్రాల పనితనం ఆధారంగా చెప్పబడింది. ఉష్ణ యంత్రంలో పనిచేసే పదార్థం (వేడి వస్తువు) నుండి ఉష్ణాన్ని గ్రహించి దానిలో కొంత భాగాన్ని పనిగా మార్చి మిగిలిన దానిని ఉష్ణ గ్రాహకానికి (పరిసరాలకు) అందజేస్తుంది. ఏ యంత్రము కూడా గ్రహించిన మొత్తం ఉష్ణంలో కొంత భాగాన్ని ఉష్ణ గ్రాహకానికి అందించకుండా మొత్తం ఉష్ణాన్ని పనిగా మార్చలేదు. ఈ పరిశీలనలను కెల్విన్ మరియు ప్లాంక్‌లను ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమాన్ని ప్రవచించేలా చేసాయి.

ఏ వ్యవస్థకైనా స్థిర ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఉన్న రిజర్వాయర్ నుండి గ్రహించిన ఉష్ణం మొత్తాన్ని పనిగా మార్చడం అసాధ్యం.

ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమానికి క్లాసియస్ వివరణ : ఇది శీతలీకరణ యంత్రం పనిచేయు విధానం పై ఆధారపడి ప్రవచించబడింది. శీతలీకరణ యంత్రం అంటే వ్యతిరేక దిశలో పని చేయు ఉష్ణ యంత్రం. దీనిపై బాహ్యపని జరిగినపుడు ఇది చల్లని వస్తువు నుండి వేడి వస్తువుకు ఉష్ణాన్ని బదిలీ చేస్తుంది. వ్యవస్థపై చేసిన బాహ్యపని అనే భావన ఇచట ముఖ్యమైనది. ఈ బాహ్యపని చేయడానికి బయటి జనకం నుండి శక్తి సరఫరా చేయడం తప్పనిసరి. ఈ పరిశీలనలు ఉష్ణగతిక శాస్త్రం రెండవ నియమాన్ని క్లాసియస్ వివరించడానికి దారిచూపాయి.

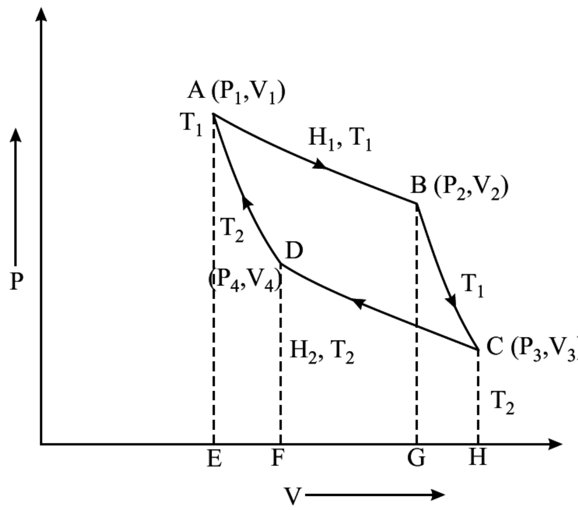
ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమము : బాహ్యపని ప్రమేయం లేకుండా స్వతంత్రంగా వ్యవహరించే ఏ ప్రక్రియకైనా ఉష్ణాన్ని చల్లని వస్తువు నుండి వేడి వస్తువుకు సరఫరా చేయుట అసాధ్యం.

ఆ విధంగా ప్రాయోగికంగా ఉండే పరికరాలయిన ఉష్ణ యంత్రాలు మరియు శీతలీకరణ యంత్రాలలో ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర రెండవ నియమం ప్రత్యేక పాత్ర పోషిస్తుంది.

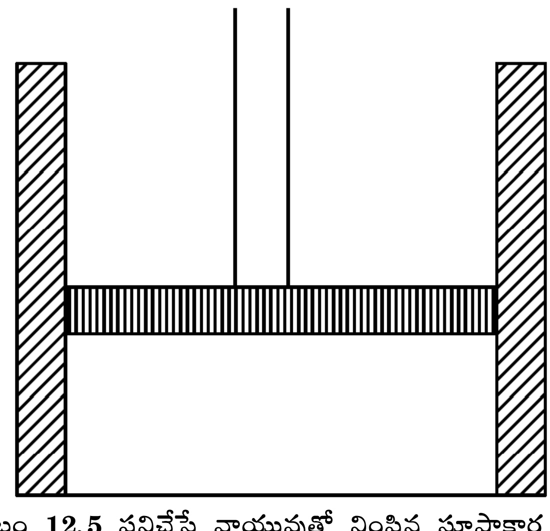
12.5.1 కార్నో చక్రము

ఒక పాత్రలో ఉన్న నీటిని వేడి చేసి మరిగించినపుడు జనించిన భాష్పం పాత్రపై గల మూతను పైకి నెట్టడం గమనించి ఉంటారు. అధిక పీడనంలో గల భాష్పం కొంత ఉపయోగకరమైన పని చేయగలదని చూపుతుంది. ఉష్ణాన్ని పనిగా మార్చే సాధనాన్ని ఉష్ణ యంత్రం అంటారు. మనం నిత్య జీవితంలో ఉపయోగించే ఆధునిక యంత్రాలు ఉష్ణ యంత్ర సూత్రంపై ఆధారపడతాయి. వీటిని మూడు రకాలుగా విభజించవచ్చు. అవి 1) ఉష్ణ యంత్రం 2) అంతర్దహన యంత్రం మరియు 3) గ్యాస్ టర్బైన్. వాటి యొక్క పనితీరును కార్నో ఉత్క్రమణీయ యంత్రం సహాయంతో అర్ధచేసుకోవచ్చు. ఇప్పుడు వాటిని గూర్చి తెలుసుకుందాం.

కార్నో చక్రంలో పని చేసే పదార్థాన్ని నాలుగు ప్రక్రియలకు గురిచేస్తారు. (a) సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచం (b) స్థిరోష్ణక వ్యాకోచం (c) సమోష్ణోగ్రతా సంపీడ్యం (d) స్థిరోష్ణక సంపీడ్యం. అటువంటి చక్రాన్ని పటం 12.4లో P-V పటం గ్రాఫ్‌తో సూచించబడింది. కార్నో చక్రం యొక్క నాలుగు ప్రక్రియలు వివరించడానికి పటం 12.5లో చూపినట్లు ఒక గ్రాం మోల్ పని చేసే పదార్థాన్ని (వాయువు) ఒక స్థూపాకార పాత్రలో నింపుదాం. సూచీపటంలో పనిచేసే పదార్థం యొక్క అసలైన స్థితిని A బిందువు సూచిస్తుంది. ఈ బిందువు వద్ద పనిచేసే పదార్థం ఉష్ణోగ్రత T_1, పీడనం P_1 మరియు ఘన పరిమాణం V_1.



పటం 12.4 కార్నో చక్రం యొక్క సూచీ పటం



పటం 12.5 పనిచేసే వాయువుతో నింపిన స్థూపాకార పాత్ర

(a) సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచం : స్థూపాన్ని ఉష్ణ జనకంతో ఉష్ణ స్పర్శలో ఉంచి వ్యాకోచించేలా చేస్తాం. పని చేసే పదార్థం యొక్క ఘన పరిమాణం V_2కు పెరుగుతుంది. ఆ విధంగా ముషలకాన్ని పైకి నెట్టడంలో పనిచేసే పదార్థం పనిచేసింది. ఈ విధంగా పనిచేసే పదార్థం యొక్క ఉష్ణోగ్రత తగ్గే పరిస్థితి నెలకొంటుంది. కాని అది ఉష్ణ జనకంతో ఉష్ణ స్పర్శ కలిగి ఉంది. కనుక అది T_1 ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల జనకం నుండి H_1 అనే పరిమాణం గల ఉష్ణాన్ని గ్రహిస్తుంది. దీనిని ‘B’ బిందువు సూచిస్తుంది. B బిందువు వద్ద పీడనం మరియు ఘనపరిమాణములు వరుసుగా P_2 మరియు V_2. సూచీ పటంలో (12.4) ‘A’ నుండి ‘B’ కి వెళ్లేటపుడు వ్యవస్థ యొక్క ఉష్ణోగ్రత స్థిరంగా ఉండి పనిచేసే పదార్థం వ్యాకోచిస్తుంది. మనం దానిని సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచ ప్రక్రియ అంటాం. సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచ ప్రక్రియలో ‘H_1’ పరిమాణం గల ఉష్ణం శోషించబడింది. ఉష్ణగతికశాస్త్ర ప్రథమ నియమం ప్రకారం T_1 ఉష్ణోగ్రత వద్ద వాయువు సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచ ప్రక్రియలో A నుండి B కి వ్యాకోచం చెందడంలో చేసిన పనికి ‘H_1’ పరిమాణం గల ఉష్ణం సమానంగా ఉంటుంది. AB సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచంలో వాయువు చేసిన బాహ్యపని W_1 అనుకుందాం. అప్పుడు ఇది ABGEA వైశాల్యానికి సమానం.

కనుక W_1 = వైశాల్యం ABGEA

(b) స్థిరోష్ణక వ్యాకోచం : తరువాత స్తూపాకార పాత్రని ఉష్ణ జనకం నుండి వేరు చేసి పరిపూర్ణ ఉష్ణ బంధక స్టాండుపై ఉంచాలి. అది ముషలకంపై భారాన్ని ఇంకా తగ్గించడం వలన పీడనం ‘P_3’ కి చేరుతుంది. ఈ వ్యాకోచం పూర్తిగా స్థిరోష్ణకం అవుతుంది. ఎందుకంటే ఉష్ణం పనిచేసే పదార్థంలోనికి ప్రవేశించలేదు మరియు బయటికి పోలేదు కనుక పనిచేసే పదార్థం దాని అంతర్గత శక్తిని వినియోగించి ముషలకాన్ని పైకి నెట్టడంలో బాహ్యపని చేస్తుంది. కనుక దాని ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతుంది. ఆ విధంగా వాయువు, ఉష్ణగ్రాహకం ఉష్ణోగ్రత ‘T_2’ కు తగ్గువరకు స్థిరోష్ణక వ్యాకోచం జరుగుతుంది. సూచీ పటంలో దీనిని స్థిరోష్ణక వక్రం BC తో చూపబడింది. మనం దీనిని స్థిరోష్ణక వ్యాకోచం అంటాం. ‘C’ వద్ద పదార్థం యొక్క పీడనం మరియు ఘన పరిమాణాలు వరుసగా P_3 మరియు V_3 లు మరియు W_2 పనిచేసే పదార్థం ‘B’ నుండి ‘C’ వరకు చేసిన పని అవుతుంది.

అపుడు

W_2 = BCHGB వైశాల్యం.

(c) సమోష్ణోగ్రతా సంపీడ్యం : స్థూపాన్ని ఉష్ణ బంధక స్టాండుపై నుండి తొలగించి T_2 ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల ఉష్ణగ్రాహకంపై ఉంచాలి. వాయువును మెల్లిగా సంపీడ్యంచేయడానికి ముషలకంపై గల భారాన్ని (పీడనం) పెంచి దాని పీడనం మరియు ఘనపరిమాణము P_4 మరియు V_4లకు చేరే వరకు చేయాలి. ఇది సూచీ పటం (12.4)లో ‘D’ బిందువు చూపుతుంది. సంపీడనంలో జనించిన ఉష్ణం (H_2) ఉష్ణగ్రాహకాన్ని చేరుతుంది. ఆ విధంగా వ్యవస్థ యొక్క ఉష్ణోగ్రతలో మార్పు ఉండదు. కనుక దీనిని సమోష్ణోగ్రతా సంపీడనం అంటాం. పటం (12.4)లో దీనిని CD వక్రంతో చూపబడింది. ఈ ప్రక్రియలో

ఉష్ణగ్రాహకానికి తిరస్కరించబడిన ఉష్ణం (H_2) పనిచేసే పదార్థంపై చేసిన పని (W_3) కి సమానం.

కనుక W_3 = CHFDC వైశాల్యం

(d) స్థిరోష్ణక సంపీడ్యం : వ్యవస్థను మరోకసారి ఉష్ణ బంధక స్టాండుపై ఉంచండి. ముషలకంపై భారాన్ని నెమ్మదిగా పెంచండి. పదార్థం నెమ్మదిగా స్థిరోష్ణక సంపీడనం చెందుతుంది. పదార్థ ఉష్ణోగ్రత T_1 కు పెరిగి పీడనం మరియు ఘన పరిమాణములు మరల యదార్థ స్థితికి అనగా P_1 మరియు V_1 లకు చేరేవరకు ఈ సంపీడనం కొనసాగుతుంది. ఇది స్థిర స్థిరోష్ణోగ్రతా సంపీడనం. దీనిని సూచీ పటం (12.4) లో DA వక్రం చూపుతుంది. D నుండి A కు సంపీడనం చెందే ప్రక్రియలో చేసిన పని W_4 అనుకుందాం.

అపుడు W_4 = DFEAD వైశాల్యం అవుతుంది.

పై చక్రీయ ప్రక్రియలలో పనిచేసే పదార్థం జనకం నుండి H_1 పరిమాణం గల ఉష్ణాన్ని గ్రహించి H_2 పరిమాణం గల ఉష్ణాన్ని ఉష్ణ గ్రాహకానికి ఇచ్చినది కనుక పనిచేసే పదార్థం గ్రహించిన ఫలిత ఉష్ణం $\Delta H = H_1 - H_2$ అవుతుంది.

ఒక పూర్తి చక్రానికి ఉష్ణ యంత్రం ఫలితంగా చేసిన పని (W) అయితే

W = ABCHEA వైశాల్యం – CHEADC వైశాల్యం

= ABCD వైశాల్యం

ఆ విధంగా ఒక చక్రంలో పనిచేసే పదార్థం చేసిన పని P-V పటంలో ఒక చక్రం యొక్క వైశాల్యానికి సమానం. పదార్థం యొక్క తుది మరియు తొలి స్థితులు ఒక్కటే అని చదివారు దాని యొక్క అంతర్గత శక్తిలో మార్పులేదని దీని అర్థం. కనుక ఉష్ణ గతికశాస్త్ర ప్రథమ నియమం ప్రకారం

$$W = H_1 - H_2$$

కనుక ఉష్ణం పనిగా మార్చబడిందని దీని అర్థం. ఈ చక్రాన్ని పునరావృతం చేయడం ద్వారా ఎంత పరిమాణం గల పనినైనను పొందవచ్చు.

12.5.2 కార్నో యంత్రం యొక్క దక్షత

ఒక చక్రంలో పనిగా మార్పు చెందిన ఉష్ణానికి మరియు పనిచేసే పదార్థం జనకం నుండి గ్రహించిన ఉష్ణానికి గల నిష్పత్తిని కార్నో యంత్రం యొక్క దక్షత అంటారు.

దీనిని η తో సూచిస్తారు.

$$\eta = \frac{\text{ఒక చక్రంలో పనిగా మార్చబడిన ఉష్ణం}}{\text{ఒక చక్రంలో జనకం నుండి గ్రహించిన ఉష్ణం}}$$

లేదా $$\eta = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1}$$

కార్నో చక్రానికి క్రింది విధంగా చూపవచ్చును.

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

కనుక $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

ఉష్ణ యంత్రం యొక్క దక్షత పనిచేసే పదార్థం యొక్క స్వభావంపై ఆధారపడదని గమనించాలి. ఉష్ణగ్రాహకానికి ఉష్ణం ఏమి తిరస్కరించకపోతే η విలువ ఒకటి అవుతుంది కాని H_2 శూన్యం కావాలంటే T_2 కచ్చితంగా శూన్యం కావాలి. అంటే $T_2 = 0$ K అయినపుడు మాత్రమే η విలువ 100% అవుతుంది. అపుడు ఉష్ణ జనకం నుండి గ్రహించిన మొత్తం ఉష్ణం పనిగా మార్చబడింది. ఇది ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర రెండవ నియమాన్ని వ్యతిరేకిస్తుంది. కనుక ఆవిరి యంత్రాన్ని కచ్చితమైన ఉష్ణోగ్రత పరిమితుల మధ్య మాత్రమే పనిచేయించగలం. దీని దక్షత ఒకటి కంటె తక్కువ ఉంటుంది.

కార్నో చక్రం ఉత్క్రమణీయ చక్రం కనుక దీనికి దక్షత ఎక్కువ అని చెప్పవచ్చు. రెండు ఉష్ణోగ్రతల మధ్య పనిచేసే ఏ యంత్రం కూడ కార్నో యంత్రం కన్నా ఎక్కువ దక్షత కలిగి ఉండదు.

12.5.3 కార్నో యంత్రానికి పరిమితులు

కార్నో యంత్రాన్ని సమోష్ణోగ్రత మరియు స్థిరోష్ణక ప్రక్రియల ప్రకారం అధ్యయనం చేశారు. సమ ఉష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ ముషలకం చాలా నెమ్మదిగా కదలినపుడు మాత్రమే సాధ్యం. అంటే ఉష్ణం పని చేసే పదార్థం నుండి జనకానికి బదిలీ అవడానికి తగినంత సమయం కావాలి అని అర్థం. స్థిరోష్ణక ప్రక్రియలో ఉష్ణం బదిలీ అవడానికి వీలు లేనంత వేగంగా ముషలకం కదలాలి. ఈ ముఖ్యమైన షరతులు ప్రాయోగికంగా నెరవేర్చడం సాధ్యం కాదు. ఈ కారణాల వలన అన్ని ప్రాయోగిక యంత్రాలు కార్నో యంత్రం కన్నా తక్కువ దక్షత కలిగి ఉంటాయి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 12.3

1. క్రింది వాక్యములు తప్పు లేదా ఒప్పో వ్రాయండి.

   (i) కార్నో యంత్రములో ఆదర్శ వాయువు వేడిగా ఉన్న ఉష్ణ జనకం నుండి ఉష్ణాన్ని గ్రహించినపుడు, ఉష్ణ జనకం యొక్క ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతుంది. ....

   (ii) కార్నో యంత్రములో ఉష్ణగ్రాహకం యొక్క ఉష్ణోగ్రత తగ్గినపుడు దాని దక్షత కూడ తగ్గును. ....

2. (i) కార్నో యంత్రమునకు 1000 K మరియు 500 K ఉష్ణోగ్రతల మధ్య ఉండే దక్షత T. K మరియు 1000 K ఉష్ణోగ్రతల మధ్యగల దక్షతకు సమానమయిన 'T' విలువ గణించండి. ....

(ii) కార్నో యంత్రము మంచు ఉష్ణోగ్రత మరియు T K లు మధ్య పని చేసినపుడు దాని దక్షత 0.68 అయినచో 'T' విలువ కనుక్కోండి. ....

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- ఉష్ణము శక్తి యొక్క రూపాంతరము. ఇది మనకు వెచ్చదనాన్ని కలిగిస్తుంది.
- హెచ్చు ఉష్ణోగ్రత నుండి తక్కువ ఉష్ణోగ్రతకు ఉష్ణోగ్రతా భేదము వలన ప్రవహించే శక్తినే ఉష్ణశక్తి అంటారు.
- ఉష్ణ శక్తికి ప్రమాణము కెలోరి (calorie) గా సూచిస్తారు.

  1 కెలోరి = 4.18 జౌళ్ళు (4.18 J)

  1 కిలోకెలోరి (1కి కెలోరి) = 1000 కెలోరి

  1 కి కెలోరి = 10^3 కెలోరి.

- ఉష్ణగతిక ప్రక్రియలో ఘనపరిమాణము (V) తో పీడనము (P) యొక్క మార్పును తెలియజేసే గ్రాఫును సూచీ పటం అంటారు.
- సంపీడనం గాని వ్యాకోచం గాని జరిగేటపుడు వాయువు చేసిన పని $P \Delta V = P(V_f - V_i)$ అగును.
- ఉష్ణగతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమము ప్రకారము రెండు వ్యవస్థలు వేరువేరుగా మూడవ వ్యవస్థతో ఉష్ణ సమాతాస్థితిలో ఉన్నపుడు, ఆ రెండు వ్యవస్థలు ఒక దానితో ఒకటి ఉష్ణ సమతాస్థితిలో ఉంటాయి.
- ఒక వస్తువు లోని అణువుల యొక్క గతిశక్తి మరియు స్థితిశక్తుల మొత్తము ఆ వస్తువు యొక్క అంతర్గత శక్తిని తెలియజేయును. పని మరియు అంతర్గత శక్తుల మధ్య సంబంధము క్రింది విధంగా ఉంటుంది.

  అంతర్గత శక్తుల బేధము = పని

  $$U_i - U_f = -W$$

  లేదా $U_f - U_i = -W.$

  ఇచట U_i, U_f లు వ్యవస్థ యొక్క తొలి, తుది అంతర్గత శక్తులు.

- ఉష్ణగతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమము ప్రకారము ఒక వ్యవస్థకు ఇచ్చిన ఉష్ణము దాని అంతర్గత శక్తిలోని భేదము మరియు జరిగిన బాహ్య పనుల మొత్తానికి సమానము.
- ఉష్ణగతిక శాస్త్ర ప్రథమ నియమము ప్రక్రియ యొక్క దిశను గురించి ఏమి తెలపదు.
- ఒక వ్యవస్థను తుది స్థితి నుండి తొలి స్థితి కి అది వెళ్ళిన మార్గము ద్వారానే వెనుకకు తీసుకు రాగలిగితే ఆ ప్రక్రియను ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియ లేక ద్విగత ప్రక్రియ అంటారు.

- ఒక వ్యవస్థను తుది స్థితి నుండి తొలి స్థితికి అది వెళ్ళిన మార్గము ద్వారానే వెనుకకు తీసుకురాలేని ప్రక్రియను అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియ లేక ఏకగత ప్రక్రియ అంటారు.
- స్థిర ఉష్ణోగ్రత వద్ద జరిగే ఏ ఉష్ణగతిక ప్రక్రియనైనా సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ అంటారు.
- ఉష్ణరాశి స్థిరంగా ఉండే ఉష్ణ గతిక ప్రక్రియను స్థిరోష్ణక ప్రక్రియ అంటారు.
- పదార్థం యొక్క మూడు స్థితులను 'ప్రావస్థలు' అంటారు. పదార్థం యొక్క మూడు ప్రావస్థ లను తెలిపే 'పీడనము' మరియు 'ఉష్ణోగ్రతల' మధ్య గీసిన గ్రాఫును ప్రావస్థ పటం అంటారు.
- ఘన, ద్రవ, వాయు స్థితులు మూడు ఏక కాలంలో సంభవించే స్థితిని త్రిక బిందువు అంటారు. త్రిక బిందువు ప్రత్యేకమయిన ఉష్ణోగ్రతా పీడనాలను కలిగి ఉంటుంది.
- ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమానికి సంబందించి 'కెల్విన్-ప్లాంక్' ప్రతిపాదన ప్రకారం ఒకే ఉష్ణ జనకం నుండి నిర్విరామంగా పని జరుపుట అసంభవము.
- ఉష్ణగతిక శాస్త్ర రెండవ నియమానికి సంబందించి 'క్లాసియస్' వివరణ ప్రకారం వ్యవస్థ పై బాహ్య పని జరుగకుండా ఉష్ణము చల్లని వస్తువు నుండి వేడి వస్తువుకు ప్రవహించదు.
- ఏ ఉష్ణ యంత్రానికైనా క్రింది మూడు అంశములు ఉండాలి.

  (i) ఉష్ణాన్ని గ్రహించడానికి ఉష్ణ జనకం లేక ఆశయం.

  (ii) తిరస్కరించిన ఉష్ణాన్ని గ్రహించడానికి ఉష్ణ గ్రాహకం.

  (iii) ఉష్ణాన్ని గ్రహించిన తరువాత యాంత్రిక పనిచేసే పదార్థం (Working substance)
- కార్నో యంత్రము అనగా (i) సమోష్ణోగ్రతా వ్యాకోచము (ii) స్థిరోష్ణక వ్యాకోచము (iii) సమోష్ణోగ్రతా సంపీడనము (iv) స్థిరోష్ణక సంపీడనము అనే నాలుగు ప్రక్రియల ద్వారా పని చేసే ఆదర్శ యంత్రం. ఇట్టి చక్రీయ ప్రక్రియ జరిపే దానిని కార్నో చక్రము అంటారు.
- కార్నో యంత్రానికి దక్షత

  $\eta = 1 - \frac{H_2}{H_1}$, H_1 = గ్రహించిన ఉష్ణరాశి

  H_2 = తిరస్కరించిన ఉష్ణరాశి
- $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, T_1 = ఉష్ణ జనకం యొక్క ఉష్ణోగ్రత

  T_2 = ఉష్ణ గ్రాహకం యొక్క ఉష్ణోగ్రత
- కార్నో యంత్రము యొక్క దక్షత పనిచేసే పదార్థము యొక్క స్వభావం పై ఆధారపడదు.

ముగింపు అభ్యాసం

1. అంతర్గత శక్తికి, ఉష్ణ శక్తి కి తేడా తెలపండి.
2. సూచీ పటం అనగా ఏమి ? ఆదర్శ వాయువు వ్యాకోచం చెందినపుడు జరిగిన పనికి సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.
3. ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర శూన్యాంక నియమాన్ని నిర్వచించి ఉష్ణోగ్రతను నిర్వచించండి.
4. ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర మొదటి నియమాన్ని తెలిపి దానికి పరిమితులు వ్రాయండి.
5. సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ, స్థిరోష్ణక ప్రక్రియ సమ పీడన ప్రక్రియ మరియు సమ ఘనపరిమాణ ప్రక్రియల మధ్య గల భేదములు తెలపండి.
6. ఉష్ణ గతిక శాస్త్ర రెండవ నియమాన్ని తెలపండి.
7. ఉత్క్రమణీయ ప్రక్రియ మరియు అనుత్క్రమణీయ ప్రక్రియలను ఉదాహరణలతో చర్చించండి.
8. కార్నో చక్రాన్ని వివరించండి. సూచీ పటం సహాయంతో దక్షతను గణించండి.
9. (a) ఒక వ్యవస్థ 2000 జౌళ్ళ ఉష్ణాన్ని గ్రహించి 500 జౌళ్ళ పని చేసినపుడు, (b) ఒక వ్యవస్థ 1100 జౌళ్ళ ఉష్ణాన్ని గ్రహించి 400 జౌళ్ళ పని చేసినపుడు వ్యవస్థ యొక్క అంతర్గత శక్తి లోని మార్పును గణించండి.
10. ఉష్ణ జనకం ఉష్ణోగ్రత 400 K వద్ద గల కార్నో యంత్రము 200 కెలోరీల ఉష్ణాన్ని గ్రహించి 150 కెలోరీల ఉష్ణాన్ని ఉష్ణగ్రాహకానికి తిరస్కరించింది అపుడు. (i) ఉష్ణగ్రాహకం (Heat sink) ఉష్ణోగ్రత ఎంత? (ii) ఉష్ణ యంత్రము యొక్క దక్షతను లెక్కించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

12.1

1. (i) ఉష్ణోగ్రత (ii) C (iii) జౌల్ (లేదా) కెలోరి
2. (a) $P_2 (V_2 - V_1)$ (b) $-P_2 (V_2 - V_1)$
3. (i) వెనుకకు తీసుకువచ్చుట.

   (ii) అనుత్క్రమణీయ
4. సమోష్ణోగ్రతా ప్రక్రియ స్థిర ఉష్ణోగ్రత వద్ద జరుగుతుంది. స్థిరోష్ణక ప్రక్రియ ఉష్ణరాశి స్థిరంగా ఉన్నపుడు జరుగుతుంది.
5. త్రిక బిందువు వద్ద పదార్థం యొక్క ఘన, ద్రవ మరియు భాష్ప స్థితులు ఏక కాలంలో సంభవిస్తాయి.

12.2

1. (i) అంతర్గత శక్తి (ii) మీద

2. ఒక వ్యవస్థ కు ఇచ్చిన ఉష్ణం దాని యొక్క అంతర్గత శక్తి లోని మార్పు మరియు బాహ్య పనుల మొత్తానికి సమానం.

12.3

1. (i) తప్పు (ii) ఒప్పు

2. (i) 2000 K (ii) 8583.1 K

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

9. (a) 1500 J (b) 1500 J

10. 300 K, 25%

13

వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం

పరిచయం

ఇంతకుముందు పాఠాలలో మీరు చదువుకున్న విధంగా ప్రమాణ ఉష్ణోగ్రత, పీడనాల (STP) వద్ద పదార్థం మూడు స్థితులు - ఘన, ద్రవ, వాయు స్థితులలో ఉంటుంది. ఇవి పరమాణువులు / అణువులచే నిర్మితమై ఒకదానికొకటి అంతర అణుబలాల చేత బంధింపబడి ఉంటాయి. గది ఉష్ణోగ్రత వద్ద, ఈ పరమాణువులు / అణువులు నియమిత ఉష్ణశక్తిని కల్గి ఉంటాయి. ఉష్ణశక్తి పెరిగితే, ఈ అణువులు మరింత స్వేచ్ఛగా కదలడం మొదలవుతుంది. ఈ స్థితిలో పదార్థం వాయు స్థితిలో ఉందని అంటారు. ఈ స్థితిలో అంతర అణుబలాలు చాలా బలహీనంగా ఉంటాయి. మరియు వాటి గతి శక్తితో పోలిస్తే చాలా తక్కువగా ఉంటాయి.

వేరు వేరు ఉష్ణోగ్రత, పీడనం, ఘనపరిమాణ పరిస్థితులలో వాయువులు భిన్న ధర్మాలను ప్రదర్శిస్తాయి. ఉదాహరణకు స్థిర ఘనపరిమాణం వద్ద వాయు ఉష్ణోగ్రత పెంచితే దాని పీడనం పెరుగుతుంది. ఈ పాఠంలో మీరు కొన్ని సూక్ష్మమైన ఊహనల ఆధారంగా ఉండే అణుచలన సిద్ధాంతం గురించి నేర్చుకుంటారు. అణువుల గతిశక్తితో ఉష్ణోగ్రతకు గల సంబంధం యొక్క వివరణ కూడా నేర్చుకుంటారు. వాయువులకు రెండు రకాల ఉష్ణ సామర్ధ్యాలు ఎందుకు ఉంటాయో కూడా ఈ పాఠంలో వివరించబడింది.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠం చదివిన తరువాత మీకు క్రింది విషయాలు తెలుస్తాయి.

- అణుచలన సిద్ధాంత ప్రాథమిక లక్ష్యమైన ఉష్ణోగ్రత, పీడనం మరియు ఘనపరిమాణాల మధ్య సంబంధాన్ని ఉత్పాదించడం.
- అణుచలన సిద్ధాంత ప్రాథమిక భావనలను అర్థం చేసుకోవడం.
- అణుచలన సిద్ధాంత ఊహనలు నిర్వచించడం.
- వాయు పీడనానికి సమీకరణం $P = \frac{1}{3}\rho \overline{c^{-2}}$ ఉత్పాదించడం.
- ఉష్ణోగ్రతతో వేగ మధ్య వర్గమూల వేగం మరియు సగటు వేగం ఏ విధంగా సంబంధం కల్గి ఉంటాయో వివరించడం.
- వాయు అణుచలన సిద్దాంతం ఆధారంగా వాయు నియమాలు ఉత్పాదించడం.
- ఉష్ణోగ్రతకు చలన **అర్థవివరణ** ఇవ్వడమే గాక, వాయువు యొక్క సగటు గతిశక్తి గణించడం.

- శక్తి సమ విభాజక సూత్రాన్ని వివరించడం.
- వాయువుకు రెండు రకాల విశిష్టోష్ణాలు ఎందుకు ఉన్నాయో తెలియచేయడం.
- $C_P - C_V = \frac{R}{J}$ సంబంధాన్ని ఉత్పాదించడం.

13.1 వాయు అణుచలన సిద్ధాంతము

పదార్థం అసంఖ్యాకమైన పరమాణువులు, అణువుల చేత నిర్మితమై ఉంటుందని ఇప్పుడు మీరు తెలుసుకుంటారు. ప్రతి అణువు పదార్థంలోని భాగం కావడం వల్ల అవి పదార్థం అభిలక్షణాలను ప్రదర్శిస్తాయి. ఆదర్శ వాయువు యొక్క స్థూల (బల్క్) ధర్మాలయిన పీడనం, ఘనపరిమాణం మరియు ఉష్ణోగ్రతలకు సూక్ష్మ (మైక్రోస్కోపిక్) ధర్మాలయిన విడివిడి అణువుల యొక్క వడి, ద్రవ్యరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం ఇస్తుంది. అణుచలన సిద్ధాంతం కొన్ని ఊహనలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. (ఆదర్శ వాయువు అంటే దాని అణువులను బిందు ద్రవ్యరాశులుగా పరిగణించడమే కాక వాటి మధ్య అంతర అణుబలాలు ఉండవు). గది ఉష్ణోగ్రత మరియు వాతావరణ పీడనం (తక్కువ పీడనం) వద్ద ఏ వాయువు అయినా ఆదర్శ వాయువు వలె ప్రవర్తిస్తుంది.

13.1.1 వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతము యొక్క ఊహనలు

పరిశీలించిన వాయు ధర్మాలను, అణువుల యొక్క స్వభావము, వాటి చలనము మరియు వాటి మధ్య గల అంతర చర్యలుకు సంబంధించి కొన్ని ఊహనల ఆధారంగా వివరించవచ్చునని 1860 లో క్లార్క్ మాక్స్‌వెల్ చూపినాడు. ఫలితంగా ఇవి తగినంత సూక్ష్మీకరించబడ్డాయి. వాటిని ఇప్పుడు మనము నిర్వచిద్దాం.

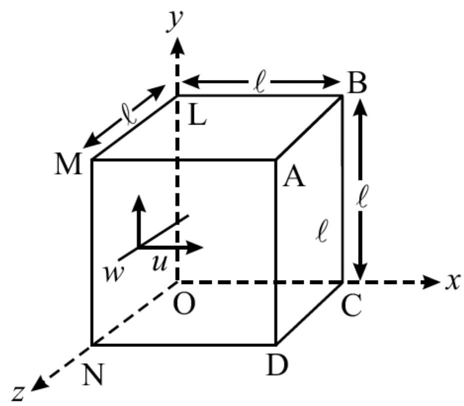
1. ఒక వాయువు సర్వసమానమయిన ఎంతో ఎక్కువ సంఖ్య గల ధృడ అణువులను కలిగి ఉంటుంది. ఈ అణువులు అన్ని రకాల వేగాలతో క్రమరహితంగా చలిస్తూ ఉంటాయి. వాటి మధ్య గల అంతర అణుబలాలను వదిలివేయవచ్చు.
2. వాయు అణువులు పరస్పరం ఢీకొనడమే గాక పాత్ర గోడలను ఢీకొంటాయి. ఇవన్నీ పరిపూర్ణమైన స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు.
3. వాయు అణువుల మధ్య దూరంతో పోలిస్తే అణువు పరిమాణాన్ని వదిలివేయవచ్చు.
4. అభిఘాతాల నడుమ, అణువులు సరళరేఖ మార్గంలో ఏకరీతి వేగంతో చలిస్తాయి.
5. అణువులు అభిఘాతానికి తీసుకునే సమయం రెండు వరుస అభిఘాతాల మధ్య దూరం ప్రయాణించేందుకు పట్టే కాలముతో పోలిస్తే వదిలివేయవచ్చు.
6. పాత్రలో మొత్తం అణువుల పంపిణీ ఏకరీతిగా ఉంటుంది.

పై సరళ ఊహనల ఆధారంగా వాయు అణువుల చలనాన్ని గణితాత్మకంగా వివరించవచ్చు.

13.1.2 వాయువు కలిగించు పీడనం

పాత్ర గోడలపై వాయువు కలిగించు పీడనానికి సమీకరణం ఉత్పాదించడానికి అన్ని అణువులు సర్వసమానాలు కాబట్టి ఒక్క అణువు చలనాన్ని మాత్రమే పరిగణలోకి తీసుకుంటాము (ఊహన - 1). ఏమైనప్పటికి అణువు పాత్రలోని ప్రదేశంలో చలిస్తూ ఉంటుంది. కాబట్టి దానికి x, y మరియు z దిశలలో వేగాంశాలు ఉంటాయి. ఊహనం-6 ని దృష్టిలో ఉంచుకుంటే అణువు చలనము ఒక తలము, (x-అక్షము (పటం 13.1) అనుకుందాము) లో పరిగణిస్తే సరిపోతుంది. $N = 6.023 \times 10^{23}$ అణువులు మీటర్$^{-3}$ ఉంటే 3N మార్గాలు పరిగణించటానికి బదులు ఈ ఊహనలు సమస్యను ఒక అణువు మరియు ఒక తలానికి పరిమితము చేయడం జరిగింది.

LMNO ముఖము వైపు గల ఒక అణువుకు పైన పేర్కొన్న వేగము గల దానిని తీసుకుందాము. దీని x, y మరియు z అంశములు వరుసగా u, v మరియు w అనుకుందాం. అణువు యొక్క ద్రవ్యరాశి 'm' అయితే అది x-అక్షం వెంబడి u వేగంతో చలించుచున్నది కాబట్టి పాత్ర గోడకు లంబదిశలో దాని ద్రవ్య వేగము mu గా ఉంటుంది. ఇది గోడను ఢీకొట్టి వ్యతిరేక దిశలో అదే వేగము u తో తిరిగి వస్తుంది. ఎందుకంటే (ఊహానం-2) అభిఘాతాలన్నీ పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు కాబట్టి. గోడను ఢీకొని వెనుదిరిగిన అణువు యొక్క ద్రవ్యవేగము (–mu) అవుతుంది. కావున అణువు యొక్క ద్రవ్యవేగము లోని మార్పు.



పటం 13.1 ఘన పాత్రలో అణువుల చలనం

$$mu - (- mu) = 2\ mu$$

ఈ అణువు LMNO ముఖము నుండి ABCD ముఖమునకు x-అక్షం వెంబడి u వేగంతో ప్రయాణం చేసి ఢీకొని వెనుదిరిగి మరి ఏ ఇతర అణువుని మార్గమధ్యంలో ఢీకొనకుండా ఉంటే అది 2l దూరాన్ని $\frac{2l}{u}$ కాలంలో ప్రయాణిస్తుంది. గోడని ఢీకొనే అణువు యొక్క రెండు వరుస అభిఘాతాల మధ్య కాలవ్యవధి $\frac{2l}{u}$ ఉంటుంది.

న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ప్రకారం ద్రవ్య వేగంలోని మార్పు రేటు బలానికి సమానము. అందువలన

ABCD వద్ద ద్రవ్యవేగంలోని మార్పు రేటు = $\dfrac{\text{ద్రవ్యవేగంలో మార్పు}}{\text{కాలం}}$

$$= \frac{2mu}{2l/u} = \frac{mu^2}{l}$$

ఇది ఒక అణువు యొక్క ద్రవ్య వేగములోని మార్పు రేటు. వాయువులో N అణువులు ఉంటాయి కాబట్టి, పాత్ర ముఖము పై మొత్తం ద్రవ్యవేగములోని మార్పురేటు లేదా ABCD గోడపై N అణువులు

x-అక్షం వెంబడి $u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots u_N$ వేగాలతో అభిఘాతం చెందడం వల్ల కలిగే మొత్తం బలం ఇలా ఉంటుంది.

ABCD గోడ పై బలం $\frac{m}{l}\left(u_1^2+u_2^2+u_3^2\ldots+u_n^2\right)$ పీడనం అంటే ప్రమాణ వైశాల్యం పై పని చేసే బలం. l^2 వైశాల్యం గల ABCD గోడపై x-అక్షం వెంబడి చలించు అణువుల చలనం వలన కలుగు పీడనం

$$P = \frac{\frac{m}{l}\left(u_1^2+u_2^2+u_3^2+\ldots+u_N^2\right)}{l^2}$$

$$P = \frac{m\left(u_1^2+u_2^2+u_3^2+\ldots+u_N^2\right)}{l^3} \qquad (13.1)$$

x-అక్షం వెంబడి వున్న వేగ వర్గాలన్నింటి వేగవర్గ మధ్యమం $\overline{u^2}$ అనుకుంటే

$$\overline{u^2} = \frac{(u_1^2+u_2^2+u_3^2+\ldots+u_N^2)}{N}$$

$$N\overline{u^2} = (u_1^2+u_2^2+u_3^2+\ldots+u_N^2)$$

ఈ ఫలితం సమీకరణం (13.1) లో ప్రతిక్షేపించగా మనకు

$$P = \frac{Nm\overline{u^2}}{l^3} \text{ అని వస్తుంది. (13.2)} \qquad (13.2)$$

రేఖా గణితం ప్రకారం మనం $c^2 = u^2 + v^2 + w^2$ అని చూపవచ్చును.

u, v మరియు w లు మూడు లంబ అక్షాల దిశలలో c యొక్క అంశాలు. కనుక ఈ సంబంధం వేగ వర్గ మధ్యమాలకు కూడ సరిపోతుంది.

$$\overline{c^2} = \overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}$$

అణువుల పంపిణీ సమపీడనం (ఐసోట్రోపిక్) గా ఉంటుందని ఊహన కనుక ఘనం యొక్క ఏదైనా అంచు వెంబడి వరణాత్మక (ప్రిఫరెన్షియల్) చలనం ఉండదు. దీని అర్థం u^2, v^2, మరియు w^2 ల సగటు విలువలు సమానం.

$$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$$

కనుక $$\overline{u^2} = \frac{\overline{c^2}}{3}$$

ఈ ఫలితాన్ని సమీకరణం 13.2 లో ప్రతిక్షేపిస్తే మనకు క్రింది విధంగా వస్తుంది.

$$P = \frac{Nm}{l^3}\frac{\overline{c^2}}{3}$$

కాని l^3 పాత్ర యొక్క ఘన పరిమాణము లేదా వాయు ఘనపరిమాణాన్ని నిర్వచిస్తుంది. కనుక

$$P = \frac{Nm}{V}\frac{\overline{c^2}}{3} \qquad (13.3)$$

ఇచట ఎడమ చేతి వైపు స్థూల ధర్మాలు అనగా పీడనం మరియు ఘనపరిమాణం మరియు కుడి చేతి వైపు సూక్ష్మ ధర్మాలు అనగా ద్రవ్యరాశి మరియు అణువుల వేగ వర్గ మధ్యమాలు అని గుర్తించండి. సమీకరణం 13.3 ని క్రింది విధంగా తిరిగి వ్రాయవచ్చును.

$\rho = \dfrac{mN}{V}$ వాయు సాంద్రత అయిన, అప్పుడు

$$P = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2}$$

లేదా

$$\overline{c^2} = \frac{3P}{\rho} \qquad (13.4)$$

మనం $\dfrac{N}{V}$ నిష్పత్తిని సాంద్రత సంఖ్యగా చూపిన సమీకరణం 13.3 ను క్రింది విధంగా కూడా తెలుపవచ్చు.

$$P = \frac{1}{3}mn\overline{c^2} \qquad (13.5)$$

సమీకరణం (13.3) ను ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చు $PV = \dfrac{1}{3}Nm\overline{c^2} = \dfrac{1}{3}M\overline{c^2}$ (13.6)

పై ఉత్పాదనకి సంబంధించి క్రింది విషయాలు గమనించాలి.

(i) సమీకరణం (13.4) నుండి పాత్ర ఆకారము చలన సిద్ధాంతం పై ఎటువంటి ప్రభావం కలిగి ఉండదు అని స్పష్టమయినది.

(ii) మనం అంతర అణు అభిఘాతాలను వదిలివేశాం. ఇవి ఫలితాన్ని ప్రభావితం చేయవు. ఎందువలననగా పాత్ర గోడలను ఢీకొనడం వలన వాటి సగటు ద్రవ్యవేగములో మార్పు ఉండదు. ఇదే సందర్భం, అవి పరస్పర అభిఘాతాలు జరిపినపుడు కూడా ఉంటుంది.

(iii) వేగవర్గమధ్యమం $\overline{c^2}$ వేగమధ్యమం యొక్క వర్గము ఒకటి కాదు.

దీనిని ఈ ఉదాహరణతో విశదీకరించవచ్చు.

ఉదాహరణ 13.1 : మన వద్ద వరుసగా 1, 2, 3, 4, 5 ప్రమాణాల వేగాలు గల ఐదు అణువులు ఉన్నాయి అనుకుందాం.

సాధన : అపుడు వాటి వేగ మధ్యమం = $\frac{1+2+3+4+5}{5}$ = 3 ప్రమాణాలు

దీని వర్గం 9 (తొమ్మిది)

ఇప్పుడు వేగవర్గాల మధ్యమం విలువ = $\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2}{5}=\frac{55}{5}=11$

కనుక వేగవర్గ మధ్యమం, వేగ మధ్యమం యొక్క వర్గానికి సమానం కాదు అని మనం చూపినాము

స్వేచ్ఛా పథ మధ్యమం : వాయు అణువులు రెండు వరుస అభిఘాతాల మధ్య ప్రయాణించే సగటు దూరాన్ని స్వేచ్ఛా పథ మధ్యమం అంటారు.

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$

ఇచట n అనేది అణువుల సాంద్రత మరియు d అనేది అణువుల వ్యాసం.

ఉదాహరణ 13.2 : 5×10^{-26} కి.గ్రా. ద్రవ్యరాశి, 500 మీ.సె$^{-1}$ సగటు రేఖీయవేగం గల 10^{22} ఆక్సిజన్ అణువులు 10 సెం.మీ. భుజం గల గుల్ల ఘనం యొక్క గోడల పై కలుగజేయు పీడనం గణించండి.

సాధన :

ద్రవ్యవేగములోని మార్పు = $2mu = 2 \times (5 \times 10^{-26}\ kg) \times (500\ ms^{-1})$

$= 5 \times 10^{-23}\ kg\ ms^{-1}$

ఒకే ముఖం పై రెండు వరుస అభిఘాతాలకు పట్టే కాలం, 2×10 cm లేదా 2×10^{-1} m దూరం ప్రయాణం చేయడానికి పట్టే కాలానికి సమానం

కాలం $= \frac{2 \times 10^{-2}}{500} = 4\times10^{-4}s$

ద్రవ్యవేగము లోని మార్పురేటు $= \frac{5\times10^{-23}}{4\times10^{-4}} = 1.25\times10^{-19}N$

ఘనం ముఖం పై మూడవ వంతు అణువులు కలుగజేయు బలం

$$F = \frac{1}{3}\times1.25\times10^{-19}\times10^{22} = 416.7\,N$$

పీడనం = $\frac{\text{బలం}}{\text{వైశాల్యం}} = \frac{417}{100\times10^{-4}}$

$= 4.2 \times 10^4\ N\text{-}m^{-2}$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 13.1

1. (i) వాయువు ఏ పరిమాణం గల పాత్రలోనైనా పూర్తిగా ఆక్రమిస్తుంది. కాని ద్రవాలు అలా చేయలేవు. ఎందువల్ల?

   (ii) ఘన పదార్థాలు వాయువుల కంటే క్రమబద్ధమైన నిర్మాణాకృతి కలిగి ఉంటాయి. ఎందువల్ల?

2. ఆదర్శ వాయవు అనగా ఏమి?

3. వాయు అణు సాంద్రత, పీడనానికి ఏ విధంగా సంబంధం కల్గి ఉంటుంది?

13.2 ఉష్ణోగ్రతకు చలన వివరణ

సమీకరణం (10.3) నుండి

$$PV = \frac{1}{3} Nm\overline{c^2}$$

n మోల్‌ల వాయువుకు స్థితి సమీకరణం $PV = n\,RT$, ఇచట వాయు స్థిరాంకం R విలువ 8.3 J mol^{-1} K^{-1} కు సమానం. ఈ ఫలితాన్ని పీడన సమీకరణానికి జతచేయగా ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$nRT = \frac{1}{3} m N \overline{c^2}$$

రెండు వైపుల $\frac{3}{2n}$ తో గుణించగా

$$\frac{3}{2}RT = \frac{1}{2}\frac{Nm\overline{c^2}}{n} = \frac{1}{2} m N_A \overline{c^2}$$

ఇచట $\frac{N}{n} = N_A$ అవగ్రాడో సంఖ్య. ఇది ఒక మోల్ పదార్థంలో గల పరమాణువులు లేదా అణువుల సంఖ్యను తెలుపుతుంది.

దీని విలువ గ్రామ్ మోల్‌కు 6.023×10^{23}. N_A పరంగా మనం క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\frac{3}{2}\left(\frac{R}{N_A}\right)T = \frac{1}{2} m\overline{c^2}$$

కాని $\frac{1}{2} m\overline{c^2}$ అణువుల సగటు గతిశక్తిని తెలుపుతుంది. అందువలన

$$\frac{1}{2} m\overline{c^2} = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N_A}\right)T = \frac{3}{2}kT \qquad (13.7)$$

ఇచట $k = \frac{R}{N_A}$

k = బోల్ట్జ్‌మన్ స్థిరాంకం. దీని విలువ $= 1.38\times10^{-23} JK^{-1}$.

బోల్ట్జ్‌మన్ స్థిరాంకం పరంగా అణువుల సరాసరి గతిశక్తిని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}m\overline{c^2} = \frac{3}{2}kT \qquad (13.8)$$

కనుక ఒక గ్రామ్ మోల్ వాయువు యొక్క గతిశక్తి $\frac{3}{2}kT$ అవుతుంది.

ఈ సంబంధం అణువుల యొక్క గతిశక్తి పరమ ఉష్ణోగ్రత T పై మాత్రమే ఆధారపడును కాని దాని ద్రవ్యరాశి పై ఏ మాత్రం ఆధారపడదు అని తెలియచేస్తుంది. ఈ యదార్థాన్ని ఉష్ణోగ్రత యొక్క చలన వివరణ అని తెలుసుకోవాలి.

$T = 0$ వద్ద వాయువుకు గతిశక్తి ఉండదు. అంటే పరమశూన్య ఉష్ణోగ్రత వద్ద వాయు అణువుల చలనం ఆగిపోతుంది మరియు అణువులు ఆవరణలో ఘనీభవించినట్లు ప్రవర్తిస్తాయి. ఆధునిక భావనల ప్రకారం ఎలక్ట్రాన్‌ల వ్యవస్థ యొక్క శక్తి పరమశూన్య ఉష్ణోగ్రత వద్ద కూడ శూన్యం కాదు. పరమశూన్య ఉష్ణోగ్రత వద్ద గల శక్తిని శూన్య బిందుశక్తి అంటారు.

సమీకరణం (13.5) నుండి $\overline{c^2}$ యొక్క వర్గ మూలానికి సమీకరణం వ్రాయవచ్చును. దీనిని వేగ వర్గ మధ్యమ మూలం (r m s) అంటారు.

$$c_{rms} = \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (13.8(a))$$

ఈ సమీకరణం ప్రకారం ఏ ఉష్ణోగ్రత 'T' వద్దనైనా c_{rms} మోలార్ ద్రవ్యరాశి యొక్క వర్గమూలానికి విలోమానుపాతంలో ఉంటుంది అని స్పష్టమవుతోంది. దీని అర్థం తేలిక అణువు సగటున భార అణువు కన్నా వేగంగా కదలుతుంది. ఉదాహరణకు ఆక్సిజన్ యొక్క మోలార్ ద్రవ్యరాశి, హైడ్రోజన్ యొక్క మోలార్ ద్రవ్యరాశి కంటే 16 రెట్లు ఎక్కువ కనుక చలన సిద్ధాంతం ప్రకారం హైడ్రోజన్ అణువులు ఆక్సిజన్ అణువుల కంటే 4 రెట్లు వేగంగా కదలాలి. ఇదే కారణంగా తేలిక వాయువులు మన భూవాతావరణం పైభాగంలో ఉన్నాయి. ఈ పరిశీలన చలన సిద్ధాంతం యొక్క యదార్థతకు చక్కని సాక్ష్యంగా నిలుస్తోంది.

10.3 చలన సిద్ధాంతం నుండి వాయు నియమాలను ఉత్పాదించుట

(i) బాయిల్ నియమం :

సమీకరణం (13.3) అనుసరించి వాయుపీడనం P కు సమీకరణం

$$PV = \frac{1}{3}M\overline{c^2}$$

నియమిత ద్రవ్యరాశి గల వాయువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత స్థిరంగా ఉన్నపుడు, వేగ వర్గ మధ్యమం స్థిరంగా ఉంటుంది. ఆ విధంగా సమీకరణం (13.3) కుడి వైపున గల M మరియు $\overline{c^2}$ లు రెండు స్థిరం. కనుక

$$PV = \text{స్థిరం} \quad \text{లేదా} \quad P \propto \frac{1}{V} \qquad (13.9)$$

ఇదే బాయిల్ నియమం. **నియమిత ద్రవ్య రాశి గల వాయువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత స్థిరంగా ఉన్నపుడు దాని పీడనం వాయువు ఘన పరిమాణానికి విలోమానుపాతంలో** ఉంటుంది.

(ii) చార్లెస్ నియమం :

సమీకరణం (13.3) ప్రకారం

$$PV = \frac{1}{3}M\overline{c^2}$$

లేదా

$$V = \frac{1}{3}\frac{M}{P}\overline{c^2}$$

M మరియు P లు మారకుండా లేదా M మరియు P లు స్థిరంగా వున్నప్పుడు

$$V \propto \overline{c^2},\ \overline{c^2} \propto T \ \text{కాని}\ V \propto T \qquad (13.10)$$

ఇదే చార్లెస్ నియమం. నియమిత ద్రవ్యరాశి గల వాయువు పీడనం స్థిరంగా వున్నపుడు దానియొక్క ఘన పరిమాణం వాయువు (పరమ) ఉష్ణోగ్రతకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

రాబర్ట్ బాయిల్ (1627 - 1691)

బ్రిటీష్ ప్రాయోగిక శాస్త్రవేత్త రాబర్ట్ బాయిల్ వాయు ఘనపరిమాణానికి మరియు పీడనానికి గల సంబంధం (PV = స్థిరం) తెలియచేసి ఎంతో పేరు తెచ్చుకున్నాడు. రాబర్ట్ హుక్ తయారుచేసిన వాక్యూమ్ పంపు (Vacuum pump) సహాయంతో శూన్యంలో ధ్వని ప్రయాణించదని ప్రయోగపూర్వకంగా నిరూపించాడు. పదార్థాలు మండటానికి వాయువు అవసరమని నిరూపించి, వాయువుల స్థితిస్థాపక ధర్మాలను అధ్యయనం చేశాడు.

'రాయల్ సొసైటి' స్థాపక సభ్యుడైన రాబర్ట్ బాయిల్ తన శాస్త్ర విజ్ఞాన పరిశోధనలు కొనసాగించుటకు జీవితాంతం బ్రహ్మచారిగా ఉండిపోయాడు.

(iii) గెలూసాక్ నియమం (Gay Lussac's Law)

చలన సిద్ధాంతం ప్రకారం, ఆదర్శ వాయువుకు

$$P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}\overline{c^2}$$

ఇవ్వబడిన ద్రవ్యరాశి (M స్థిరం) గల వాయువు యొక్క ఘనపరిమాణం స్థిరంగా (M స్థిరం) ఉన్నప్పుడు $P \propto \overline{c^2}$ అవుతుంది

కాని $\overline{c^2} \propto T$

$$\therefore P \propto T \tag{13.11}$$

ఇదే గెలూసాక్ నియమం. ఇది నియమిత ద్రవ్యరాశి గల వాయు ఘనపరిమాణం స్థిరంగా ఉన్నప్పుడు దాని పీడనం పరమ ఉష్ణోగ్రతకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుందని చెప్తుంది.

(iv) అవగాడ్రో సూత్రం:

మనం రెండు వేరు వేరు వాయువులు 1 మరియు 2 లను తీసుకుందాం. అపుడు సమీకరణం (13.3) ను ఇలా వ్రాసుకోవచ్చు.

$$P_1 V_1 = \frac{1}{3} m_1 N_1 \overline{c_1^2}$$

మరియు $$P_2 V_2 = \frac{1}{3} m_2 N_2 \overline{c_2^2}$$

వాటి పీడనాలు, మరియు ఘనపరిమాణాలు సమానం అయితే అప్పుడు $P_1V_1 = P_2V_2$

కనుక $$\frac{1}{3} m_1 N_1 \overline{c_1^2} = \frac{1}{3} m_2 N_2 \overline{c_2^2} \tag{13.12}$$

ఉష్ణోగ్రత స్థిరం కావున, వాటి గతిశక్తులు సమానం అవుతాయి.

అంటే $$\frac{1}{2} m_1 \overline{c_1^2} = \frac{1}{2} m_2 \overline{c_2^2}$$

ఈ ఫలితాన్ని పై సమీకరణంలో ఉంచితే మనకు (13.12)

$$N_1 = N_2 \text{ అని వస్తుంది.} \tag{13.13}$$

ఒకే ఉష్ణోగ్రత మరియు పీడనాల వద్ద సమాన ఘనపరిమాణం గల వాయువులు సమాన సంఖ్యలో అణువులను కలిగి ఉంటాయి. ఈ నిర్వచనాన్ని అవగాడ్రో నియమం అంటారు.

(v) డాల్టన్ పాక్షిక పీడనాల నియమం :

ఒకదానితో మరొకటి రసాయన చర్య పొందని అనేక వాయువులు లేదా భాష్పములు కలవనుకుందాం. వాటి సాంద్రతలు ρ_1, ρ_2, ρ_3 ... మరియు వరుసగా వాటి వేగ వర్గమధ్యమాలు $\overline{c_1^2}, \overline{c_2^2}, \overline{c_3^2}$ ... అనుకుందాం. ఈ వాయువులన్నిటిని ఒకే పాత్రలో ఉంచాం అనుకుందాం. అప్పుడు వాటి అన్నిటికి ఘనపరిమాణం ఒకే విధంగా ఉంటుంది. వీటి ఫలిత పీడనం 'P' ఈ విధంగా ఉంటుంది.

$$P = \frac{1}{3}\rho_1 \overline{c_1^2} + \frac{1}{3}\rho_2 \overline{c_2^2} + \frac{1}{3}\rho_3 \overline{c_3^2} + ...$$

ఇక్కడ $\frac{1}{3}\rho_1 \overline{c_1^2}, \frac{1}{3}\rho_2 \overline{c_2^2}, \frac{1}{3}\rho_3 \overline{c_3^2}$ ... లు వేర్వేరు వాయువులు లేదా భాష్పాల విడివిడి (పాక్షిక) పీడనాలను తెలుపుతాయి.

వీటిని మనం వరుసగా $P_1, P_2, P_3, ...$ అని గుర్తిస్తే

అప్పుడు $P = P_1 + P_2 + P_3 + ...$ అవుతుంది. (13.14)

అనగా **వాయు మిశ్రమం కలుగజేసే మొత్తం పీడనం వాయువులు విడివిడిగా ఆ ఆవరణాన్ని ఒకదాని తరువాత మరొకటి ఆక్రమించినపుడు కలుగజేసే పాక్షిక పీడనాల మొత్తానికి సమానం అవుతుంది.** ఇదే డాల్టన్ పాక్షిక పీడనాల సూత్రం.

(vi) గ్రాహం వాయువుల వ్యాపన సూత్రం :

వాయువులు సూక్ష్మ రంధ్రముల ద్వారా వ్యాపనం చెందే విషయం పై గ్రాహం పరిశోధనలు చేసి ఈ సూత్రం కనుగొన్నాడు. సూక్ష్మరంధ్రాల ద్వారా వాయువు వ్యాపనం చెందే రేటు దాని సాంద్రత యొక్క వర్గమూలానికి విలోమానుపాతంలో ఉంటుంది. ఇదే గ్రాహం వాయువుల వ్యాపన నియమం.

వాయు అణు చలన సిద్ధాంతం ప్రకారం, సన్నని రంధ్రం గుండా వాయు వ్యాపన రేటు సరాసరి లేదా వేగవర్గమధ్యమానికి (c_{rms}) అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. సమీకరణం (13.4) నుండి

$$\overline{c^2} = \frac{3P}{\rho}$$

లేదా $$\sqrt{\overline{c^2}} = c_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

అనగా P పీడనం వద్ద ρ_1 మరియు ρ_2 సాంద్రతలు గల వాయు అణువుల వేగవర్గ మధ్యమాలను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$(c_{rms})_1 = \sqrt{\frac{3P}{\rho_1}} \quad \text{మరియు} \quad (c_{rms})_2 = \sqrt{\frac{3P}{\rho_2}}$$

అంటే $$\frac{\text{ఒక వాయువు యొక్క వ్యాపన రేటు}}{\text{రెండవ వాయువు యొక్క వ్యాపన రేటు}} = \frac{(c_{rms})_1}{(c_{rms})_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \qquad (13.15)$$

ఆ విధంగా స్థిర పీడనం వద్ద వాయువుల వ్యాపన రేటు వాటి సాంద్రతల వర్గమూలాలకు విలోమానుపాతంలో ఉంటుంది. దీనినే గ్రాహం వ్యాపన నియమం అంటారు.

ఉదాహరణ 13.3 : 300 K. వద్ద హైడ్రోజన్ అణువు యొక్క వేగవర్గ మధ్యమూలం గణించండి. (హైడ్రోజన్ అణు ద్రవ్యరాశి) = 3.347×10^{-27} kg బోల్ట్జ్‌మన్ స్థిరాంకం $k = 1.38 \times 10^{-23}\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$

సాధన :

మనకు తెలిసిన ప్రకారం

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times (1.38 \times 10^{-23}\,JK^{-1})\,(300\,K)}{3.347 \times 10^{-27}\,kg}} = 1927\,m\,s^{-1}$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 13.2

1. ఎంపిక చేసిన 5 వాయు అణువుల యొక్క వేగాలు వరుసగా 500 మీసె$^{-1}$, 600 మీసె$^{-1}$, 700 మీసె$^{-1}$, 800 మీసె$^{-1}$ మరియు 900 మీసె$^{-1}$ అయిన వాటి వేగవర్గ మధ్యమూలం (RMS) వేగం గణించండి.
2. సమాన ఘనపరిమాణాలు గల రసాయనికంగా చర్య చెందని రెండు వాయువులను మిశ్రమం చేసినప్పుడు ఆ మిశ్రమం యొక్క ఫలిత పీడనం ఎంత?
3. బెలూన్‌లో గాలి ఊదినప్పుడు దాని ఘనపరిమాణం మరియు పీడనాలు పెరుగుతాయి. ఈ పరిస్థితి బాయిల్ నియమాన్ని వ్యతిరేకిస్తుందా?

ఉదాహరణ 13.4

ఏ ఉష్ణోగ్రత వద్ద హైడ్రోజన్ వాయువు యొక్క వేగవర్గ మధ్యమూలము S.T.P. , వద్ద గల దాని వేగవర్గ మధ్యమూలానికి రెట్టింపు అవుతుంది. (పీడనం స్థిరంగా ఉంటంది). (STP = ప్రమాణ ఉష్ణోగ్రతా పీడనాలు).

సాధన :

సమీకరణం 13.8(a) నుండి $c_{rms}\ \alpha \sqrt{T}$

S.T.P. వద్ద rms వేగం c_0 అనుకుందాం.

TK కావలసిన ఉష్ణోగ్రత అయిన లెక్కలో ఇచ్చిన ప్రకారం TK వద్ద వేగం $= c = 2c_0$

$$\frac{c}{c_0} = \frac{2c_0}{c_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

రెండు వైపుల వర్గం చేయగా $4 = \frac{T}{T_0}$ (Since $T_0 = 273K$)

$$T = 4T_0 = 4 \times 273 = 1092\ K$$
$$T = 1029 - 273 = 819°C$$

ఉదాహరణ 13.5

300 K వద్ద వాయువు యొక్క సగటు గతిశక్తిని లెక్కించండి. ($k = 1.38 \times 10^{-23}$ JK^{-1} గా తీసుకోండి)

సాధన :

మనకు తెలిసిన ప్రకారం

$$\frac{1}{2}M\overline{c^2} = \frac{3}{2}kT$$

$$\overline{E} = \frac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23}\, JK^{-1})(300\,K)$$

$$\overline{E} = 6.21 \times 10^{-21} J$$

13.4 శక్తి సమవిభాజక సూత్రం

వాయు అణువు యొక్క గతిశక్తి కి సమీకరణం

$$\frac{1}{2}m\overline{c^2} = \frac{3}{2}kT$$

వాయు అణువు యొక్క చలనం x, y మరియు z దిశలలో ఉంటుంది. వేగం c యొక్క సగటు వేగాంశములు (అనగా u, v మరియు w) ఈ మూడు దిశలలోను బహుశా సమానంగా ఉంటాయి. అంటే ఒక అణువుకు ఈ మూడు దిశల్లో సగటు వేగాలు సమానంగా ఉంటాయి.

$$\overline{u} = \overline{v} = \overline{w}$$

మరియు $$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2} = \frac{\overline{c^2}}{3} \qquad (13.16)$$

$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$ కనుక

$$\overline{c^2} = \overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}$$

సమీకరణం (13.16) రెండు వైపుల $\frac{1}{2}$ తో గుణించగా, (ఇచట అణువు ద్రవ్యరాశి = m)

$$\frac{1}{2}m\overline{u^2} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{1}{2}m\overline{w^2}$$

కాని $\frac{1}{2}m\overline{u^2} = E =$ x–అక్షం దిశలో అణువు యొక్క మొత్తం సగటు గతిశక్తి.

కావున $E_x = E_y = E_z$. కాని అణువు యొక్క మొత్తం సగటు గతిశక్తి (3/2) k T.

ఇప్పుడు ఫలితాన్ని ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

$$E_x = E_y = E_z = \frac{1}{2}kT$$

అణువు యొక్క మూడు స్వేచ్ఛా పరిమితి దిశలలోను వేగము యొక్క అంశము u, v మరియు w లు కనుక గతిక వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం గతిశక్తి ని మూడు స్వేచ్ఛా పరిమితి దిశలలోను సమానంగా విభజించవచ్చును. మరియు ప్రతి స్వేచ్ఛా పరిమితి $\frac{1}{2}kT$ కి సమానం అవుతుంది. ఇదే శక్తి సమవిభాజక సూత్రం. దీనిని లూడ్విగ్ బోల్ట్జ్‌మన్ ఉత్పాదించాడు. దీనిని వేరు వేరు రకాల వాయువులకు అనువర్తింపజేద్దాము. ఇంతవరకు రేఖీయ చలనాన్ని మాత్రమే పరిగణించాం. ఏక పరమాణు వాయువు అణువులు భ్రమణం చెందలేవు కనుక వాటికి రేఖీయ చలనం మాత్రమే ఉంటుంది. (అవి స్థిరమైన గోళాకృతిలో ఉండి పరస్పరం మూడు లంబ అక్షాల వెంబడి ఏదో ఒకదాని చుట్టూ భ్రమణాలు చేయగల్గినప్పటికిని)

కనుక ఏకపరమాణు వాయు అణువు యొక్క మొత్తం గతిశక్తి

$$E = \frac{3}{2}kT \tag{13.17}$$

ఒక ద్విపరమాణు అణువును రెండు గోళాలు స్థిరమైన కడ్డీతో జత చేసినట్లుగా ఊహించవచ్చును. అట్టి అణువు పరస్పరం లంబంగా ఉండే మూడు అక్షాలలో ఏదో ఒక అక్షం పరంగా భ్రమణాలు చేయవచ్చు. అయినప్పటికి కడ్డీకి లంబంగా ఉండే అక్షం పరంగా భ్రమణజడత్వం తో సరిపోల్చినపుడు కడ్డీ యొక్క అక్షం పరంగా భ్రమణ జడత్వాన్ని తృణీకరించవచ్చు.

భ్రమణ గతిశక్తిలో రెండు పదాలుంటాయి అని దీని అర్థం. అవి

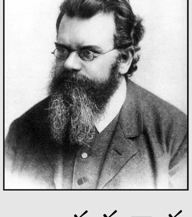
$$\frac{1}{2}I\omega_y^2,\ \frac{1}{2}I\omega_z^2$$

ద్విపరమాణు అణువుల యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని ప్రత్యేకంగా వివరించడానికి మూడు నిరూపకాలు అవసరం. ఈ విధంగా ద్విపరమాణు అణువుకు రేఖీయ మరియు భ్రమణ చలనాలు రెండూ ఉంటాయి. కాని దీనికి 5 స్వేచ్ఛా పరిమితులు ఉంటాయి.

$$E = 3\left(\frac{1}{2}kT\right) + 2\left(\frac{1}{2}kT\right)$$

$$E = \frac{5}{2}kT \tag{13.18}$$

లూడ్విగ్ బోల్ట్జ్‌మన్ (1844 - 1906)



బోల్ట్జ్ మన్ ఆస్ట్రియాలోని వియన్నాలో పుట్టి పెరిగాడు. 1866లో జోసెఫ్ స్టెఫాన్ పర్యవేక్షణలో బోల్ట్జ్‌మన్ డాక్టరేట్ పూర్తి చేసాడు. అతడు బున్‌సెన్, కిర్చాఫ్ హెల్మ్‌హోల్ట్జ్‌లతో పని చేసాడు. ఉద్రేకపరుడైన అతడు జీవితంలో రెండు సార్లు ఆత్మహత్యకు ప్రయత్నించాడు. రెండవసారి అతని ప్రయత్నం కార్యరూపం దాల్చింది. మాచ్ మరియు ఓస్ట్వాల్డ్‌లతో భేదాభిప్రాయాలే అతని ఆత్మహత్యకు కారణాలని ప్రజలు అనుకున్నారు.

వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం, సాంఖ్యాక (స్టాటిస్టికల్) యాంత్రిక శాస్త్రం మరియు ఉష్ణగతిక శాస్త్రాలలోని అతని కృషికి ఎంతో పేరు వచ్చింది.

13.5 వాయువుల ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాలు

వాయు ఘనపరిమాణం, పీడనాలను వేర్వేరుగా మార్చినప్పుడు, వాయు ఉష్ణోగ్రత పెరుగుదల మనకు తెలుసు.

ఉదాహరణకు ఘనపరిమాణము లేదా పీడనములను స్థిరంగా ఉంచవచ్చు లేదా రెండింటిని ఇష్టము వచ్చిన పద్ధతిలో మార్పు చెందేలా చేయవచ్చు. ప్రతి సందర్భంలోను ప్రమాణ ద్రవ్యరాశిని ప్రమాణ ఉష్ణోగ్రతకు పెంచడానికి కావలసిన ఉష్ణశక్తి వేరు వేరుగా ఉంటుంది. అందుకే వాయువుకు రెండు వేరు వేరు ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాలు ఉంటాయి.

ఒక వాయువు యొక్క ఉష్ణోగ్రతను ΔT పెంచడానికి మనం ΔQ పరిమాణం గల ఉష్ణాన్ని అందిస్తే ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాన్ని క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$\text{ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

ప్రమాణ ద్రవ్యరాశికి గల వస్తువు యొక్క ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాన్ని పదార్థము యొక్క విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం అంటారు. దీనిని ‘c’ తో సూచిస్తారు.

$$\text{విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం (c)} = \frac{\text{ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం}}{m}$$

పై రెండు సమీకరణాల నుండి

$$C = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

ఆ విధంగా ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల పదార్థం యొక్క ఉష్ణోగ్రతను $1^{\circ}C$ (లేదా $1\ K$) పెంచడానికి అవసరం అయ్యే ఉష్ణరాశి ఆ పదార్థం యొక్క విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం అవుతుంది. విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యానికి SI ప్రమాణం కిలో కెలోరి (కి.గ్రా)$^{-1}$ (కెల్విన్)$^{-1}$ దీనిని జౌల్(కి.గ్రా)$^{-1}$(కెల్విన్)$^{-1}$ గా కూడ తెలుపవచ్చు. ఉదాహరణకు నీటి యొక్క విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం

1 కిలో కెలోరి (కి.గ్రా)$^{-1}$ (కెల్విన్)$^{-1}$ = 4.2×10^{-3} జౌల్ కి.గ్రా$^{-1}$.కె$^{-1}$.

ఘనపదార్థాల, ద్రవ పదార్థాల విశిష్ట ఉష్ణ సామర్థ్యానికి ఈ నిర్వచనం సరిపడుతుంది. కాని వాయువులకు ఇది సరిపడదు. ఎందుకంటే బాహ్య నియమాలతో అది మారుతుంది. వాయువు యొక్క ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి వాయువు యొక్క ఘనపరిమాణం లేదా పీడనాన్ని స్థిరంగా ఉంచుతాం. అంటే మనం రెండు రకాల విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాలను చెబుతాము.

(i) స్థిర ఘనపరిమాణం వద్ద విశిష్టోష్ణం, c_V.

(ii) స్థిర పీడనం వద్ద విశిష్టోష్ణం, c_P గా పేర్కొంటాము.

(i) స్థిర ఘనపరిమాణ విశిష్టోష్ణం (c_v) : వాయువు యొక్క ఘన పరిమాణం స్థిరంగా ఉన్నపుడు, ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల వాయువు ఉష్ణోగ్రతను 1 K పెంచడానికి కావలసిన ఉష్ణరాశి" ని ఆ వాయువు యొక్క స్థిర ఘనపరిమాణ విశిష్టోష్ణం (c_v) అంటారు.

$$c_v = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_v \qquad (13.19)$$

(ii) స్థిరపీడన విశిష్టోష్ణం (c_P) : వాయువు యొక్క పీడనం స్థిరంగా ఉన్నపుడు ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల ఆ వాయువు ఉష్ణోగ్రతను 1K పెంచడానికి కావలసిన ఉష్ణరాశిని ఆ వాయువు యొక్క స్థిర పీడన విశిష్టోష్ణం (c_P) అంటారు.

$$c_P = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_P \qquad (13.20)$$

ఒక మోల్ పరిమాణం గల వాయువును పరిగణన లోనికి తీసుకునాలంటే మోలార్ ఉష్ణధారణ సామర్ధ్యాన్ని నిర్వచిస్తాం.

వాయు పీడనాన్ని స్థిరంగా ఉంచినపుడు వాయు ఘనపరిమాణం పెరుగుతుంది. అంటే ఈ సందర్భంలో ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల వాయు పీడనాన్ని స్థిరంగా ఉంచి దాని ఉష్ణోగ్రతను ఒక డిగ్రీసెంటీగ్రేడుకు పెంచితే దానికి అవసరం అయిన ఉష్ణరాశి రెండు రకాలుగా ఉపయోగపడుతుంది.

(i) వాయువు యొక్క ఘనపరిమాణం మారడానికి అవసరం అయిన ఉష్ణరాశి. మరియు

(ii) స్థిర ఘనపరిమాణం వద్ద వాయువు యొక్క ఉష్ణోగ్రత ఒక డిగ్రీ పెరగడానికి కావలసిన ఉష్ణరాశి (c_p)

$$c_p = \text{బాహ్య పని} + c_v$$

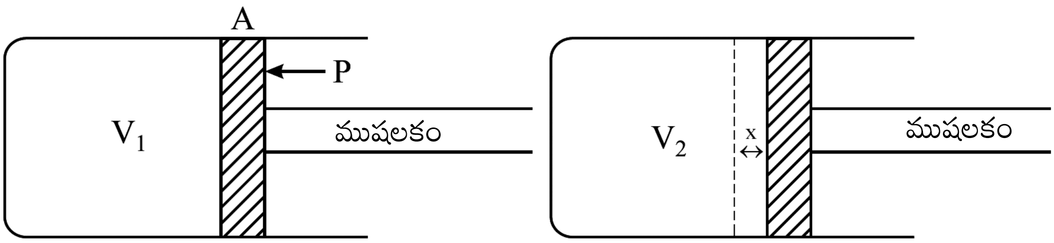
స్థిర పీడన విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్ధ్యం (c_p) స్థిరఘన పరిమాణ విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్ధ్యం (c_v) కంటే ఎక్కువ అని స్పష్ట అవుతోంది. ఎంత ఎక్కువ అనగా వాయువు పై బాహ్య పీడనానికి వ్యతిరేకంగా వాయువు చేసిన పనికి సమానమయిన ఉష్ణరాశికి సమానంగా ఉంటుంది.

$$c_p = W + c_v \qquad (13.21)$$

13.6 c_p మరియు c_v ల మధ్య సంబంధం

ఘర్షణ లేని ముషలకం (పటం 13.2) అమర్చిన స్థూపాకార పాత్రలో ఒక ఆదర్శ వాయువు బంధింపబడిన దనుకుందాం. వాయువును (పరిపూర్ణ) ఆదర్శ వాయువుగా ఊహించాం కనుక దాని అణువుల మధ్య అంతర అణు బలాలు ఉండవు. అట్టి వాయువు వ్యాకోచించినపుడు అంతర పీడనాన్ని అధిగమించడానికి కొంత పని చేయవలెను.

బాహ్య పీడనం 'P' మరియు ముషలకం యొక్క అడ్డుకోత వైశాల్యం 'A' అనుకుందాం. ముషలకం పై పనిచేయు బలం $= P \times A$. ఇపుడు స్థిర పీడనం వద్ద వాయువును 1 K పెరుగునట్లు వేడిచేశాం అనుకుందాం. దాని ఫలితంగా ముషలకం పటం 13.2 లో చూపినట్లు 'x' దూరం బయటికి కదిలింది. వాయువు V_1 తొలి



పటం 13.2 : స్థిర పీడనం వద్ద వాయువు వేడి చేయబడినది

ఘనపరిమాణం నుండి V_2 తుది ఘనపరిమాణంకు వేడిచేయడం వల్ల పెరిగింది అనుకుందాం. కనుక బాహ్య పీడనానికి వ్యతిరేకంగా ముషలకాన్ని x దూరం త్రోయడానికి వాయువు చేసిన పని

$$W = P \times (A \times x)$$

$$W = P \times (\text{ఆని ఘనపరిమాణంలోని పెరుగుదల})$$

$$W = P(V_2 - V_1)$$

సమీకరణం 13.21 నుండి 1 మోల్ వాయువును 1 K కు వేడి చేసినపుడు బాహ్య పీడనానికి వ్యతిరేకంగా చేసిన పని (W) = $(c_p - c_v)$ అవుతుంది.

$$c_p - c_v = P\,(V_2 - V_1) \qquad (13.22)$$

వాయువును వేడి చేయడానికి ముందు, మరియు తరువాత స్థితులకు ఆదర్శ వాయు సమీకరణాన్ని అనువర్తింపచేయగా.

$$PV_1 = RT \qquad (13.23)$$

$$PV_2 = R(T+1) \qquad (13.24)$$

సమీకరణం 13.23 ను 13.24 నుండి తీసివేయగా మనకు క్రింది విధంగా వస్తుంది.

$$P\,(V_2 - V_1) = R \qquad (13.25)$$

కనుక సమీకరణం (13.22) మరియు సమీకరణం (13.25) ల నుండి

$$c_P - c_V = R \qquad (13.26)$$

R విలువ J mol^{-1} K^{-1} లలో ఉంటుంది. జౌళ్ళను కెలోరీలలోనికి మార్పు చేస్తే

$$c_p - c_v = \frac{R}{J} \qquad (13.27)$$

ఇక్కడ J = 4.18 కెలోరీలు. దీనిని ఉష్ణయాంత్రిక తుల్యాంకం అంటారు.

ఉదాహరణ 13.6

ఏక పరమాణు, ద్వి పరమాణు మరియు త్రిపరమాణు వాయు అణువులకు c_p మరియు c_v విలువలు లెక్కించండి.

సాధన : 1 మోల్ వాయువు యొక్క సగటు గతిశక్తి $E = \frac{3}{2}RT$ అని మనకు తెలుసును.

ఇపుడు c_v ని ఒక మోల్ వాయువును స్థిర ఘనపరిమాణం వద్ద 1 డిగ్రీ పెంచడానికి కావలసిన ఉష్ణరాశి అని నిర్వచించవచ్చు. అనగా TK వద్ద వాయువు యొక్క మొత్తం శక్తి E_T మరియు $(T + 1)$ K వద్ద వాయువు యొక్క మొత్తం శక్తి E_{T+1} అయితే అపుడు $c_v = E_{T+1} - E_T$

(i) ఏకపరమాణు వాయువు యొక్క మొత్తం శక్తి $E = \frac{3}{2}RT$ అని మనకు తెలుసును.

ఏకపరమాణు వాయువుకు = $c_v = \frac{3}{2}R(T+1) - \frac{3}{2}RT$

$$c_v = \frac{3}{2}R$$

కనుక $$c_p = c_v + R$$

$$c_p = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

(ii) ద్విపరమాణు వాయువుకు మొత్తం శక్తి $E = \frac{5}{2}RT$

$$c_v = \frac{5}{2}R(T+1) - \frac{5}{2}RT$$

$$c_v = \frac{5}{2}R$$

ఇక్కడ $$c_p = c_v + R$$

$$c_p = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R$$

(iii) ఇప్పుడు మీరు త్రిపరమాణు వాయువుకు c_p మరియు c_v విలువలు కనుగొనండి.

$$E = RT$$

$$c_v = 3R\ (T + 1) - 3RT$$

$$c_v = 3R$$

ఇక్కడ $$c_p = c_v + R$$

$$c_p = 3R + R = 4R$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 13.3

1. నైట్రోజన్ అణువు యొక్క మొత్తం శక్తి ఎంత?
2. నైట్రోజన్ వాయువుకు c_p మరియు c_V విలువలు లెక్కించండి. ($R = 8.3\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$ గా తీసుకోండి).
3. వాయువుకు రెండు రకములైన విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాలు ఎందుకు ఉంటాయి.

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- చలన సిద్ధాంతం వాయు అణువులు మరియు పరమాణువుల ఉనికిని ఊహిస్తుంది. యాంత్రిక శక్తి సూత్రాలను వీటిలో ఎక్కువ వాటికి సగటు నైపుణ్యాలను వినియోగించి అనువర్తింపచేస్తాం.
- విడివిడి అణువుల స్థూల ధర్మాలకు మరియు సూక్ష్మ ధర్మాలకు గల సంబంధాలను సమన్వయ పరుస్తుంది.
- ప్రమాణ వైశాల్యం గల పాత్ర గోడల పై కలుగజేసే సరాసరి అభిఘాతాలను వాయు పీడనం అంటారు.
- అణువు యొక్క చలన సిద్ధాంతం దాని యొక్క పరమ ఉష్ణోగ్రత 'T' పై ఆధారపడుతుంది. కాని ద్రవ్యరాశి పై ఆధారపడదు.
- పరమ శూన్య ఉష్ణోగ్రత వద్ద వాయువు యొక్క గతిశక్తి శూన్యం మరియు అణువుల చలనం అదృశ్యం అవుతుంది.
- చలన సిద్ధాంతం అనుసరించి వాయు నియమాలను ఉత్పాదించవచ్చు. ఇది చలన సిద్ధాంతానికి అనుకూలంగా తొలి సాక్ష్యంగా నిలుస్తుంది.
- పీడనం లేదా ఘనపరిమాణాలను స్థిరంగా ఉంచి ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి గల వాయువు యొక్క ఉష్ణోగ్రతను $1°C$ పెంచడానికి కావలసిన ఉష్ణరాశులు వేరువేరుగా ఉంటాయి. కనుక వాయువుకు రెండు రకాలైన విశిష్టోష్ణములు ఉంటాయి.

  i) స్థిర ఘనపరిమాణము వద్ద విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం (c_V)

  ii) స్థిర పీడనం వద్ద విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యం (c_p) ఇది $c_p - c_v = R$ గా ఉంటాయి.

  మరియు $c_p - c_v = \dfrac{R}{J}$

- ఉష్ణగతిక వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం గతిశక్తి శక్తిసమవిభాజక సూత్రం ప్రకారం అన్ని స్వేచ్ఛా పరిమితులకు సమానంగా పంపిణి అవుతుంది. మరియు ప్రతిస్వేచ్ఛా పరిమితికి ఇది $\frac{1}{2}kT$ ఉంటుంది.

- అణువుల మొత్తం శక్తులు (i) ఏక పరపమాణు వాయువు యొక్క మొత్తం శక్తి $=\frac{3}{2}kT$

  (ii) ద్వి పరమాణు వాయువు యొక్క మొత్తం శక్తి $= \frac{5}{2}kT$

  (iii) త్రి పరమాణు వాయువు యొక్క మొత్తం శక్తి = 3 kT.

ముగింపు అభ్యాసం

1. రెండు ఆదర్శ వాయువులను పోల్చడానికి మనం బాయిల్ నియమాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?
2. పరమ శూన్య ఉష్ణోగ్రత వద్ద ఒక పదార్థ అణువుల యొక్క వేగము మరియు గతిశక్తులు ఎంత?
3. ఒక వాయువు యొక్క పరమ ఉష్ణోగ్రతను నాలుగు రెట్లు పెంచినప్పుడు దాని గతిశక్తి, వేగవర్గ మధ్యమం యొక్క మూలం మరియు పీడనాలు ఎలా మారతాయి.
4. హైడ్రోజన్ మరియు ఆక్సిజన్ వాయు మిశ్రమంలో ప్రతి అణువుకు ఒకే గతిశక్తి ఉండవలెనన్న వాటి అణువుల సరాసరి వేగాల నిష్పత్తి ఎంత? (హైడ్రోజన్ అణు ద్రవ్యరాశి = 2, ఆక్సిజన్ అణు ద్రవ్యరాశి = 32)
5. మూడు అణువుల యొక్క వేగాలు వరుసగా 0.5, 1 మరియు 2 కిమీసె$^{-1}$ అయితే వాటి వేగవర్గ మధ్యమాలకు మరియు సరాసరి వేగాలకు గల నిష్పత్తి లెక్కించండి.
6. ఒక వాయు అణువుల యొక్క వేగవర్గ మధ్యమ మూలం అనగానేమో వివరించండి. వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంత భావనను ఉపయోగించి వాయువు యొక్క పీడనం మరియు సాంద్రతల పరంగా అణువులు వేగవర్గ మధ్యమ మూలానికి సమీకరణం ఉత్పాదించండి.
7. (i) 25°C వద్ద నియాన్ అణువు యొక్క సరాసరి రేఖీయ గతిశక్తిని లెక్కించండి.

   (ii) ఏ ఉష్ణోగ్రత వద్ద సరాసరి శక్తిపై విలువలో సగానికి తగ్గుతుంది?
8. 50 సెంమీ^{3} ఘనపరిమాణం గల పాత్రలో 1.0 పాస్కల్ పీడనం మరియు 27°C ఉష్ణోగ్రత వద్ద హైడ్రోజన్ వాయువు గలదు. (a) పాత్రలోని వాయు అణువుల సంఖ్యను కనుగొనండి? (b) వాయు అణువుల వేగ వర్గ మధ్యమ మూలాన్ని లెక్కించండి?

   ($R = 8.3\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$, $N = 6 \times 10^{23}\ mol^{-1}$. ఒక మోల్ హైడ్రోజన్ వాయువు అణువు యొక్క ద్రవ్యరాశి $= 20 \times 10^{-3}$ kg mol^{-1}).

9. మూసి ఉన్న ఒక పాత్రలో 50 K. ఉష్ణోగ్రత మరియు 20.0 మిమీ పాదరస పీడనం వద్ద హైడ్రోజన్ వాయువు గలదు. (a) ఏ ఉష్ణోగ్రత వద్ద అది 180 మి.మీ. పాదరస పీడనాన్ని కలుగజేస్తుంది? (b) 10.0 K వద్ద హైడ్రోన్ అణువుల యొక్క వేగ వర్గ మధ్యమ మూలం 800 మీ.సె$^{-1}$ అయితే ప్రస్తుత కొత్త ఉష్ణోగ్రత వద్ద వాటి వేగవర్గ మధ్యమమూలం ఎంత?

10. వాయువు అణుచలన సిద్ధాంతం యొక్క ఊహనలు నిర్వచించండి.

11. వాయు పీడనానికి సమీకరణం కనుగొనండి.

12. వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం నుండి బాయిల్ మరియు చార్లెస్ నియమాలను ఉత్పాదించండి.

13. వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం ప్రకారం ఉష్ణోగ్రత యొక్క వివరణ ఏమిటి?

14. అవగాడ్రో నియమం అంటే ఏమిటి? దానిని వాయువుల అణుచలన సిద్ధాంతం నుండి ఎలా ఉత్పాదిస్తారు?

15. 0°C మరియు 100°C వద్ద హైడ్రోజన్ అణువుల యొక్క వేగవర్గ మధ్యమ మూలాన్ని గణించండి. (760 మిమీ పాదరస పీడనం మరియు 0°C ల వద్ద హైడ్రోజన్ యొక్క సాంద్రత = 0.09 కి.గ్రా.మీ$^{-3}$)

16. హైడ్రోజన్ వాయువు మిమీ పాదరస స్థంభంలో కలగచేయు పీడనాన్ని గణించండి. మీ^{3} కు గల అణువుల సంఖ్య 6.8×10^{24} మరియు అణువుల వేగవర్గ మధ్యమమూలం 1.90×10 మీ.సె$^{-1}$, అవగాడ్రో సంఖ్య 6.02×10^{23}, హైడ్రోజన్ అణుభారం = 2.02.

17. వాయువు స్థిర పీడన విశిష్టోష్ణాన్ని నిర్వచించండి. c_p మరియు c_V ల మధ్య సంబంధాన్ని రాబట్టండి.

18. వాయువు స్థిర ఘనపరిమాణ విశిష్టోష్ణాన్ని నిర్వచించండి. త్రిపరమాణు వాయువుకు $c_V = 3R$ అని చూపండి.

19. ఆర్గాన్ వాయువుకు c_p మరియు c_V లను లెక్కించండి. $R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1} గా తీసుకోండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

13.1

1. (i) ద్రవ అణువుల మధ్య గల సంసంజన బలాలతో పోల్చిన వాయు అణువుల మధ్య సంసంజన బలాలు చాలా బలహీనంగా ఉంటాయి.

   (ii) ఘన పదార్థాలలో అణువుల చాలా దగ్గరగా బంధింపబడి ఉంటాయి. ఇందలి అణువులు ధృడంగా బంధించబడి ఉంటాయి. కాబట్టి అవి క్రమమయిన అణు నిర్మాణాన్ని కలిగి ఉంటాయి.

2. వాయు అణువుల చలన సిద్ధాంతాన్ని పాటించే వాయువును ఆదర్శ వాయువు అంటారు.

3. $P = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2}$

13.2

1. సరాసరి వడి $\bar{c} = \frac{500+600+700+800+900}{5} = \frac{3500}{5} = 700\,\text{m/s}$

$\overline{c^2}$ యొక్క సగటు విలువ $= \frac{500^2+600^2+700^2+800^2+900^2}{5} = 510000\,\text{m}^2/\text{s}^2$

$c_{rms} = \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{510000} = 714\,\text{m/s}$

c_{rms} మరియు $\bar{c}$ లు సమానం కాదు.

2. వాయు మిశ్రమం యొక్క ఫలిత పీడనం, వాయువులు 1 మరియు 2 లు పాత్రలో విడివిడిగా ఆక్రమించినపుడు కలుగజేయు పీడనాల మొత్తానికి సమానం అనగా $P = P_1 + P_2$.

3. ఉష్ణోగ్రత స్థిరంగా ఉన్నప్పుడు బాయిల్ నియమం చెల్లుబడి అవుతుంది. ఇచ్చిన సందర్భంలో అదనపు గాలిని చేర్చి ఉష్ణోగ్రతను మార్చడం వలన అది ఏకకాలంతో పీడనం మరియు ఘనపరిమాణాన్ని ప్రభావితం చేస్తుంది. కాబట్టి బాయిల్ నియమం వర్తించదు.

13.3

1. ప్రతి స్వేచ్ఛా పరిమితిలోను, శక్తి $= \frac{1}{2}kT$

$\therefore$ నైట్రోజన్ వాయువుకు 5 స్వేచ్ఛా పరిమితులు ఉంటాయి. కనుక మొత్తం శక్తి $= \frac{5}{2}kT$

2. ద్విపరమాణు అణువుకు, $c_V = \frac{5}{2}R$

$$c_v = \frac{5}{2} \times 8.3 = 20.75\,\text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$c_p = c_v + R = 20.75 + 8.3 = 29.05\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1}$$

3. వాయువులు స్థిర ఘనపరిమాణం (C_v) వద్ద మరియు స్థిర పీడనం (C_p) వద్ద ఉష్ణాన్ని శోషించుకోగలవు మరియు వదిలివేయగలవు. కావున వాయువులకు రెండు రకాల విశిష్ట ఉష్ణధారణ సామర్థ్యాలు ఉంటాయి.

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

2. శూన్యం

3. 4 రెట్లు, రెట్టింపు, 4 రెట్లు అవుతుంది.

4. 4 : 1

5. 2

7. 6.18×10^{-21} ms^{-1}, $-124°C$

8. (a) 12×10^{20} (b) 7.9×10^{11} ms^{-1}

9. (a) 2634°C (b) 2560 ms^{-1}

15. 1800 ms^{-1}, 2088 ms^{-1}

16. 3.97×10^{3} Nm^{-2}

19. 12.45 J mol^{-1} K^{-1}, 20.75 J mol^{-1} K^{-1}.

14

ధ్వని తరంగాలు

పరిచయం

మనం తరుచుగా మనుషులు మాట్లాడినప్పుడు గాని, సంగీతం విన్నప్పుడుగాని సంగీత వాయిద్యాలను వాయించినప్పుడుగాని ధ్వనిని వింటాం. కాని మీరెప్పుడైనా ధ్వని అంటే ఏమిటి? ఆది ఎలా ఉద్భవించినది (మూలం ఏమిటి?) అని ఆలోచించారా? ఈ ప్రశ్నలన్నింటికి సమాధానాలు ప్రస్తుత పాఠ్యాంశంలో తెలుసుకుందాం.

లక్ష్యాలు

ఈ పాఠ్యాంశం చదవడం వల్ల మీరు ఈ క్రింది విషయాలు తెలుసుకుంటారు.

- తరంగాలను వేరుచేసి చూడటం మరియు తిర్యక్, అనుదైర్ఘ్య తరంగాల మధ్య తేడాలను గుర్తించడం.
- స్థిర మరియు పురోగామి తరంగాలను నిర్వచిస్తారు.
- తరంగాల ఆధ్యారోపణం మరియు పరావర్తనంను వివరించడం.
- మూసిన మరియు తెరచిన ఆర్గాన్ గొట్టాలలో కంపనరీతులను వివరించడం.
- విస్పందన దృగ్విషయాన్ని వివరించడం.
- డాప్లర్ ప్రభావాన్ని వివరించి వివిధ సందర్భాలకు సమీకరణాలు రాయడం.

14.1 తరంగాల ప్రాథమిక భావన

తరంగాలు అనేవి భౌతిక శాస్త్రంలో ఒక ప్రాథమిక భావన. ఇది వివిధ ద్విగ్విషయాలను అవగాహన చేసుకోవటంలో అత్యంత ఆవశ్యకమైనది. యానకంలో లేదా అంతరాళంలో ఒకచోటు నుండి మరొక చోటకు ప్రయాణించే ఆలజడినే తరంగాలు అంటారు. ఇది యానకానికి నికర స్థానభ్రంశాన్ని కలుగజేయకుండా శక్తిని ఒకచోటు నుండి మరొక చోటుకు మోసుకెళ్తాయి. సరళంగా చెప్పాలంటే తరంగాలు శక్తిని బదిలీ చేస్తాయి.

తరంగాల ముఖ్య లక్షణాలు

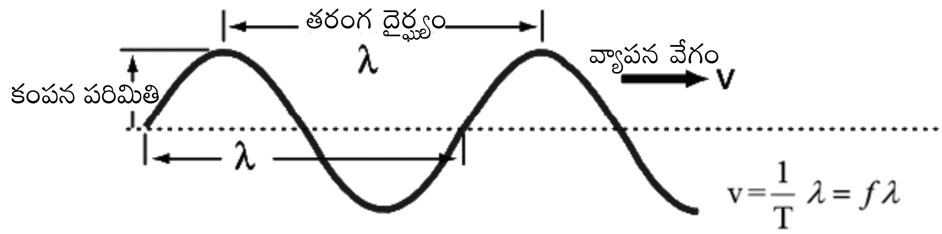
1. **కంపన పరిమతి :** సమతాస్థితి స్థానం నుండి ఒక తరంగం పొందే గరిష్ఠ స్థానభ్రంశమే కంపన పరిమితి. నీటితరంగాల వలె, తిర్యక్ తరంగం విషయంలో శృంగం యొక్క ఎత్తు లేదా ద్రోణి యొక్క లోతును కంపన పరిమితిగా చెప్పవచ్చు. ధ్వని తరంగాల వలె అనుదైర్ఘ్య తరంగాల విషయంలో యానకం పొందే గరిష్ఠ సంపీడనం లేదా విరళీకరణం కంపన పరిమితికి సమానం.

2. **తరంగ దైర్ఘ్యం :** తరంగంలో ఒకే దశలో ఉన్న రెండు వరుస కంపనాల మధ్య దూరం (ఉదా: రెండు వరుస శృంగాలు లేదా వరుస ద్రోణులు). తరుచుగా దీనిని (λ) (లాంబ్డా) అనే గ్రీకు అక్షరంతో సూచిస్తారు.

3. **పౌనఃపున్యం :** ఒక సెకనులో సంభవించే తరంగం యొక్క పూర్తి డోలనాల లేదా కంపనాల సంఖ్యను పౌనఃపున్యం అంటారు. దీని హెర్ట్జలలో (Hz) కొలుస్తారు. ఒక సెకనుకు ఒక కంపనం జరిగితే 1 Hz కు సమానం.

4. **ఆవర్తన కాలం :** తరంగం ఒక పూర్తి డోలనం లేదా కంపనం పూర్తిచేయడానికి పట్టు కాలం. ఇది పౌనఃపున్యానికి విలోమం ($T = 1/f$).

5. **వేగం లేదా వడి :** యానకంలో తరంగం ప్రయాణించే రేటు. తరంగదైర్ఘ్యం మరియు పౌనఃపున్యాల లబ్ధం వేగాన్ని ఇస్తుంది. ($v = \lambda f$).



పటం 14.1 తరంగం

14.2 తరంగాలు - రకాలు

14.2.1 యాంత్రిక తరంగాలు

యాంత్రిక తరంగాలు ప్రయాణించుటకు యానకం అవసరం. యానకంలో అలజడి కలిగినప్పుడు తరంగం, శక్తిని మోసుకెళ్తూ దాని గుండా ప్రయాణిస్తుంది. యాంత్రిక తరంగాలను రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు.

(a) **తిర్యక్ తరంగాలు :** తిర్యక్ తరంగాలలో యానకంలోని కణాలు తరంగ వ్యాపనదిశకు లంబంగా కంపిస్తాయి. ఉదా: నీటితరంగాలు, విద్యుదయస్కాంత తరంగాలు

(b) **అనుదైర్ఘ్య తరంగాలు :** అనుదైర్ఘ్య తరంగాలలో యానకంలోని కణాలు తరంగ వ్యాపనదిశకు సమాంతరంగా కంపిస్తాయి. ఉదాహరణకు గాలిలో లేదా ఏదైనా ఇతర పదార్థ యానకంలో ప్రయాణించే ధ్వని తరంగం.

14.2.2 విద్యుదయస్కాంత తరంగాలు

శూన్యంలో మరియు వివిధ పదార్థాల గుండా ప్రయాణించగలిగే ఒక ప్రత్యేక రకమైన తిర్యక్ తరంగాలే విద్యుదయస్కాంత తరంగాలు. ఇవి కంపించే లేదా డోలనం చెందే విద్యుత్ మరియు అయస్కాంత క్షేత్రాలచే ఉత్పత్తి చేయబడతాయి. విద్యుదయస్కాంత తరంగాలకు ఉదాహరణలు రేడియో తరంగాలు, మైక్రో తరంగాలు, పరారుణ తరంగాలు, దృశ్యకాంతి, అతినీలలోహిత తరంగాలు, X-కిరణాలు మరియు గామా కిరణాలు.

14.2.3 ఉపరితల తరంగాలు

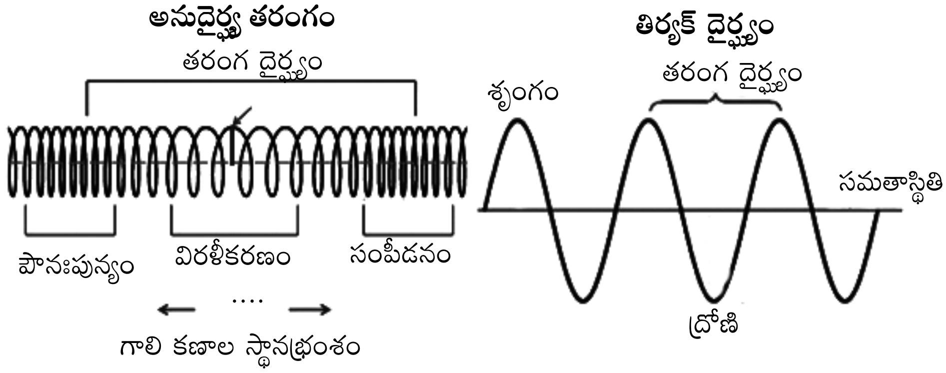
నీరు మరియు గాలి వంటి రెండు వేర్వేరు యానకాల మధ్యగల సరిహద్దు తలం వద్ద ఏర్పడే తిర్యక్ మరియు అనుదైర్ఘ్య తరంగాల కలయికను ఉపరితల తరంగాలు అంటారు. అవి సరిహద్దు వెంబడి ప్రయాణిస్తూ క్షితిజ సమాంతర మరియు క్షితిజ లంబ చలనాలను కలిగి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు సముద్ర తరంగాలు మరియు సిస్మిక్ తరంగాలు (భూకంపాలు).

14.2.4 స్థిరతరంగాలు

ఒకే రకమైన తరంగాలు వ్యతిరేక దిశలో ప్రయాణిస్తూ అధ్యారోపణం చెందినప్పుడు స్థిరతరంగాలు ఏర్పడతాయి. స్థిరతరంగంలో కొన్ని శూన్యస్థానభ్రంశం గల అస్పందన బిందువులు మరియు గరిష్ఠ స్థానభ్రంశం గల ప్రస్పందన బిందువులు అనబడే ప్రత్యేక బిందువులు ఏర్పడుతాయి. – ఇవి స్థిరంగా ఉంటాయి. ప్రయాణిస్తున్న తరంగం వలె అంతరాళంలో వ్యాపనం చెందవు. ఇవి భౌతికశాస్త్రంలో ఎదురయ్యే ప్రాథమిక తరంగ రకాలు. ప్రతి ఒక తరంగం దాని ప్రత్యేక లక్షణాలు మరియు ధర్మాలను కలిగి ఉంటుంది. – వివిధ శాస్త్రీయ మరియు సాంకేతిక అనువర్తనాలలో కీలక పాత్ర పోషిస్తాయి.

14.2.5 తిర్యక్ మరియు అనుదైర్ఘ్య తరంగాల మధ్య తేడాలు

తిర్యక్ మరియు అనుదైర్ఘ్య తరంగాల మధ్య ముఖ్యమైన తేడా కణాల కంపన దిశపై ఆధారపడుతుంది. తిర్యక్ తరంగాలకు కణాల కంపనదిశ తరంగ వ్యాపన దిశకు లంబంగా ఉంటే, అనుదైర్ఘ్య తరంగాలకు కణాల కంపన దిశ తరంగ వ్యాపన దిశకు సమాంతరంగా ఉంటాయి. తిర్యక్ తరంగాలు శృంగాలు మరియు ద్రోణులచేత వ్యక్తీకరించబడుతూ తరంగ నమూనాను కలిగి ఉంటుంది. మరోవైపు అనుదైర్ఘ్య తరంగాలు దగ్గరగా మరియు దూరంగా ఉన్న ప్రాంతాలను కలిగి ఉన్న సంపీడనాలు మరియు విరళీకరణాల చేత వ్యక్తీకరించబడుతుంది.



పటం 14.2 : తిర్యక్ మరియు అనుదైర్ఘ్య తరంగాలు

14.3 పురోగామి తరంగం

యానకంలో తరంగం ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు, యానకంలోని వైయక్తిక కణాలు ఎలా కంపనాలు చేస్తాయో అనే విషయాన్ని పురోగామి తరంగం స్థానభ్రంశ సంబంధం వర్ణిస్తుంది. కణం యొక్క స్థానాన్ని దాని కంపన సమయంచేత జతపరిచే గణితాత్మక సమాసమే, స్థానభ్రంశం సంబంధం.

x-అక్షం వెంబడి ప్రయాణించే ఏకమితీయ పురోగామి తరంగాన్ని తీసుకుందాం. పురోగామి తరంగ స్థానభ్రంశానికి సంబంధించిన సమీకరణాన్ని ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

$$y\,(x, t) = A \sin\,(kx + \omega t + \phi) \qquad (14.1)$$

ఇక్కడ $y\,(x, t)$, స్థానం x, కాలం t వద్ద యానకంలో కణం యొక్క స్థానభ్రంశం, A తరంగ కంపన పరిమితి, ఇది సమతాస్థితి స్థానం నుండి కణాల గరిష్ఠ స్థానభ్రంశాన్ని సూచిస్తుంది. k అనేది తరంగ సంఖ్య. ఇది తరంగదైర్ఘ్యంతో $k = \lambda/2\pi$ అనే సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటుంది. x అనేది x-అక్షం దిశలో కణం యొక్క స్థానం. ω తరంగం కోణీయ పౌనఃపున్యం ఇది పౌనఃపున్యం (f) తో $\omega = 2\,\pi f$ అదే సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటుంది. t అనేది స్థానభ్రంశాన్ని కొలిచిన సమయం. ϕ దశాస్థిరాంకం (లేదా) దశా కోణం, ఇది. $x = 0$ మరియు $t = 0$ వద్ద తొలిదశను సూచిస్తుంది.

స్థానభ్రంశ సమీకరణం తరంగ ఆకారాన్ని మరియు యానకం గుండా తరంగం ఎలా వ్యాపిస్తుందో వర్ణిస్తుంది. కాలం గడిచే కొద్దీ, వేర్వేరు x స్థానాల వద్ద ఉన్న ప్రతికణం ఒకే పౌన:పున్యం ω తో హారాత్మక డోలనాలను చేస్తుంది. కాని వేర్వేరు kx మరియు ϕ లతో నిర్ధారించబడిన దశాకోణంతో డోలనాలు చేస్తుంది. సంక్షిప్తంగా, పురోగామి తరంగ స్థానభ్రంశ అనేది సైనుసోయిడల్ (హరాత్మక) ప్రమేయం. ఇది యానకంలో తరంగం ప్రసారం చెందుతున్నప్పుడు కణాలు ఎలా కంపనాలు చేస్తాయో తెలియజేస్తుంది. ఈ ప్రయేయం తరంగ కంపన పరిమితి, తరంగ సంఖ్య, కోణీయ పౌనఃపున్యం మరియు దశాస్థిరాంకములపై ఆధారపడుతుంది.

14.3.1 ప్రయాణిస్తున్న తరంగ వేగం

ప్రయాణిస్తున్న తరంగ వేగం అది వ్యాపనం చెందుతున్న యానకంపై ఆధారపడుతుంది. ఒక యానకంలో తరంగ వేగానికి (వడికి) సాధారణ సూత్రం

$$v = \frac{1}{T}\lambda$$

ఇక్కడ v తరంగ వేగం, λ తరంగ తరంగ దైర్ఘ్యం, T తరంగ ఆవర్తన కాలం

మరొక రకంగా తరంగ వేగాన్ని $v = f\,.\,\lambda$ తో కూడా వ్యక్తపరుస్తారు.

ఇక్కడ f తరంగ పౌనఃపున్యం

ధ్వని తరంగ వేగం అది ప్రయాణించే యానకంపై ఆధారపడుతుంది. సాధారణంగా, ధ్వని వేగం, యానకం స్థితిస్థాపకత మరియు సాంద్రతల చేత నిర్ధారించబడుతుంది. వాయువులలో ధ్వనివేగం, వాయువు ఉష్ణోగ్రతపై ఆధారపడుతుంది. మరోవైపు ద్రవాలు మరియు ఘన పదార్థాలలో ధ్వనివేగం ప్రాథమికంగా స్థితిస్థాపక ధర్మాలపై ఆధారపడుతుంది.

ఒక యానకంలో ధ్వనివేగానికి సూత్రం

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$ తో సూచించబడుతుంది.

ఇక్కడ v యానకంలో ధ్వనివేగం, E యానకం యొక్క స్థితిస్థాపక గుణకం (యంగ్ గుణకం) E యానకం స్థితిస్థాపకతను కొలుస్తుంది. ρ యానకం సాంద్రత.

గది ఉష్ణోగ్రత వద్ద (20° సెల్సియన్ లేదా 68° ఫారన్‌హీట్) గాలిలో ధ్వనివేగం సుమారుగా సెకన్‌కు 343 మీటర్లు. దీని విలువ వాయువు స్వభావాన్ని బట్టి మరియు దాని ఉష్ణోగ్రతను బట్టి స్వల్పంగా మారవచ్చు.

ద్రవాలలో, ధ్వనివేగం వాయువులో ధ్వనివేగం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది మరియు ద్రవాల ధర్మాన్ని బట్టి ధ్వనివేగం విలువ మారుతుంది. ఉదాహరణకి గది ఉష్ణోగ్రత వద్ద నీటిలో ధ్వనివేగం సుమారు సెకన్‌కు 1482 మీటర్లు.

ఘనపదార్థాలలో ధ్వనివేగం, వాయువులు మరియు ద్రవాల కంటే చాలా అధికంగా ఉంటుంది. పదార్థం యొక్క రకము మరియు సాంద్రతను బట్టి ధ్వనివేగం విలువ సెకనుకు కొన్ని వేల మీటర్ల నుండి పదివేల మీటర్ల వరకు ఉంటుంది.

పై విలువలన్నీ అంచనాలు మాత్రమే. యానకం యొక్క ప్రత్యేక ధర్మాలైన ఉష్ణోగ్రత మరియు పీడనాలపై ఆధారపడి ధ్వని వేగం విలువ మారవచ్చు.

14.3.2 తరంగాల అధ్యారోపణం

తరంగాల అధ్యారోహణ సూత్రం ప్రకారం ఒక యానకంలో రెండు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ తరంగాలు ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు, ఏదైనా బిందువు, కాలం వద్ద వాటి స్థానభ్రంశాలు బీజీయంగా కలిసి కొత్త తరంగం ఉత్పత్తి అవుతుంది. ఒకదానితో ఒకటి గాని లేదా అవి ప్రయాణించే యానకంతోగాని చర్యనొందని రేఖీయ తరంగాలకు ఈ సూత్రం వర్తిస్తుంది.

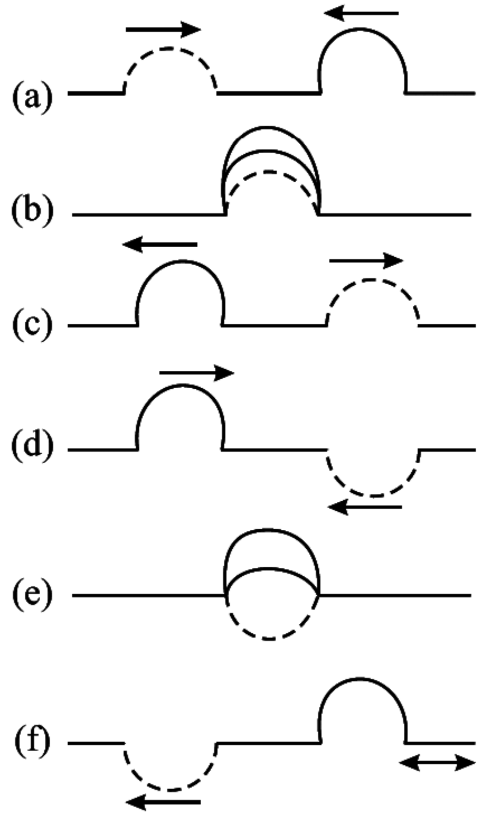
ఒక స్లింకీపై (లోహపు తీగతో చేసిన పొడవైన స్ప్రింగ్) రెండు తరంగ స్పందనలు వ్యతిరేఖదిశలో ప్రయాణిస్తున్నాయని అనుకుందాం అవి రెండు కలిస్తే ఏమవుతుంది. అవి ఒకదానినొకటి ఢీకుంటాయా? ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానాలకు ఈ క్రింది కృత్యాన్ని మనం చేద్దాం.

కృత్యం 14.1

పటం 14.3 లో చూపినట్లుగా సాగదీసిన స్లింకీపై (లోహపు తీగతో చేసిన పొడవైన స్ప్రింగ్) వేర్వేరు కంపన పరిమితులు గల రెండు తరంగ శృంగాలను జనింపచేసి జాగ్రత్తగా గమనించండి. ఆ రెండు శృంగాలు వ్యతిరేక దిశలో కదులుతాయి. పటం 14.3 (b) లో చూపినట్లుగా మార్గ మధ్యలో అవి కలుసుకొని ఒకదానిపై ఒకటి అతిపాతం చెందుతాయి. తర్వాత విడిపోతాయి. తర్వాత అవి ఇంతకు ముందులాగే అదేదిశలో చలనాన్ని కొనసాగిస్తాయి. ఇంకా, వాటి ఆకారంలో కూడా ఎటువంటి మార్పు ఉండదు పటం 14.3 (c).

ఇప్పుడు పటం 14.3 (d) లో చూపినట్లుగా స్లింకీపై ఒక శృంగం మరియు ఒక ద్రోణిని ఉత్పత్తి చేయండి. అవి రెండు వ్యతిరేక దిశలో కదులుతాయి. పటం 14.3 (e) లో చూపినట్లుగా అతిపాతం చెంది మళ్ళీ విడిపోతాయి. ప్రతి ఒకటి ఇంతకు ముందులాగే అదేదిశలోచలనాన్ని కొనసాగిస్తాయి మరియు అదే మునపటి ఆకారాన్ని కలిగి ఉంటాయి. ప్రయోగాన్ని మళ్ళీ పునరావృతం చేస్తూ పటం 14.3(b) మరియు 14.3(e) లలో చూపినట్లుగా ఆ రెండు తరంగ స్పందనలు అతిపాతం చెందే బిందువు వద్ద ఏమిజరుగుతుందో జాగ్రత్తగా గమనించండి.

రెండు శృంగాలు అతిపాతం చెందినప్పుడు ఫలిత తరంగ స్పందన అధికంగా (గరిష్ఠంగా) మరియు శృంగము, ద్రోణితో అతిపాతం చెందినప్పుడు ఫలిత తరంగ స్పందన శృంగం వైపు ఉండటము మరియు తక్కువగా ఉండటాన్ని మీరు గమనిస్తారు. దీనిని మనం ఈ క్రింది విధంగా క్రోడీకరించవచ్చు. రెండు తరంగ స్పందనలు అతిపాతం చెందే బిందువువద్ద ఫలిత స్థానభ్రంశం, రెండు తరంగ స్పందనల వల్ల స్థానభ్రంశాల సదిశా మొత్తానికి సమానం. "దీనినే అధ్యారోపణ సూత్రం అంటారు".



పటం 14.3 : తరంగాలు అధ్యారోపణం చెందడం

ఈ కృత్యం కేవలం తరంగాల అధ్యారోపణ సూత్రాన్ని వివరించడం మాత్రమే కాకుండా రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ తరంగాలు ఒకే అంతరాళంలో వేటికవే స్వతంత్రంగా ప్రసారమవుతాయని చూపుతుంది. తరంగాల ఈ ప్రత్యేక ధర్మమే మనల్ని వివిధ రేడియోస్టేషన్లు ఉన్నప్పటికీ అంతరాళంలో ఒక ప్రత్యేక రేడియోస్టేషన్‌ను శృతి చేసుకోవడానికి అవకాశం కల్పిస్తుంది.

ఈ సూత్రాన్ని ఉపయోగించుకుని తరంగాల వ్యతికరణం, విస్పందనాల ఏర్పాటు (ఉత్పత్తి), స్థావర లేదా స్థిరతంరగాలు వంటి దృగ్విషయాలను వివరించగలుగుతాము. అధ్యారోపణ సూత్రమును వివరించుటకు క్రింది రెండు సరళమైన గణితాత్మక ఉదాహరణలు తీసుకుందాం.

ఉదాహరణ 14.1

ఒకే పౌనఃపున్యం మరియు తరంగ దైర్ఘ్యం గల రెండు తరంగాల అధ్యారోపణం

ఈ కింది సమీకరణాల చేత వర్ణింపబడిన రెండు తరంగాలను తీసుకుందాం.

తరంగం 1 : $y_1(x,t) = A.\sin(kx - \omega t)$

తరంగం 2 : $y_2(x,t) = A.\sin(kx - \omega t + \phi)$

ఇక్కడ

- A రెండు తరంగాల కంపన పరిమితి
- k తరంగ సంఖ్య (తరంగ దైర్ఘ్యంతో $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటుంది.)
- ω కోణీయ పౌనఃపున్యం (పౌనఃపున్యంతో $\omega = 2\pi f$ సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటుంది).

- ϕ రెండు తరంగాల మధ్య దశాబేధం

అధ్యారోపణం వల్ల పొందే ఫలిత తరంగం

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

$$y(x,t) = A.\sin(kx - \omega t) + A.\sin(kx - \omega t + \phi)$$

త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులను (మొత్తం - లబ్ధం సూత్రం) ఉపయోగించి, ఈ సమీకరణాన్ని క్రింది విధంగా సూక్ష్మీకరించవచ్చు.

$$y(x,t) = 2A.\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) . \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

ఇది ఒకే పౌనఃపున్యం మరియు ఒకే కంపన పరిమితి గల రెండు తరంగాలు ఒక దానితో ఒకటి అధ్యారోపణం చెంది, వృద్ధి చెందిన కంపన పరిమితి గల కొత్త ఫలిత తరంగాన్ని ఏర్పరిచే నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణాన్ని వర్ణిస్తుంది.

ఉదాహరణ 14.2

వేర్వేరు పౌనఃపున్యం మరియు కంపన పరిమితులు గల రెండు తరంగాల అధ్యారోపణం.

వేర్వేరు పౌనఃపున్యం మరియు కంపన పరిమితులు గల రెండు తరంగాలను తీసుకుందాం.

తరంగం 1 : $y_1(x,t) = A_1.\sin(k_1x - \omega_1 t)$

తరంగం 2 : $y_2(x,t) = A_2.\sin(k_2x - \omega_2 t)$

ఇక్కడ

- A_1 మరియు A_2లు రెండు తరంగాల కంపన పరిమితులు
- k_1 మరియు k_2లు రెండు తరంగాల తరంగ సంఖ్యలు (వాటి వాటి తరంగ దైర్ఘ్యాలకు సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటాయి).
- ω_1 మరియు ω_2 లు రెండు తరంగాల కోణీయ పౌన:పున్యాలు (వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో సంబంధాన్ని కలిగి ఉంటాయి).

అధ్యారోపణం వల్ల ఏర్పడిన ఫలిత తరంగం

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

$$y(x,t) = A_1.\sin(k_1x - \omega_1 t) + A_2.\sin(k_2x - \omega_2 t)$$

ఈ ఉదాహరణకు తక్షణ సూక్ష్మీకరణ లేదు కాని రెండు వేర్వేరు పౌనఃపున్యాలు మరియు కంపన పరిమితులు గల తరంగాల అధ్యారోపణం, ఆ రెండు తరంగాల అభిలక్షణాలను కలుపుకొని ఉండే ఒక సంక్లిష్టమైన తరంగ నమూనాను ఉత్పత్తి చేస్తుంది (లేదా తయారుచేస్తుంది).

ఈ ఉదాహరణలు, తరంగాలు ఒకదానితో ఒకటి చర్యనొంది ధ్వని మరియు కాంతి తరంగాల విషయంలో ఏర్పడే వ్యతికరణ నమూనాను ఏర్పరిచే తరంగాల ప్రవర్తనను అవగాహన చేసుకోవటంలోను మరియు విశ్లేషించటంలోను, అధ్యారోపణ సూత్రం ఏవిధంగా ఉపయోగపడుతుందో తెలియజేస్తాయి.

14.4 యాంత్రిక తరంగాల -పరావర్తనం

రెండు వేర్వేరు యానకాల మధ్య గల సరిహద్దును తాకినప్పుడు ఒక తరంగం తిరిగి మళ్ళీ అదే యానకంలోకి ప్రయాణించే దృగ్విషయాన్ని తరంగాల పరావర్తనం అంటారు. ఒక తరంగం పరావర్తనం చెందినప్పుడు దాని దిశ మారతుతుంది కాని దాని అభిలక్షణాలైన పౌనఃపున్యం తరంగ దైర్ఘ్యం, కంపన పరిమితి మారవు.

తరంగ రకాన్ని బట్టి మరియు యానకం ధర్మాలపై ఆధాపడి తరంగాల పరావర్తనం కొన్ని ప్రత్యేక నియమాలను పాటిస్తుంది. తరంగాల పరావర్తనానికి సంబంధించి కొన్ని (విషయాలు) అంశాలను కింద చూడవచ్చు.

14.4.1 యాంత్రిక తరంగాల - పరావర్తనం

యాంత్రిక తరంగాలైన నీటి తరంగాలు లేదా ధ్వని తరంగాలు పరావర్తన తలాన్ని తాకినప్పుడు వెనకకు మరలుతాయి.

పతన కోణం (పతన తరంగానికి, పరావర్తన తలం లంబానికి మధ్యగల కోణం)

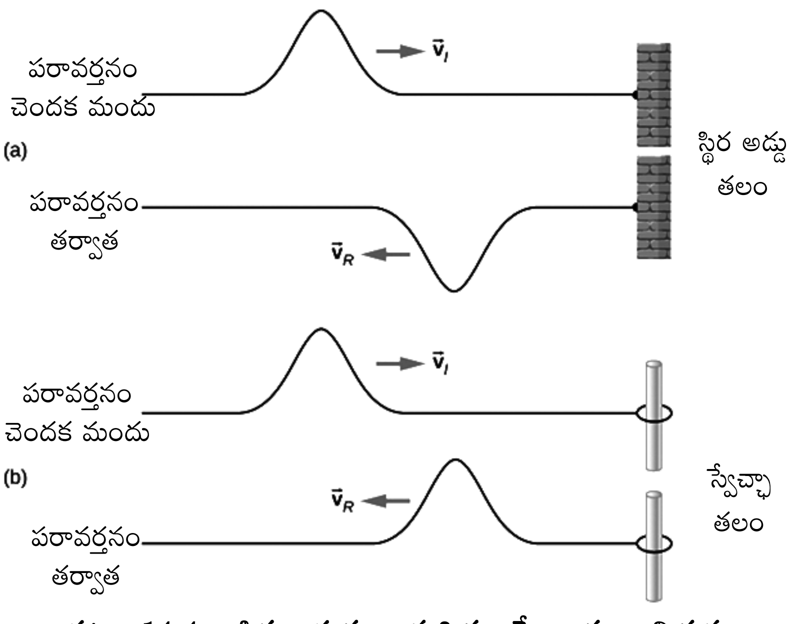
పరావర్తన కోణానికి (పరావర్తన తరంగానికి, పరావర్తన తలం లంబానికి మధ్యగల కోణం) సమానం.

ఈ దృగ్విషయం పరావర్తన నియమాలను పాటిస్తుంది. పతనకోణం (θ_i)

పరావర్తన కోణం (θ_r) కు సమానమని, అవి $\theta_i = \theta_r$ అవుతాయని పరావర్తన నియమం నిర్వచిస్తుంది.

14.4.1.1 తరంగాల పరావర్తనం - వివిధ సందర్భాలు

యానకంలో ప్రయాణించే తరంగం. యానకం సరిహద్దును తాకినప్పుడు పరావర్తనం చెందు తుంది. సరిహద్దును తాకేముందు తరంగాన్ని పతన తరంగమని, సరిహద్దు తాకిన తర్వాత తరంగాన్ని పరావర్తన తరంగమని అంటారు. సరిహద్దు వద్ద తరంగం ఏవిధంగా పరావర్తనం చెందుతుంది అనేది సరిహద్దు నియమాలపై ఆధార పడుతుంది. పటం 14.4 లో చూపినట్లుగా తరంగాలు సరిహద్దు స్వభావంపై

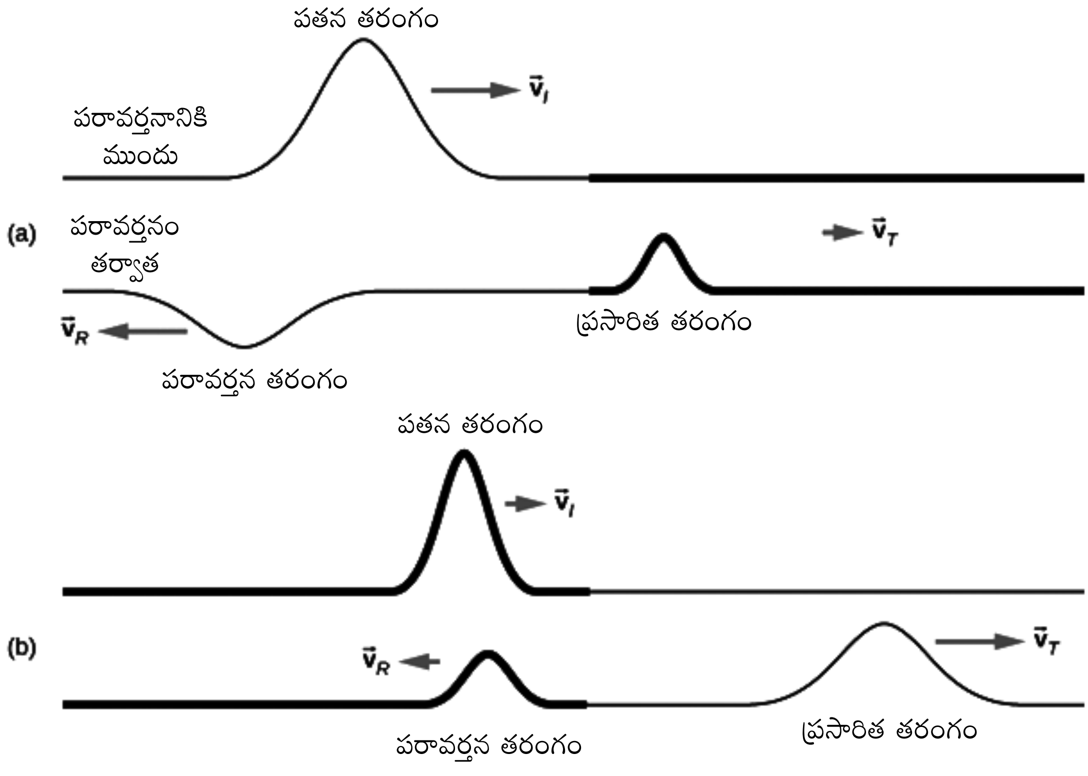


పటం 14.4 : స్థిర అద్దుతలం మరియు స్వేచ్ఛాతలం నియమం

అనగా ధృడమైన లేదా స్వేచ్ఛగా ఉన్న సరిహద్దుపై ఆధారపడి వేర్వేరుగా ప్రవర్తిస్తాయి. సరిహద్దు దృఢంగా ఉన్నట్లైతే దృఢ స్థిరసరిహద్దు నియమం, సరిహద్దు స్వేచ్ఛాగా ఉన్నట్లైతే స్వేచ్ఛా సరిహద్దు నియమం వర్తిస్తుంది.

పటం 14.4(a) లో తీగ యొక్క ఒక కొన దృఢంగా కదలకుండా ఉంటుంది. తీగపై వ్యాపనం చెందే తరంగం దృఢ సరిహద్దు నియమాన్ని పాటిస్తూ పతన తరంగానికి 180° దశాబేధంతో పరావర్తనం చెందుతుంది. పటం 14.4 (b) లో చూపినట్లుగా తీగ ఒక చివర ఘర్షణ రహిత స్తంభంపై విస్మరించదగిన ద్రవ్యరాశి గల స్వేచ్ఛగా కదులుతూ ఉండే రింగ్‌కు కట్టబడింది. ఈ తీగపై వ్యాపనం చెందే తరంగం స్వేచ్ఛా సరిహద్దు నియమాన్ని పాటిస్తూ పతన తరంగంతో 0° దశాబేధంతో పరావర్తనం చెందుతుంది.

కొన్ని సందర్భాలలో యానక సరిహద్దు దృఢంగా కాకుండా స్వేచ్ఛాగా కాకుండా ఉంటుంది. పటం 14.5 (a) లో చూపినట్లుగా ఒక అల్ప రేఖీయ ద్రవ్యరాశి సాంద్రత గల తీగ మరొక అధిక రేఖీయ సాంద్రతగల తీగకు జతచేయబడి ఉందనుకొందాం. ఈ సందర్భంలో పరావర్తన తరంగం పతన తరంగంతో దశాబేధాన్ని కలిగి ఉంటుంది. పరావర్తన మరియు ప్రసారిత తరంగాల కంపన పరిమితి పతన తరంగం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది. ఈ రెండు తీగలలో ఒకే తన్యత ఉన్నట్లైతే ఆల్ప రేఖీయ సాంద్రత గల తీగలో తరంగ వేగం ఎక్కువగా ఉంటుంది.



పటం 14.5 : దృఢ కొన మరియు స్వేచ్ఛా కొన వద్ద తరంగ పరావర్తనం

పటం14.5 (a) లో చూపినట్లుగా రెండు రకాల తరంగాలు ఒకటి అధిక రేఖీయ సాంద్రత గల లావు తీగలో మరొకటి అల్పరేఖీయ సాంద్రత గల సన్నని తీగలో ప్రయాణిస్తున్నాయి. రెండు తీగలు ఒకే తన్యతకు లోనవుతుంటే ఒక తరంగం అధిక రేఖీయ సాంద్రత గల లావు తీగలో కంటే అల్పరేఖీయ సాంద్రత గల సన్న

తీగలో అధిక వేగంతో కదులుతుంది. (a) అధిక వేగం గల యానకం నుండి అల్ప వేగం గల యానకం వైపు ప్రయాణించే తరంగం, 180° దశాబేధం గల పరావర్తిత తరంగాన్ని మరియు 0° దశాబేధం గల ప్రసారిత తరంగాన్ని ఇస్తుంది. (b) అల్ప వేగం గల యానకం నుండి అధిక వేగం గల యానకం వైపు ప్రయాణించే తరంగం. పతన తరంగంతో దశలో ఉండే పరావర్తిత మరియు ప్రసారిత తరంగాలను ఇస్తుంది.

14.5 తెరచిన చివర మరియు మూసిన చివర గల ఆర్గాన్ గొట్టాలు

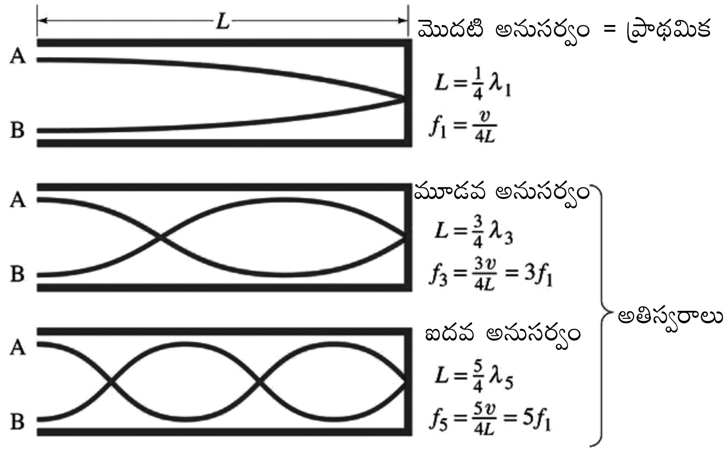
14.5.1 మూసిన చివర గల ఆర్గాన్ గొట్టం

ఒక వైపు మూసి ఉండి, మరొక వైపు తెరచి ఉన్న గొట్టాన్ని మూసిన గొట్టం అంటారు. మూసిన గొట్టం ద్వారా పంపిన ధ్వని తరంగం మూసి ఉన్న కొన వద్ద పరావర్తనం చెందుతుంది. ఒకే పౌనఃపున్యం కలిగి వ్యతిరేఖ దిశలో ప్రయాణించే పతన, పరావర్తన తరంగాలు అధ్యారోపణం చెంది స్థిర తరంగాలను ఏర్పరుస్తాయి. కంపన పరిమతి శూన్యంగా గల బిందువులను అస్పందన బిందువులని, కంపన పరిమితి గరిష్ఠంగా గల బిందువులను ప్రస్పందన బిందువులని అంటారు.

మూసిన గొట్టంలో మూసిన కొన వద్ద కనీసం ఒక అస్పందన బిందువు మరియు తెరచిన కొన వద్ద ప్రస్పందన బిందువు కలిగి ఉంటే ఆ స్థిరతరంగాన్ని మూసిన గొట్టంలో ప్రాథమిక అనుస్వరం అంటారు. గొట్టం పొడవు (l) తరంగ దైర్ఘ్యంలో నాల్గవ వంతుకు సమానం.

$$\therefore\ l = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4l$$

'f_1' అనేది ప్రాథమిక పౌన:పున్యం అయితే



పటం 14.6 : ఒకవైపు తెరచిన కొన గల గాలి స్తంభంలో సాధారణ కంపన రీతులు

$$f_1 = \frac{v}{4l} \qquad (14.2)$$

మూసిన గొట్టంలో తర్వాతి అనుస్వరం ఏర్పడాలంటే కనీసం రెండు అస్పందన బిందువులు మరియు రెండు ప్రస్పందన బిందువులు ఏర్పడాలి. కాబట్టి మూసిన గొట్టంలో మూడవ అనుస్వరాన్ని ఏర్పరచుటకు మరొక అస్పందన బిందువు మరియు ప్రస్పందన బిందువులను జోడించాలి.

అప్పుడు గొట్టం పొడవు (l) తరంగ దైర్ఘ్యంలో $(\lambda_3)\frac{3}{4}$ వ వంతుకు సమానం.

$\therefore\ l = \frac{3\lambda_3}{4}$ ఇక్కడ 'λ_3' మూడవ అనుస్వరం తరంగ దైర్ఘ్యం

$$\lambda_3 = \frac{4l}{3}$$

'f_3' మూడవ అనుస్వరం (మొదటి అతిస్వరం) పౌన:పున్యం అయితే

$$\therefore\ f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{4l}$$

$$f_3 = 3f_1 \qquad (14.3)$$

అదే విధంగా మూసిన గొట్టంలో తర్వాతి అతిస్వరం ఐదవ అనుస్వరమే. ఈ అనుస్వరం మూసిన గొట్టం రెండు చివరల మధ్య మూడు ప్రస్పందన మరియు మూడు అస్పందన బిందువులను కలిగి ఉంటుంది.

ఇప్పుడు గొట్టం పొడవు (l) తరంగ దైర్ఘ్యం (λ_5)లో $\frac{5}{4}$ వ వంతుకు సమానం అవుతుంది.

$\therefore\ l = \frac{5\lambda_5}{4}$ ఇక్కడ 'λ_5' ఐదవ అనుస్వరం తరంగదైర్ఘ్యం

$$\lambda_5 = \frac{4l}{5}$$

'f_5' అయిదవ అనుస్వరం (రెండవ అతిస్వరం) పౌన:పున్యం అయితే

$$f_5 = \frac{v}{\lambda_5} = \frac{5v}{4l}$$

$$f_5 = 5f_1 \qquad (14.4)$$

ఇదే పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ తర్వాతి అనుస్వరాల పౌనఃపున్యాలను కూడా కనుగొనవచ్చు. దీని నుండి కేవలం బేసి అనుస్వరాలు మాత్రమే ఏర్పడుతున్నాయని గమనించవచ్చు.

మూసిన గొట్టాలలో అనుస్వరాల పౌన:పున్యాల నిష్పత్తిని కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$f_1 : f_3 : f_5 : \ldots\ldots\ldots\ldots = f_1 : 3f_1 : 5f_1 : \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f_1 : f_3 : f_5 : \ldots\ldots\ldots\ldots = 1 : 3 : 5 : \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

14.5.2 తెరచిన కొన గల ఆర్గాన్ గొట్టం

రెండు వైపులా తెరచి ఉన్న గొట్టాన్ని తెరచిన గొట్టం అంటారు. తెరచిన గొట్టం ద్వారా పంపిన ధ్వని తరంగం భూమి వల్ల పరావర్తనం చెందుతుంది. ఒకే పౌనఃపున్యం కలిగి వ్యతిరేఖదిశలో ప్రయాణించే పతన, పరావర్తన తరంగాలు అధ్యారోపణం చెంది స్థిర తరంగాలను ఏర్పరుస్తాయి.

పటం 14.7 (a)లో చూపినట్లుగా తెరచిన గొట్టంలో స్థిర తరంగం రెండు తెరచిన చివరల వద్ద రెండు ప్రస్పందన బిందువులను మరియు వాటి మధ్య ఒక అస్పందన బిందువును కలిగి ఉటుంది.

$\therefore$ కంపించే పొడవు (l) = తరంగ దైర్ఘ్యంలో సగం

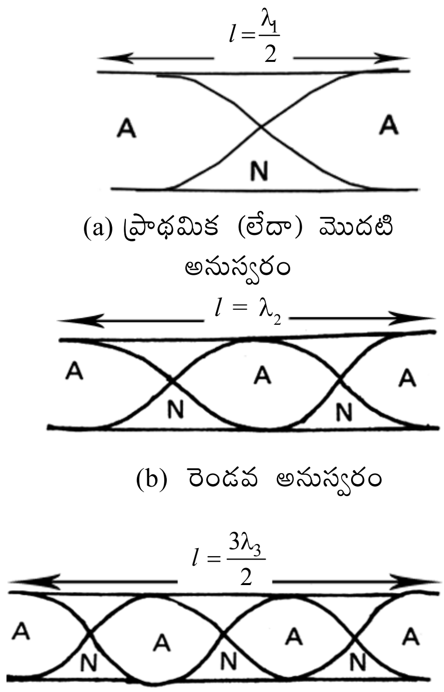
$$\left(\frac{\lambda_1}{2}\right)$$

$$l = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2l$$

ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం $f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$

ఇక్కడ v గాలిలో ధ్వని వేగం

$$f_1 = \frac{v}{2l} \qquad (14.5)$$



(a) ప్రాథమిక (లేదా) మొదటి అనుస్వరం

(b) రెండవ అనుస్వరం

(c) మూడవ అనుస్వరం

పటం 14.7 : తెరచిన గొట్టంలో స్థిర తరంగాలు – మొదటి మూడు అనుస్వరాలు చూపబడినాయి.

పటం 14.7 (b) లో చూపినట్లుగా రెండవ అనుస్వరం (మొదటి అతిస్వరం) ఒక అస్పందన మరియు ఒక ప్రస్పందన బిందువును అదనంగా కలిగి ఉంటుంది.

λ_2 రెండవ అనుస్వరం తరంగ దైర్ఘ్యమైతే $l = \frac{2\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2l}{2} = l$

'f_2' రెండవ అనుస్వరం పౌనఃపున్యమైతే $f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v \times 2}{2l} = \frac{v}{l}$

$$f_2 = 2f_1 \qquad (14.6)$$

అదే విధంగా మూడవ అనుస్వరం (రెండవ అతిస్వరం) పటంలో చూపినట్లుగా మూడు అస్పందన బిందువులు మరియు నాలుగు ప్రస్పందన బిందువులను కలిగి ఉంటుంది.

λ_3 మూడవ అనుస్వరం తరంగ దైర్ఘ్యమైతే $l = \frac{3\lambda_3}{2}$

'f_3' మూడవ అనుస్వరం పౌనఃపున్యమైతే

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v \times 3}{2l} = 3f_1$$

$$f_3 = 3f_1 \qquad (14.7)$$

ఇదే తరహాలో మిగతా అనుస్వరాల పౌనఃపున్యాలను అనగా f_4, f_5 లను కొనగొనవచ్చు.

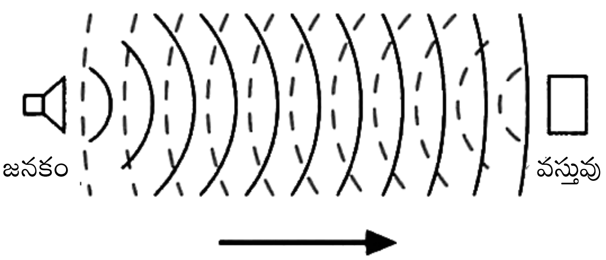
కావున తెరచిన గొట్టంలో అనుస్వరాల పౌనఃపున్య నిష్పత్తిని కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$f_1 : f_2 : f_3 :$ .... = 1 : 2 : 3 : ....

14.6 ప్రతిధ్వనులు

పటం 14.8 లో చూపినట్లుగా ధ్వని తరంగాల విషయంలో సుదూర తలాల నుండి ధ్వని పరావర్తనం అనేది ప్రతిధ్వని అనే దృగ్విషయానికి దారి తీస్తుంది.

సుదూర మరియు పెద్ద వస్తువుల నుండి పరావర్తనం వలన కొంత కాల విలంబనం తర్వాత శ్రోత చెవిని చేరే ధ్వని తరంగాలనే ప్రతిధ్వని అంటారు.



పటం 14.8 : ప్రతిధ్వని ఏర్పడుట

తరంగాల పరావర్తనం, సహజ మరియు మానవ నిర్మిత ప్రక్రియలలో ఎంతో కీలకమైన పాత్రను పోషిస్తుంది. ఉదాహరణకి స్థిరతరంగాలు, ప్రతిధ్వనులు ఏర్పాటులో మరియు దర్పణాలు, ఇతర పరావర్తన తలాల నుండి పరావర్తనం చెందిన విద్యుదయస్కాంత తరంగాల ప్రవర్తనలో తరంగాల పరావర్తనం కీలకమైనది.

వాస్తు నిర్మాణ ధ్వనిశాస్త్రం, రేడార్ సాంకేతిక మరియు దృశాశాస్త్రము వంటి వివిధ అనువర్తనాల కొరకు తరంగ పరావర్తనాన్ని అవగాహన చేసుకోవడం ఎంతో అవశ్యకమైనది.

14.7 విస్పందనాలు

ఒకే పౌనఃపున్యం గల రెండు తరంగాలు ఒకే దిశలో ప్రయాణిస్తూ అధ్యారోపణం చెందినప్పుడు వ్యతికరణమును ఏర్పరుస్తాయని మనము చూశాము. దాదాపు సమాన పౌనఃపున్యం గల రెండు తరంగాలు అధ్యారోపణం చెందితే ఫలితం ఏమవుతుందో పరిశీలిద్దాం. ముందుగా ఈ క్రింది కృత్యాన్ని చేద్దాం.

కృత్యం 14.2

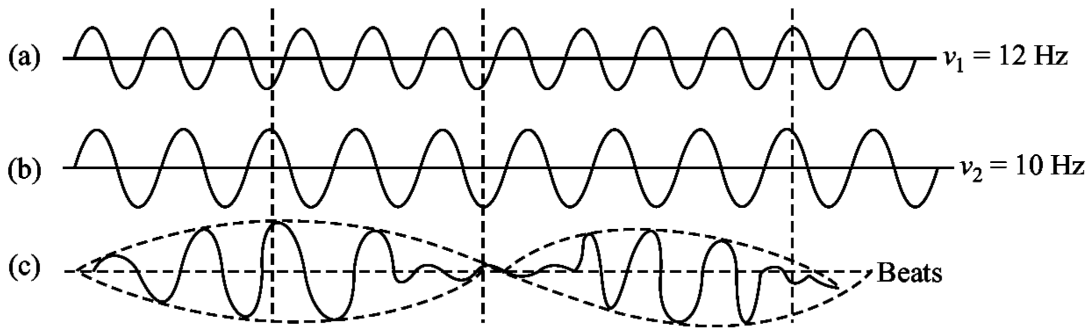
512 Hz పౌనఃపున్యం గల రెండు శృతిదండాలను తీసుకోండి. వాటికి A మరియు B పేర్లు పెట్టండి. శృతిదండం B యొక్క ఒక భుజానికి మైనమును అతికించండి. ఇప్పుడు రెండింటిని రబ్బరు సుత్తితో కొట్టండి. వాటి కాడలను బల్ల పై భాగానికి ఆనించి ఏమి జరుగుతుందో పరిశీలించండి. మీరు ధ్వని తీవ్రత వెంటవెంటనే

గరిష్ఠం మరియు కనిష్ఠం అవడాన్ని గమనిస్తారు. ఈ విధంగా ధ్వని తీవ్రత తగ్గడం మరియు పెరగడాన్ని "విస్పందనాలు" అంటారు. ఒక గరిష్ఠం మరియు ఒక కనిష్ఠం కలిస్తే ఒక విస్పందనము. శృతిదండం B యొక్క భుజానికి మరి కొంచెం మైనాన్ని అతికిస్తే విస్పందనాలు పెరగడాన్ని మీరు గమనిస్తారు. ఇంకా మైనాన్ని అతికించడం పెంచితే విస్పందనాలు వినిపించకపోవచ్చు. దీనికి గల కారణం మన చెవి సెకనులో పదవ వంతు కాలంలో వెలువడే రెండు శబ్దాలను వేర్వేరుగా వినలేకపోవటమే.

ఇప్పుడు మనం విస్పందనాలు ఎలా ఏర్పడతాయో వివరించుదాం.

(a) **<u>విస్పందనాల ఉత్పత్తి</u> :** N మరియు N + n పౌనఃపున్యాలు గల A మరియు B అను రెండు శృతిదండాలు ఉన్నాయనుకోండి. ఇక్కడ n విలువ 10 కంటే తక్కువ. ఒక సెకనులో A, N కంపనాలను పూర్తిచేస్తే B, N + n కంపనాలను పూర్తి చేస్తుంది. అనగా B ఒక సెకనులో A కంటే n ఎక్కువ కంపనాలను పూర్తి చేస్తుంది. మరొలా చెప్పాలంటే B ఒక సెకనులో A కంటే n కంపనాలను అదనంగా పొందుతుంది. అనగా $\frac{1}{n}$ సెకనులో 1 కంపనాన్ని మరియు $\frac{1}{2n}$ సెకనులలో అర్థ కంపనాన్ని పొందుతుంది. ముందుగా t = 0 వద్ద రెండు శృతిదండాలు ఒకే దశలో కంపిస్తున్నాయి. $\frac{1}{2n}$ సెకనుల కాలం తర్వాత B, A కంటే అర్థ తరంగాన్ని అదనంగా పొందింది. అనగా $\frac{1}{2n}$ సెకనుల తర్వాత B, A తో వ్యతిరేఖ దశలో కంపిస్తుంది. A తరంగ సంపీడనాన్ని పంపిస్తే, B తరంగ విరళీకరణాన్ని పరిశీలకుడికి పంపిస్తుంది. చెవిని చేరే ఫలిత తీవ్రత సున్నా. $\frac{1}{n}$ సెకనుల తర్వాత B పూర్తి తరంగాన్ని అదనంగా పొందుతుంది. ఇప్పుడు A ఒక తరంగ సంపీడనాన్ని పంపితే. B కూడా తరంగ సంపీడనాన్నే పరిశీలకుడికి పంపుతుంది. ఫలిత తరంగ తీవ్రత గరిష్ఠమవుతుంది. $\frac{3}{2n}$ సెకనుల తర్వాత మళ్ళీ రెండు శృతిదండాలు వ్యతిరేఖ దశలో కంపనాలు చేస్తాయి. కావు తీవ్రత కనిష్ఠమవుతుంది. ఈ ప్రక్రియ ఇలా కొనసాగుతుంది. పరిశీలకుడు $\frac{1}{n}$ సెకను కాలంలో 1 విస్పందనాన్ని వింటాడు అనగా సెకనులో n విస్పందనాలను వింటాడు. కావున సెకనుకు వినబడే విస్పందనాల సంఖ్య శృతిదండాల పౌనఃపున్యాల బేధానికి సమానం. సెకనుకు 10 విస్పందనాల కంటే ఎక్కువ ఉత్పత్తి అయినప్పుడు అవి వేర్వేరుగా వినిపించవు. విస్పందనాల పౌనఃపున్యం n మరియు విస్పందన ఆవర్తన కాలం $\frac{1}{n}$.

(b) **గ్రాఫిక్ పద్ధతి :** 12 cm పొడవు గల గీత గీయండి. దానిని 12 సమాన భాగాలుగా (ఒక్కొక్కటి 1 cm) విభజించండి. ఎత్తు 0.5 cm మరియు పొడవు 1 cm గల 12 తరంగ దైర్ఘ్యాలను పై గీతపై గీయండి.



పటం 14.9(a) 12 Hz పౌనఃపున్యానికి స్థానభ్రంశం-కాలం వక్రం, (b) 10 Hz పౌనఃపున్యానికి స్థానభ్రంశం-కాలం వక్రం రెండు తరంగాల అధ్యారోపణం సెకనుకు 2 విస్పందనాలను ఉత్పత్తి చేస్తుంది.

ఇది 12 Hz పౌన:పున్యం గల తరంగాన్ని సూచిస్తుంది. (b) అదే గీతపై 1.2 cm పొడవు మరియు 0.5 cm ఎత్తుగల 10 తరంగ దైర్ఘ్యాలను గీయండి. ఇది 10 Hz పౌనఃపున్యం గల తరంగాన్ని సూచిస్తుంది. (c) ఫలిత తరంగాన్ని సూచిస్తుంది. పటం 14.9 లో తరంగాలను చూపలేదు కాని, అవి స్థానభ్రంశం కాలం గ్రాఫ్‌లు. కావున ఫలిత తీవ్రత ప్రత్యామ్నాయంగా గరిష్ఠం మరియు కనిష్ఠం అవుతుంది. ఒక సెకను కాలంలో ఉత్పత్తి అయ్యే విస్పందనాల సంఖ్య Δv. అందువల్ల విస్పందన పౌనఃపున్యం, అతిపాతం చెందే రెండు తరంగాల పౌనఃపున్యాల బేధానికి సమానం.

ఉదాహరణ 14.3

పౌనఃపున్యం విలువ తెలియని ఒక శృతిదండం, 500 Hz పౌనఃపున్యం గల శృతిదండంతో సెకనుకు 5 విస్పందనాలను ఇస్తుంది. తెలియని శృతిదండం పౌనఃపున్యాన్ని కనుగొనండి.

సాధన :

$v' = v \pm n = 500 \pm 5$

$\Rightarrow$ శృతిదండం పౌనఃపున్యం 495 Hz లేదా 505 Hz అవుతుంది.

ఉదాహరణ 14.4

ఒక వ్యతికరణ నమూనాలో గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ తీవ్రతల నిష్పత్తి '9' అయితే అధ్యారోపణం చెందిన తరంగాల కంపన పరిమితుల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన :

$$\frac{I_{\text{గరిష్ఠం}}}{I_{\text{కనిష్ఠం}}} = \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^2, \text{ ఇక్కడ } r = \frac{a_2}{a_1}.$$

కావున $\frac{1+r}{1-r} = 3$ అని రాయవచ్చు.

దీనిని సాధించి $r = \frac{1}{2}$, పొందుతారు. అనగా ఒక తరంగం కంపన పరిమితి మరొక తరంగం కంపన పరిమితికి రెట్టింపుగా ఉంటుంది.

డాప్లర్ (1803 - 1853)

డాప్లర్ 1803 లో ఆస్ట్రియాలో జన్మించాడు. డాప్లర్ 13 సంవత్సరాల వయస్సులో ప్రాథమిక విద్యాభ్యాసం ప్రారంభించాడు. అది పూర్తయిన తర్వాత 'లింజ్'లోని ఒక పాఠశాలకు వెళ్ళి సెకండరీ విద్యను అభ్యసించారు. డాప్లర్ గణిత ప్రావీణ్యతను సాల్జ్‌బర్గ్‌లో ఉండే సియాన్ స్టాంఫర్ గుర్తించాడు. 1829 వ సం॥రంలో వియన్నా పాలిటెక్నిక్ ఇన్‌స్టిట్యూట్‌లో ప్రొఫెసర్ అడమ్ వాన్‌బర్గ్‌కు సహాయకుడిగా ఎంచుకోబడి అక్కడే తన విద్యాభ్యాసాన్ని కొనసాగించాడు. 1835 లో USAకి వెళ్ళాడు. 1842 లో డాప్లర్ తన 38వ ఏట జంట నక్షత్రాల రంగుల కాంతి మరియు స్వర్గానికి చెందిన ఇతర నక్షత్రాలు అనే అంశంపై "రాయల్ బహెమాన్ సొసైటీ ఆఫ్ సైన్సెస్"కు ఉపన్యాసాన్ని ఇచ్చి తదుపరి పత్రికను ప్రచురించాడు.

డ్లాపర్ తన పరిశోధనలో "పరిశీలకుడు వినే పౌన:పున్యం పరిశీలకునికి జనకానికి మధ్యగల సాపేక్ష వేగంపై ఆధారపడుతుందని ప్రతిపాదించాడు. తర్వాత అతడు దాని జంట నక్షత్రాల దృశ్య రంగులను వివరించేందుకు ప్రయత్నం చేశాడు (ఇది తర్వాత తప్పని రుజువైంది). 1853 మార్చి 17న 49 ఏళ్ళ వయస్సులో డాప్లర్ మరణించాడు.

14.8 డాప్లర్ ప్రభావం

ధ్వని జనకానికి, పరిశీలకుడికి మధ్య సాపేక్ష గమనం కారణంగా పరిశీలించబడే దృగ్విషయమే డాప్లర్ ప్రభావం. ఈ సాక్షేప గమనం వలన పరిశీలకుడు (వినే) అనుభవించే పౌన:పున్యం లేదా తరంగ దైర్ఘ్యంలో మార్పును ఇది వర్ణిస్తుంది. డాప్లర్ ప్రభావం ముఖ్యంగా ధ్వని తరంగాలకు సంబంధించినదే అయినా కాంతి తరంగాల వంటి ఇతర తరంగాలకు కూడా ఇది వర్తిస్తుంది. (కాంతి తరంగాల డాప్లర్ ప్రభావాన్ని దృశా డాప్లర్ ప్రభావం అంటారు).

ధ్వని తరంగాల డాప్లర్ ప్రభావం యొక్క సిద్ధాంతాన్ని కింది విధంగా వివరించవచ్చు.

14.8.1 గమనంలో ఉన్న జనకం మరియు నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న పరిశీలకుడు

ధ్వని తరంగాల జనకం, v_s వేగంతో చలనంలో మరియు పరిశీలకుడు నిశ్చలంగా ఉన్నప్పుడు పరిశీలకుని చేరే దృశా పౌన:పున్యం (f').

$$f' = \frac{v}{v - v_s} \cdot f$$

14.8.2 నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న జనకం మరియు గమనంలో ఉన్న పరిశీలకుడు

ధ్వని జనకం నిశ్చల స్థితిలో మరియు పరిశీలకుడు (v_o) వేగంతో గమనంలో ఉన్నపుడు పరిశీలకుని చేరే దృశా పౌనఃపున్యం (f')

$$f' = \frac{v + v_o}{v} \cdot f$$

14.8.3 ధ్వని జనకం మరియు పరిశీలకుడు ఇరువురూ గమనంలో ఉన్నప్పుడు

సాధారణంగా ధ్వనిజనకము మరియు పరిశీలకుడు ఇరువురూ గమనంలో ఉన్నప్పుడు పరిశీలకుని చేరే దృశా పౌనఃపున్యం (f')

$$f' = \frac{v + v_o}{v - v_s} . f$$

ఇక్కడ f' పరిశీలకుడు వినే దృశా పౌనఃపున్యం

f ధ్వని జనకం వెలువరించే యదార్థ పౌనఃపున్యం

v యానకంలో ధ్వనివేగం (ఇచ్చిన యానకానికి స్థిరం)

v_o పరిశీలకుని వేగం (ధ్వని జనకం వైపు చలనంలో ఉంటే ధనాత్మకం, ధ్వని జనకం నుండి దూరంగా వెళ్తున్నట్లైతే రుణాత్మకం), v_s ధ్వని జనకవేగం (పరిశీలకుని నుంచి దూరంగా వెళితే ధనాత్మకం, పరిశీలకునివైపు గమనంలో ఉంటే రుణాత్మకం).

ఈ సమీకరణాలలో దృశా పౌనఃపున్యం (f') యదార్థ పౌనఃపున్యం కంటే ఎక్కువైనట్లయితే దానిని "నీలి విస్థాపనం" (పౌనఃపున్యంలో పెరుగుల) అంటారు. దృశా పౌనఃపున్యం (f'), యదార్థ పౌనఃపున్యం కంటే తక్కువైనట్లయితే దానిని "అరుణ విస్థాపనం" (పౌనఃపున్యంలో తగ్గుదల) అంటారు. డాప్లర్ ప్రభావం రేడార్ వ్యవస్థలు, ఖగోళశాస్త్రం మరియు వైద్య(ఇమేజింగ్) చిత్రణ వంటి ప్రయోగాత్మక అనువర్తనాలను కలిగి ఉంది.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 14.1

1. తరంగాల ప్రాథమిక లక్షణాలు ఏమిటి?
2. వివిధ రకాల తరంగాలు ఏవి?
3. అనుదైర్ఘ్య మరియు తిర్యక్ తరంగాలను నిర్వచించండి. వాటి మధ్య తేడాలను రాయండి.
4. పురోగామి తరంగాలనగానేమి? పురోగామి తరంగ వేగం అనగానేమి?
5. ఒక గిటార్ తీగ 0.75 మీటర్ల పొడవు కలదు. తీగలో తన్యత 80 న్యూటన్లు. రేఖీయ ద్రవ్యరాశి సాంద్రత 0.02 kg/m గల తీగ వెంబడి ప్రయాణించే తరంగ వడిని లెక్కించండి.
6. 440 Hz పౌనఃపున్యంతో గాలిలో ఒక తరంగాన్ని జనింపచేశారు. గాలిలో ధ్వనివేగం సెకనుకు 343 మీటర్లు అయితే ధ్వని తరంగం తరంగ దైర్ఘ్యం ఎంత?
7. తరంగాల అధ్యారోపణ సూత్రాన్ని వివరించండి.
8. వివిధ సందర్భాలలో తరంగాల పరావర్తనాన్ని వివరించండి.
9. (a) మూసిన కొన (b) తెరచిన కొన గల ఆర్గాన్ గొట్టాలలో వివిధ అనుస్వరాలు ఏర్పాటును (ఉత్పత్తిని) వివరించండి.

10. తెరచిన కొన గల ఒక ఆర్గాన్ గొట్టం పొడవు 2.4 మీటర్లు. ఈ గొట్టంలో ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం (మొదటి అనుస్వరం) ను లెక్కించండి. గాలిలో ధ్వని వేగం సుమారుగా 343 m/s గా తీసుకోండి.

11. తెరచిన కొన గల ఒక ఆర్గాన్ గొట్టం 225 Hz పౌనఃపున్యంతో మూడవ అనుస్వరాన్ని ఉత్పత్తి చేస్తుంది. గొట్టం పొడవును కనుక్కోండి. గాలిలో ధ్వనివేగం సుమారు 343 m/s గా తీసుకోండి.

12. 20 cm పొడవు గల మూసి ఉన్న ఆర్గాన్ గొట్టం వెలువరించే ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం, రెండువైపులా తెరచిన ఆర్గాన్ గొట్టం రెండవ అతిస్వరముకు (మూడవ అనుస్వరము) సమానం. రెండువైపులా తెరచిన ఆర్గాన్ గొట్టం పొడవు ఎంత?

13. ప్రతిధ్వనులను ఏ విధంగా ఉత్పత్తి చేస్తారు?

14. విస్పందనాలు అనగానేమి?

15. 10 Hz మరియు 15 Hz పౌనఃపున్యాలు గల రెండు తరంగాలు అతిపాతం చెందినప్పుడు వెలువడే విస్పందనాల సంఖ్యను లెక్కించండి.

16. 320 Hz మరియు 328 Hz పౌనఃపున్యాలతో రెండు తరంగాలు ఏకకాలంలో ఉత్పత్తి చేయబడ్డాయి. విస్పందన పౌనఃపున్యాన్ని లెక్కించండి.

17. డాప్లర్ ప్రభావం అనగానేమి? వివిధ సందర్భాలలో డాప్లర్ ప్రభావాన్ని వివరించండి.

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- యాంత్రిక తరంగాలు, ఉపరితల తరంగాలు, స్థిరతరంగాలు, పురోగామి తరంగాలు అనేవి వివిధ రకాల తరంగాలు.
- ధ్వని తరంగ వేగం యానకం సాంద్రత, ఉష్ణోగ్రత, స్థితిస్థాపక ధర్మాలపై ఆధారపడుతుంది.
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ తరంగాలు ఒక యానకంలో ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు ఏదైనా బిందువు మరియు కాలం వద్ద వాటి స్థానభ్రంశాలు బీజీయంగా కలిసి కొత్త తరంగాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.
- ఒక తరంగం దృఢ సరిహద్దు మరియు స్వేచ్ఛా సరిహద్దు వద్ద పరావర్తనం వేర్వేరు ఫలితాలను ఇస్తుంది.
- మూసిన గొట్టంలో అనుస్వరాల పౌనఃపున్యాల నిష్పత్తి

  $f_1 : f_3 : f_5 \ldots = 1 : 3 : 5 : \ldots$
- తెరచిన గొట్టంలో అనుస్వరాల పౌనఃపున్యాల నిష్పత్తి

  $f_1 : f_2 : f_3 \ldots = 1 : 2 : 3 : \ldots$
- సుదూర వస్తువుల నుండి ధ్వని తరంగాల పరావర్తనం ప్రతిధ్వనులను ఏర్పరుస్తాయి.

- కొద్దిగా భిన్న పౌనఃపున్యాలు గల రెండు తరంగాలు అధ్యారోపణం చెందినప్పుడు విస్పందనాలు ఉత్పత్తి చేయబడతాయి.
- జనకం మరియు పరిశీలకుడు మధ్య సాపేక్ష గమనం వలన డాప్లర్ ప్రభావం పరిశీలించబడుతుంది.
- డాప్లర్ ప్రభావం ధ్వని తరంగాలలో సాధారణం. కాని ఇతర తరంగాలలో కూడా పరిశీలించబడుతుంది.
- డాప్లర్ ప్రభావం వలన పరిశీలకుడు వినే దృశా పౌనఃపున్యమును వివిధ సందర్భాలలో లెక్కించవచ్చు.

ముగింపు అభ్యాసం

1. వివిధ రకాల తరంగాలను పేర్కొని వాటికి ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.
2. ధ్వనివేగం ఏయే అంశాలపై ఆధారపడుతుంది?
3. గణిత సమీకరణాల ద్వారా తరంగాల అధ్యారోపణాన్ని వివరించండి.
4. వివిధ సందర్భాలలో తరంగాల పరావర్తనాన్ని వివరించండి.
5. మూసిన మరియు తెరచిన కొన గల ఆర్గాన్ గొట్టాలలో అనుస్వరాలకు సమీకరణాలను ఉత్పాదించండి.
6. ప్రతిధ్వనులను ఎలా ఉత్పత్తి చేస్తారు?
7. విస్పందనాల ఏర్పాటును పటంతో సహ వివరించండి.
8. మూసిన ఆర్గాన్ గొట్టంలో మూడవ అనుస్వరం, తెరచిన ఆర్గాన్ గొట్టంలో ప్రాథమిక అనుస్వరం పౌనఃపున్యానికి సమానమైతే, మూసిన ఆర్గాన్ గొట్టం పొడవు 30 cm అయితే తెరచిన ఆర్గాన్ గొట్టం పొడవు కనుగొనండి.
9. మూసిన గొట్టం యొక్క ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం 400 Hz. దీనితో సమాన పొడవుగల తెరచిన గొట్టంలో కంపనాల ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం ఎంత?

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

5. దత్తాంశం

తీగ పొడవు (L) = 0.75 మీటర్లు

తీగలో తన్యత (T) = 80 న్యూటన్లు

రేఖీయ ద్రవ్యరాశి సాంద్రత (m) = 0.02 kg/m

తీగపై తరంగ వేగానికి సమీకరణం

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

$$v = \sqrt{\frac{80N}{0.02\,kg/m}}$$

$$v = \sqrt{4000\ m^2/s^2}$$

v = 63.24 m/s

6. దత్తాంశం

ధ్వని తరంగ పౌనఃపున్యం (f) = 440 Hz

గాలిలో ధ్వని వేగం (v) = 343 m/s

ధ్వని తరంగ, తరంగ దైర్ఘ్యానికి సూత్రం

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

$$\lambda = \frac{343\,m/s}{440\,Hz}$$

$\lambda = 0.7795$ మీటర్లు

10. దత్తాంశం

తెరచిన కొన గల ఆర్గాన్ గొట్టం పొడవు (L) = 2.4 మీటర్లు

గాలిలో ధ్వని వేగం (v) = 343 m/s

తెరచిన కొన గల ఆర్గాన్ గొట్టంలో గొట్టం పొడవు తరంగ దైర్ఘ్యంలో నాల్గవ వంతుకు ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం సమానమైనప్పుడు ఏర్పడుతుంది.

$$L = \frac{\lambda}{4}$$

తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని సాధించుటకు సూత్రాన్ని మార్చి రాసుకుంటే

$$\lambda = 4L$$

ఇప్పుడు తరంగ వేగం సూత్రాన్ని పౌనఃపున్యాన్ని లెక్కించుటకు ఉపయోగించగా

$$v = f \times \lambda$$

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343\ \text{m/s}}{4 \times 2.4\ \text{m}}$$

$$f = \frac{343\ \text{m/s}}{9.6\ \text{m}}$$

$$f = 35.729\ \text{Hz}$$

11. దత్తాంశం

మూడవ అనుస్వరం పౌనఃపున్యం (f) = 225 Hz

గాలిలో ధ్వని వేగం (v) = 343 m/s.

ప్రాథమిక పౌనఃపున్యం $f_1 = \frac{v}{4l}$ అని మనకు తెలుసు. మూడవ అనుస్వరానికి పౌనఃపున్యం, ప్రాథమిక పౌనఃపున్యానికి మూడు రెట్లు ఉంటుంది.

$$f = 3 \times f_1 = 3 \times \frac{v}{4l}$$

దీనిని గొట్టం పొడవు (l) కోసం సాధించగా

$$l = \frac{3v}{4f} = \frac{3 \times 343\ \text{m/s}}{4 \times 225\ \text{Hz}}$$

$$l = \frac{1029\ \text{m/s}}{900\ \text{Hz}}$$

l = 1.143 మీటర్లు

12. $\text{f} = \frac{v}{4l}$ (మూసిన ఆర్గాన్ గొట్టానికి) మరియు

$\text{f} = \frac{3v}{2l}$ (తెరచిన ఆర్గాన్ గొట్టానికి రెండవ అతిస్వరమ)

రెండు పౌనఃపున్యాలు సమానం కావున $\frac{3v}{2l_o} = \frac{v}{4l_c}$

$l_o = 6\ l_c$

$l_o = 6 \times 20 = 120$ cm.

16. $f_1 = 10$ Hz, $f_2 = 15$ Hz

విస్పందనాల సంఖ్య $= f_2 - f_1 = 15 - 10 = 5$

17. దత్తాంశం

మొదటి ధ్వని తరంగ పౌనఃపున్యం $(f_1) = 320$ Hz

రెండవ ధ్వని తరంగ పౌనఃపున్యం $(f_2) = 328$ Hz

విస్పందన పౌనఃపున్యం విలువ రెండు తరంగాల పౌనఃపున్యాల బేధానికి సమానము.

విస్పందన పౌనఃపున్యం $= | f_1 - f_2 | = | 320 \text{ Hz} - 328 \text{ Hz} | = 8$ Hz

ముగింపు అభ్యాసంకు సమాధానాలు

8. 20 cm

9. 800 Hz